Известия вузов. Математика
2015, №2, с. 3–9

http://old.kpfu.ru/journals/izv_vuz/
e-mail: izvuz.matem@kpfu.ru

А.Р. АБДУЛЛАЕВ, И.М. ПЛАКСИНА

ОБ ОЦЕНКЕ СПЕКТРАЛЬНОГО РАДИУСА ОДНОГО СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА

Аннотация. В работе найден спектральный радиус одного интегрального оператора, являющегося обобщением оператора Чезаро.

Ключевые слова: оператор Чезаро, сингулярные уравнения, функционально-дифференциальные уравнения.

УДК: 517.929

1. Введение. В предлагаемой работе рассматривается оператор $\mathcal{A}_\rho : L^p \to L^p$, определяемый равенством

$$\big(\mathcal{A}_\rho z\big)(t) = \frac{1}{t}\int_0^{t/\rho} z(s)\,ds$$

при $1 \leqslant \rho < \infty$. Здесь L^p, $1 < p < \infty$, есть пространство суммируемых со степенью p вещественных скалярных функций $z : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ с нормой $\|z\|_{L^p} = \Big(\int\limits_0^{+\infty} |z(s)|^p\,ds\Big)^{1/p}$.

При $\rho = 1$ оператор $\mathcal{A}_\rho$ называется оператором Чезаро и имеет вид

$$(\mathcal{A}z)(t) = \frac{1}{t}\int_0^t z(s)\,ds.$$

Оператор Чезаро активно исследовался в 70-х годах XX века. Интерес к оператору Чезаро возник в процессе изучения сингулярного дифференциального уравнения, применяющегося в теории химического реактора [1]–[3] и в некоторых математических моделях механики [4].

При изучении сингулярных уравнений в Пермской школе по функционально-дифференциальным уравнениям часто применялись известные свойства оператора Чезаро, в том числе оценка его нормы ([5], с. 177; [6]–[10]). Использовались также различные обобщения оператора Чезаро. Например, операторы вида $\frac{1}{t^\alpha}\int\limits_0^t s^{\alpha-1}z(s)\,ds$ и $\int\limits_0^t \frac{t-s}{t^2}z(s)\,ds$ изучались в работах [11]–[13].

Оператор $\mathcal{A}_\rho$ возникает при исследовании функционально-дифференциальных уравнений, в линейной части которых присутствует оператор вида $\dot{x}(t) + \frac{1}{t}x\big(\frac{t}{\rho}\big)$, содержащий слагаемое $x\big(\frac{t}{\rho}\big)$, $\rho = \text{const}$, определяющее преобразование растяжения (сжатия). В частности, такие уравнения исследовались в работах [14] и [15].

В предлагаемой работе найдены точные значения нормы и спектрального радиуса оператора $\mathcal{A}_\rho$ при $\rho > 1$. При этом использовался метод, который позволил оценить норму

Поступила 28.06.2013

оператора Чезаро. Норма оператора Чезаро оценивается с помощью неравенства Харди

$$\|\mathcal{A}z\|_{L^p} \leqslant \frac{p}{p-1}\|z\|_{L^p}. \tag{1}$$

Отметим, что в неравенстве (1) константа $\frac{p}{p-1}$ является наилучшей ([16], с. 289), т. е. совпадает с нормой оператора $\mathcal{A}$.

Неравенство (1) было впервые доказано Харди ([16], с. 289) в 1920 году. Позднее появились другие доказательства этого неравенства. В ([16], с. 289) упомянуты работы таких математиков, как Э. Ландау, И. Шур и другие. Там же приведены соответствующие ссылки. Следует отметить, что эти результаты и позднее повторялись некоторыми авторами, например, в работах [17], [18].

Можно выделить три типа доказательств неравенства Харди ([16], с. 291–294). Наиболее лаконичное и изящное доказательство принадлежит И. Шуру (I. Schur) и приведено в виде теста Шура для случая $p = 2$ в ([19], с. 33). Будем опираться на один из усиленных вариантов теста Шура, который для удобства читателей приводится ниже с доказательством.

2. Тест Шура. Для формулировки требуемого утверждения введем следующие обозначения и предположения.

