Рефераты статей, депонированных в ВИНИТИ через журнал "Известия вузов. Математика"

УДК 621.391

Разностные множества, сбалансированные на два уровня, сформированные на основе классов степенных вычетов по простому модулю / Гантмахер В.Е., Едемский В.А., № 639-В2008.

В работе определены необходимые и достаточные условия существования разностных множеств, сбалансированных на два уровня, в варианте, когда разностные множества строятся на основе классов степенных вычетов по простому модулю $p = dR + 1$ для $d = 3, 4, 6, 8$ без каких-либо ограничений на разницу между уровнями и число используемых классов вычетов. Найдены параметры новых разностных множеств, сбалансированных на два уровня.

Методика исследования заключается в комплексном использовании теории спектров разностей и циклотомических чисел. Указанная методика позволяет определять уровни разностных множеств посредством представления простого числа p в квадратичной форме.

Пусть $p = dR + 1$ — простое число ($p > 17$) и $H_k^{(d)}$, $k = \overline{0, d-1}$, — класс степенных вычетов с номером k, т.е. $H_k^{(d)} = \{\theta^{k+dt},\ t = \overline{0, R-1}\}$, где θ — первообразный корень по модулю p.

Теорема 1. *Если $p = (1+4f)^2 + 4(2u+1)^2$ для $f \neq 0$, то множество элементов $H_k^{(4)}$ является разностным множеством, сбалансированным на два уровня:* $D\big(p, \frac{p-1}{4}, u^2+u+f^2+f, u^2+u+f^2\big)$.

Теорема 2. *Если $p = x^2 + 4(2u+1)^2$, то множество степенных вычетов $H_k^{(4)} \cup H_{k+1}^{(4)}$ является разностным множеством, сбалансированным на два уровня:* $D\big(p, \frac{p-1}{2}, \frac{p-5-8u}{4}, \frac{p-1+8u}{4}\big)$.

Теорема 3. *Множество $B = H_k^{(8)} \cup H_l^{(8)} \cup H_n^{(8)} \cup H_q^{(8)}$, не являющееся множеством квадратичных или биквадратичных вычетов, будет разностным множеством, сбалансированным на два уровня для нечетного R тогда и только тогда, когда*

1) $p = 73$ *и* $(k,l,n,q) \in \{(0,1,2,4); (0,1,3,7); (0,2,6,7); (0,4,5,6)\}$,
2) $p = 41$ *и* $(k,l,n,q) \in \{(0,1,2,4); (0,1,3,7); (0,2,6,7); (0,4,5,6)\}$,
3) $p = 89$ *и* $(k,l,n,q) \in \{(0,1,3,6); (0,2,5,7); (0,2,3,5); (0,3,5,6)\}$,
4) $p = x^2 + 64 = (x+4)^2 + 2b^2$ *и* $(k,l,n,q) \in \{(0,1,2,5); (0,1,4,7); (0,3,4,5); (0,3,6,7)\}$.

Следствие. Если $p = x^2 + 64 = (x+4)^2 + 2b^2$, то множество степенных вычетов $H_k^{(8)} \cup H_{\langle k+1\rangle_8}^{(8)} \cup H_{\langle +2\rangle_8}^{(8)} \cup H_{\langle k+5\rangle_8}^{(8)}$ представляет собой разностное множество, сбалансированное на два уровня: $D\big(p, \frac{p-1}{2}, \frac{p-1}{4}, \frac{p-9}{4}\big)$, т.е. в данном варианте уровни разностного множества всегда отличаются на два.

Библ. 7.