Пусть T, S — имеющие ненулевую меру подмножества вещественной прямой, $L^p(S)$ — пространство суммируемых со степенью p, $1 < p < \infty$, скалярных вещественных функций $z : S \to \mathbb{R}$, имеющее стандартную норму $\|z\|_{L^p(S)} = \Big(\int\limits_S |z(s)|^p\, ds\Big)^{1/p}$. Аналогично определим пространство $L^p(T)$. Сопряженный к p индекс обозначим $p' = p/(p-1)$.

Усиленный вариант теста Шура сформулируем для оператора $K : L^p(S) \to L^p(T)$, определенного равенством $(Kz)(t) = \int\limits_S K(t,s)z(s)\, ds$. Здесь $z \in L^p(S)$, функция $K(t,s)$ измерима на множестве $T \times S$ и неотрицательна при почти всех $(t,s) \in T \times S$. Далее, произведение $K(t,\cdot)z(\cdot)$ суммируемо на множестве S при почти всех $t \in T$.

Следующее утверждение в основных деталях повторяет теорему 5.2 из ([19], с. 33).

Лемма А. *Пусть существуют измеримые функции u и v такие, что $u(t) \geqslant 0$ при $t \in T$ и $v(s) > 0$ при $s \in S$.*

Если существуют положительные числа α и β такие, что для почти всех $t \in T$ и $s \in S$ выполняются неравенства

$$\left[\int_S K(t,s)v(s)\, ds\right]^{p-1} \leqslant \alpha u(t) \tag{2}$$

и

$$\int_T K(t,s)u(t)\, dt \leqslant \beta\big[v(s)\big]^{p-1}, \tag{3}$$

то оператор $K : L^p(S) \to L^p(T)$ ограничен и $\|K\|^p_{L^p(S)\to L^p(T)} \leqslant \alpha\beta$.

Доказательство. Оценим норму Kz в пространстве $L^p(T)$ при произвольном $z \in L^p(S)$:

$$\|Kz\|^p_{L^p(T)} = \int_T \left|\int_S K(t,s)z(s)\, ds\right|^p dt =$$
$$= \int_T \left|\int_S \big[K(t,s)\big]^{1/p'}\big[v(s)\big]^{1/p'}\big[K(t,s)\big]^{1/p}\big[v(s)\big]^{-1/p'} z(s)\, ds\right|^p dt.$$

Применим неравенство Гёльдера

$$\|Kz\|^p_{L^p(T)} \leqslant \int_T \left[\left(\int_S K(t,s)v(s)\,ds \right)^{1/p'} \left(\int_S K(t,s)\big[v(s)\big]^{-p+1}\big|z(s)\big|^p\,ds \right)^{1/p} \right]^p dt.$$

Воспользуемся тем, что $p/p' = p-1$, и неравенством (2)

$$\|Kz\|^p_{L^p(T)} \leqslant \int_T \left(\int_S K(t,s)v(s)\,ds \right)^{p-1} \left(\int_S K(t,s)\big[v(s)\big]^{-p+1}\big|z(s)\big|^p\,ds \right) dt \leqslant$$

$$\leqslant \int_T \alpha u(t) \left(\int_S K(t,s)\big[v(s)\big]^{-p+1}\big|z(s)\big|^p\,ds \right) dt.$$

Воспользуемся теоремой Тонелли ([20], с. 65), позволяющей изменить порядок интегрирования, и неравенством (3)

$$\|Kz\|^p_{L^p(T)} \leqslant \alpha \int_S \int_T K(t,s)u(t)\,dt\big[v(s)\big]^{-p+1}\big|z(s)\big|^p\,ds \leqslant$$

$$\leqslant \alpha \int_S \beta\big[v(s)\big]^{p-1}\big[v(s)\big]^{-p+1}\big|z(s)\big|^p\,ds = \alpha\beta\|z\|^p_{L^p(S)}.$$

Поэтому $\|K\|^p_{L^p(S)\to L^p(T)} \leqslant \alpha\beta$. □

Замечание 1. Измеримость функций $K(t,\cdot)v(\cdot)$ и $K(\cdot,s)u(\cdot)$, применяемая в доказательстве, следует из измеримости функции $K(\cdot,\cdot)$ в силу теоремы Тонелли ([20], с. 65) и свойств измеримых функций. Суммируемость функции $K(t,\cdot)z(\cdot)$ вытекает из того факта, что $p>1$ и L^p является подпространством пространства суммируемых функций.

Замечание 2. Эффективность применения леммы A зависит от удачного выбора пары функций u и v, удовлетворяющих ее условиям. Сама лемма A не содержит никаких рекомендаций, однако примеры показывают, что для широкого класса сингулярных интегральных операторов, например, для некоторых обобщений оператора Чезаро [21] выбор необходимой пары функций не составляет труда.

3. Основной результат.

Лемма 1. *Спектральный радиус оператора $\mathcal{A}_\rho$ в пространстве L^p не может быть больше $p'/\rho^{1/p'}$.*

Доказательство. Оценим норму оператора $\mathcal{A}_\rho$ с помощью леммы A. Для ее применения положим $T = S = (0,\infty)$. На декартовом произведении $T\times S$ определим функцию $\mathcal{A}_\rho(\cdot,\cdot)$ равенством $\mathcal{A}_\rho(t,s) = \frac{1}{t}\theta\big(\frac{t}{\rho} - s\big)$, где $\theta(\tau) = \begin{cases} 1, & \text{если } \tau \geqslant 0; \\ 0, & \text{если } \tau < 0. \end{cases}$ Тогда для любой функции $z \in L^p$ справедливо $(\mathcal{A}_\rho z)(t) = \int\limits_0^\infty \mathcal{A}_\rho(t,s)z(s)\,ds$.

В качестве функций u и v выберем функции $u(t) = t^{-1/p'}$, $v(s) = s^{-1/p}$. Покажем справедливость неравенств (2) и (3) и найдем соответствующие значения α и β.

Выражение $\int\limits_S \mathcal{A}_\rho(t,s)v(s)\,ds$ имеет вид $\int\limits_0^\infty \frac{1}{t}\theta\big(\frac{t}{\rho} - s\big)s^{-1/p}\,ds = \frac{p'}{\rho^{1/p'}}t^{-1/p}$.

Вычислим $\Big[\int\limits_S \mathcal{A}_\rho(t,s)v(s)\,ds\Big]^{p-1}$. Получим $\big(t^{-1/p}\big)^{p-1} = u(t)$ в силу соотношения между p и p'; $\alpha = (p'/\rho^{1/p'})^{p-1}$.

Аналогично предыдущему можно показать, что

$$\int_T \mathcal{A}_\rho(t,s)u(t)\,dt = \int_0^{+\infty} \frac{1}{t}\theta\left(\frac{t}{\rho}-s\right)t^{-1/p'}\,dt = \frac{p'}{\rho^{1/p'}}s^{-1/p'},$$

т. е. $\beta = p'/\rho^{1/p'}$ и $\left(s^{-1/p'}\right)^{1/(p-1)} = s^{-1/p} = v(s)$.

Итак, $\alpha = (p'/\rho^{1/p'})^{p-1}$ и $\beta = p'/\rho^{1/p'}$. Следовательно, в силу леммы А $\|\mathcal{A}_\rho\|_{L^p} \leqslant p'/\rho^{1/p'}$. Поэтому ([20], с. 106) спектральный радиус $r\left(\mathcal{A}_\rho\right)$ оператора $\mathcal{A}_\rho$ удовлетворяет неравенству $r\left(\mathcal{A}_\rho\right) \leqslant p'/\rho^{1/p'}$. □

Лемма 2. *Спектральный радиус оператора $\mathcal{A}_\rho$ в пространстве L^p не может быть меньше $\frac{p'}{\rho^{1/p'}}$.*

Доказательство. I. Покажем, что

$$\left(\mathcal{A}_\rho^n z\right)(t) = \frac{1}{(n-1)!}\frac{1}{t}\int_0^{t/\rho^n}\left(\ln\frac{t}{\rho^n s}\right)^{n-1}z(s)\,ds. \tag{4}$$

Так как

$$\left(\mathcal{A}_\rho^{n+1} z\right)(t) = \frac{1}{t}\int_0^{t/\rho}\left(\mathcal{A}_\rho^n z\right)(s)\,ds, \tag{5}$$

то методом математической индукции получим

$$\left(\mathcal{A}_\rho^{n+1} z\right)(t) = \frac{1}{n!}\frac{1}{t}\int_0^{t/\rho^{n+1}}\left(\ln\frac{t}{\rho^{n+1} s}\right)^{n}z(s)\,ds.$$

Начнем с $n=1$:

$$\left(\mathcal{A}_\rho^1 z\right)(t) \equiv (\mathcal{A}_\rho z)(t) = \frac{1}{t}\int_0^{t/\rho} z(s)\,ds \equiv \frac{1}{0!}\frac{1}{t}\int_0^{t/\rho^1}\left(\ln\frac{t}{\rho^1 s}\right)^0 z(s)\,ds.$$

Далее, в силу (4) и (5) имеем

$$\left(\mathcal{A}_\rho^{n+1} z\right)(t) = \frac{1}{t}\int_0^{t/\rho}\frac{1}{(n-1)!}\frac{1}{s}\int_0^{s/\rho^n}\left(\ln\frac{s}{\rho^n\tau}\right)^{n-1}z(\tau)\,d\tau\,ds.$$

Изменение порядка интегрирования в последнем равенстве, ссылка на теорему Тонелли ([20], с. 65) и вычисление внутреннего интеграла $\int\limits_{\rho^n\tau}^{t/\rho}\left(\ln\frac{s}{\rho^n\tau}\right)^{n-1}\frac{1}{s}\,ds$ завершают доказательство формулы (4).

II. Покажем, что существует последовательность $z_m \in L^p$ такая, что $\|z_m\|_{L^p} = 1$ для всех натуральных значений m и соответствующая последовательность $\|\mathcal{A}_\rho^n z_m\|_{L^p}$ такова, что $\lim\limits_{m\to+\infty}\|\mathcal{A}_\rho^n z_m\|_{L^p} \geqslant \left(\frac{p'}{\rho^{1/p'}}\right)^n$.

Положим $z_m(t) = \begin{cases} c_m t^{(1-m)/mp}, & \text{если } t\in(0,m];\\ 0, & \text{если } t\in(m,+\infty).\end{cases}$

Из условия $\|z_m\|_{L^p} = 1$ получим $c_m = m^{-(m+1)/mp}$. Теперь оценим норму выражения $\mathcal{A}_\rho^n z_m$ в пространстве L^p. Для этого запишем при $t \leqslant m\rho^n$ выражение

$$\left(\mathcal{A}_\rho^n z_m\right)(t) = c_m\frac{1}{(n-1)!}\frac{1}{t}\int_0^{t/\rho^n}\left(\ln\frac{t}{\rho^n s}\right)^{n-1}s^{(1-m)/mp}\,ds. \tag{6}$$

После замены переменной $\zeta = \left(\frac{1}{p'} + \frac{1}{mp}\right) \ln \frac{t}{\rho^n s}$ выражение (6) принимает вид

$$\left(\mathcal{A}_\rho^n z_m\right)(t) = t^{-(m-1)/mp} \left(\frac{mp}{(p-1)m+1} \rho^{-[(p-1)m+1]/mp} \right)^n.$$

Оценим норму $\mathcal{A}_\rho^n z_m$ в пространстве L^p снизу

$$\left\|\mathcal{A}_\rho^n z_m\right\|_{L^p}^p \geqslant c_m^p \left(\frac{mp}{(p-1)m+1} \rho^{-[(p-1)m+1]/mp} \right)^{np} \int_0^m t^{-1+1/m}\, dt =$$
$$= \left(\frac{mp}{(p-1)m+1} \rho^{-[(p-1)m+1]/mp} \right)^{np}.$$

Поэтому $\lim\limits_{m\to+\infty} \|\mathcal{A}_\rho^n z_m\|_{L^p} \geqslant (p'/\rho^{1/p'})^n$, следовательно, для любого натурального значения n справедливо неравенство

$$\|\mathcal{A}_\rho^n\|_{L^p} \geqslant \left(\frac{p'}{\rho^{1/p'}} \right)^n \tag{7}$$

и $\lim\limits_{n\to+\infty} \|\mathcal{A}_\rho^n\|_{L^p}^{1/n} \geqslant (p'/\rho^{1/p'})$.

Последнее неравенство означает, что спектральный радиус $r(\mathcal{A}_\rho)$ оператора $\mathcal{A}_\rho$ не может быть меньше $p'/\rho^{1/p'}$. Неравенство (7) при $n = 1$ гарантирует ограниченность снизу $\|\mathcal{A}_\rho\|_{L^p}$ числом $p'/\rho^{1/p'}$. □

Из лемм 1, 2 следует

Теорема 1. *Оператор $\mathcal{A}_\rho$ действует в пространстве L^p и является ограниченным оператором. Норма и спектральный радиус оператора $\mathcal{A}_\rho$ равны $p'/\rho^{1/p'}$.*

Теорема 2. *Пусть $|k| < \frac{1}{p'}\rho^{1/p'}$. Тогда оператор $I + k\mathcal{A}_\rho : L^p \to L^p$ обратим, причем обратный к нему оператор имеет вид $\left(\Lambda_\rho z\right)(t) = z(t) + \frac{1}{t} \sum\limits_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{k^n}{(n-1)!} \int\limits_0^{t/\rho^n} \left(\ln \frac{t}{\rho^n s}\right)^{n-1} z(s)\, ds.$*

Доказательство. Если $|k| < \frac{1}{p'}\rho^{1/p'}$, то норма оператора $k\mathcal{A}_\rho$ меньше единицы. Поэтому оператор $I + k\mathcal{A}_\rho$ обратим. Обратный оператор представим в виде суммы ряда Неймана, причем этот ряд сходится. Поэтому обратный оператор имеет вид

$$\Lambda_\rho \equiv \left(I + k\mathcal{A}_\rho\right)^{-1} = I - k\mathcal{A}_\rho + k^2\mathcal{A}_\rho^2 - k^3\mathcal{A}_\rho^3 + \cdots .$$

Здесь оператор $\mathcal{A}_\rho^n$ определяется равенством (4) в силу доказательства леммы 2. □

Значение $k = -\frac{1}{p'}\rho^{1/p'}$ оказывается критическим для оператора вида $I + k\mathcal{A}_\rho$. В приложении к функционально-дифференциальным уравнениям важное значение имеет

Теорема 3. *Если $|k| < \frac{1}{p'}\rho^{1/p'}$, то оператор $\Lambda_\rho : L^p \to L^p$ представим в виде $I + K_\rho$, где K_ρ является линейным интегральным вольтерровым оператором и его ядро $K_\rho(t,s)$ имеет вид $\frac{1}{t} \sum\limits_{n=1}^{\left[\log_\rho \frac{t}{s}\right]} (-1)^n \frac{k^n}{(n-1)!} \left(\ln \frac{t}{\rho^n s}\right)^{n-1}$. Здесь $[a]$ — целая часть числа a.*

Доказательство. Напомним, что оператор $V : X \to Y$ ([5], с. 64) называется вольтерровым, если для каждого $c \in (0,b)$ и для всех таких $x \in X$, что $x(t) = 0$ при $t \in [0,c]$, равенство $(Vx)(t) = 0$ выполняется на отрезке $t \in [0,c]$. В силу теоремы 2 при $|k| < \frac{1}{p'}\rho^{1/p'}$

ряд $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{k^n}{(n-1)!}\int\limits_0^{t/\rho^n}\left(\ln\frac{t}{\rho^n s}\right)^{n-1}z(s)\,ds$ сходится. Поэтому ([20], с. 72) допустима перемена порядка суммирования и интегрирования. Следовательно, ядро $K_\rho(t,s)$ оператора K_ρ принимает вид

$$K_\rho(t,s)=\frac{1}{t}\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{k^n}{(n-1)!}\left(\ln\frac{t}{\rho^n s}\right)^{n-1}\theta(t-\rho^n s)=\frac{1}{t}\sum_{n=1}^{[\log_\rho\frac{t}{s}]}(-1)^n\frac{k^n}{(n-1)!}\left(\ln\frac{t}{\rho^n s}\right)^{n-1}$$

и оператор K_ρ определяется равенством $(K_\rho z)(t)=\int\limits_0^t K_\rho(t,s)z(s)\,ds.$ □

Литература

[1] Васильев Н.И., Клоков Ю.А. *Основы теории краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений* (Зинантне, Рига, 1978).

[2] Parter S.V., Stein M.L., Stein P.S. *On the multiplicity of solutions of a differential equation arising in chemical reactor theory*, Stud. Appl. Math. **LIV** (4), 293–314 (1975).

[3] Williams L.R., Leggett R.W. *Multiple fixed point theorems for problems in chemical reactor theory*, J. Math. Anal. and Appl., № 69, 180–193 (1979).

[4] Кигурадзе И.Т., Шехтер Б.Д. *Сингулярные краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений*, Итоги науки и техники. Сер. Современ. пробл. матем.: Новые достижения **30**, 105–201 (1987).

[5] Азбелев Н.В., Максимов В.П., Рахматуллина Л.Ф. *Элементы современной теории функционально-дифференциальных уравнений. Методы и приложения* (Ин-т компьютерных исследований, М., 2002).

[6] Абдуллаев А.Р. *О разрешимости задачи Коши для сингулярного уравнения второго порядка в критическом случае*, Тр. ин-та прикл. матем. им. И.Н. Векуа, № 37, 5–12 (1990).

[7] Азбелев Н.В., Алвеш М.Ж., Бравый Е.И. *О сингулярной краевой задаче для линейного дифференциального уравнения второго порядка*, Изв. вузов. Матем., № 2, 3–11 (1999).

[8] Плаксина И.М. *Об одной модельной сингулярной задаче*, Вестн. Пермск. ун-та. Матем. Механ. Информатика, № 1, 19–23 (2010).

[9] Плаксина И.М. *Об одном сингулярном линейном функционально-дифференциальном уравнении*, Изв. вузов. Матем., № 2, 92–96 (2012).

[10] Плаксина И.М. *О положительности функции Коши сингулярного линейного функционально-дифференциального уравнения*, Изв. вузов. Матем., № 10, 16–23 (2013).

[11] Кунгурцева А.В. *Об одном классе краевых задач для сингулярных уравнений*, Изв. вузов. Матем., № 12, 30–36 (1995).

[12] Плехова Э.В. *Разрешимость задачи Коши для сингулярного дифференциального уравнения*, Вестн. ПГТУ. Прикл. матем. и механ., № 9, 177–182 (2011).

[13] Абдуллаев А.Р., Плехова Э.В. *О спектре оператора Чезаро*, Научно-технич. вестн. Поволжья, № 4, 33–37 (2011).

[14] Agarwal R.P., O'Regan D., Zernov A. E. *A singular initial value problem for some functional differential equations*, J. Appl. Math. and Stochastic Anal., № 3, 261–270 (2004).

[15] Пелюх Г.П., Бельский Д.В. *Об асимптотических свойствах решений дифференциально-функциональных уравнений с линейно преобразованным аргументом*, Нелінійні коливання **10** (1), 144–160 (2007).

[16] Харди Г.Г., Литтльвуд Дж.Е., Полиа Г. *Неравенства* (ГИИЛ, М., 1948).

[17] Muntean I. *The spectrum of the Cesaro operator*, Mathematica. Revue d'analyse numerique et de theorie de l'approximation **22** (1), 97–105 (1980).

[18] Rhoades B.E. *Norm and spectral properties of some weighted mean operators*, Mathematica. Revue d'analyse numerique et de theorie de l'approximation **26** (2), 143–152 (1984).

[19] Халмош П., Сандер В. *Ограниченные интегральные операторы в пространствах L^2* (Наука, М., 1985).

[20] Хатсон В., Пим Дж. *Приложения функционального анализа и теории операторов* (Мир, М., 1983).

[21] Абдуллаев А.Р., Плаксина И.М. *Об одном методе оценки норм сингулярных интегральных операторов*, Вестн. Пермск. ун-та. Матем. Механ. Информатика, № 2, 5–8 (2013).

А.Р. Абдуллаев

профессор, заведующий кафедрой высшей математики,
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Комсомольский пр., д. 29, г. Пермь, 614990, Россия,

`e-mail:` h.m@pstu.ru

И.М. Плаксина

аспирант, кафедра высшей математики,
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Комсомольский пр., д. 29, г. Пермь, 614990, Россия,

`e-mail:` impl@list.ru

A.R. Abdullaev and I.M. Plaksina

An estimate of spectral radius of one singular integral operator

Abstract. In this paper we find the spectral radius of an integral operator which is a generalization of the Cesaro operator.

Keywords: Cesaro operator, singular equations, functional-differential equations.

A.R. Abdullaev

Professor, Head of the Chair of Higher Mathematics,
State National Research Polytechnical University of Perm,
29 Komsomolskii Ave., Perm, 614990 Russia,

`e-mail:` h.m@pstu.ru

I.M. Plaksina

Postgraduate, Chair of Higher Mathematics,
State National Research Polytechnical University of Perm,
29 Komsomolskii Ave., Perm, 614990 Russia,

`e-mail:` impl@list.ru