

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной деятельности КФУ

Проф. Д.К. Нургалеев



" 10 " 2015 г.

**Программа дисциплины**

Б1.В.ДВ.1 Современные вопросы математического моделирования

Направление подготовки: 09.06.01 Информатика и вычислительная техника

Направленность (профиль) подготовки: 05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Квалификация выпускника «Исследователь. Преподаватель-исследователь»

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Казань 2015

## 1. КРАТКАЯ АННОТАЦИЯ

Познакомить с основными принципами и методами построения математических моделей в основных областях современной науки и человеческой деятельности. Дать представление о методах теоретического исследования моделей. Описать современные методы компьютерных реализаций математических моделей.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОПОП

Курс «Современные вопросы математического моделирования» входит в разряд дисциплин по выбору.

Осваивается на 2 курсе в 4 семестре.

Для успешного освоения данной дисциплины нужно освоение в качестве предшествующих следующих дисциплин: «Введение в высокопроизводительные вычисления», «Современные вопросы математического моделирования», «Фундаментальные вопросы математического моделирования механики сплошной среды»

## 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

**Знать:** основные принципы и методы построения математических моделей процессов и систем в различных предметных областях

**Уметь:** строить, исследовать и применять компьютерные реализации математических моделей, интерпретировать результаты работы соответствующих программных комплексов.

**Владеть:** современными математическими средствами в различных прикладных науках о природе и обществе

**Демонстрировать способность и готовность:** использовать математические средства в сотрудничестве со специалистами различных естественных и гуманитарных наук и их приложений, применять полученные знания на практике.

В результате освоения дисциплины формируются компетенции:

<b>Шифр компетенции</b>	<b>Расшифровка приобретаемой компетенции</b>
ПК- 2	способность подготавливать научные работы для публикации в ведущих российских и международных изданиях, а также выступления на российских и международных научно-практических конференциях

#### 4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов (лекции 18 ч., практика 18 ч., самостоятельная работа 72 ч.).

№	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)		
				лекции	практика	самост. работа
1	Задачи Ламе.	4	1	2	2	8
2	Задача о кручении стержня. Принцип Сен-Венана в теории стержней, нагруженных на торцах.	4	2	2	2	8
3	Элементарная теория изгиба стержней. Модель Кирхгофа изгиба стержней.	4	3	2	2	8
4	Задачи об изгибе пластин. Модель Кирхгофа – Лява изгиба тонкой упругой изотропной пластины.	4	4,5	2	2	8
5	Уравнения движения идеальной жидкости.	4	6,7	2	2	8
6	Законы вихревого течения.	4	8,9	2	2	8
7	Слабые и сильные разрывы.	4	10,11	2	2	8
8	Теоремы о единственности решения нестационарных уравнений Навье – Стокса.	4	12,13	2	2	8
9	Уравнения пограничного слоя.	4	14,15	2	2	8

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Задачи Ламе.

Постановка задач Ламе о равновесии аолого цилиндра и полого шара, нагруженных внутренним давлением. Точные решения задач полуобратным методом. Предельные случаи. Интерпретация решений.

**Тема 2. Задача о кручении стержня. Принцип Сен-Венана в теории стержней, нагруженных на торцах.**

Постановка задачи о кручении стержня. Сведение к граничным задачам для уравнения Пуассона в плоской области. Теорема о максимуме напряжений. Точное решение для кругового цилиндра.

**Тема 3. Элементарная теория изгиба стержней. Модель Кирхгофа изгиба стержней.**

Сведение к граничным задачам для обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка. Примеры точных решений и их механическая интерпретация. Задача об оптимизации сечения стержня.

**Тема 4. Задачи об изгибе пластин. Модель Кирхгофа – Лява изгиба тонкой упругой изотропной пластины.**

Вариационный метод сведения к граничным задачам для бигармонического уравнения. Теоремы единственности решений. Примеры точных решения в задачах изгиба пластин. Механическая интерпретация.

**Тема 5. Уравнения движения идеальной жидкости.**

Постановки основных типов граничных задач. Линии тока, вихревые линии. Элементарные решения.

**Тема 6. Законы вихревого течения.**

Теоремы Бельтрами, Лагранжа – Клеро, три теоремы Гельмгольца. Формулировки, доказательства, физические интерпретации.

**Тема 7. Слабые и сильные разрывы.**

Звуковые волны как поверхности слабого разрыва. Сильные разрывы. Ударные волны в газе. Условия Гюгонио на ударной волне. Физическая интерпретация.

**Тема 8. Теоремы о единственности решения нестационарных уравнений Навье – Стокса.**

Теоремы единственности решений для стационарных и нестационарных задач системы уравнений Навье – Стокса. Вспомогательные функциональные неравенства. Доказательства теорем.

**Тема 9. Уравнения пограничного слоя.**

Вывод уравнений пограничного слоя в окрестности плоской стенки в вязкой несжимаемой жидкости. Асимптотический анализ системы уравнений пограничного слоя.

## **5. Образовательные технологии**

Обучение происходит в форме лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Современные численные методы линейной алгебры" на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения

задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## **6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

### **ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО КУРСУ**

1. Анализ базовых математических моделей представленных в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Исследование вариационных задач, возникающих при моделировании механических систем с точки зрения корректности этих задач и трудоемкости их численной реализации.
3. Построение и исследование простейших моделей экономической деятельности в виде оптимизационных задач, в виде систем дифференциальных уравнений, описывающих динамику соответствующих процессов.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА АСПИРАНТОВ (СРА) включает следующие виды работ: создание учебных программных комплексов, реализующих простейшие математические модели механических систем в среде Matlab. Проведение соответствующих расчетов. Анализ результатов работы программного комплекса. Написание отчета.

## **7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

### **7.1. Регламент дисциплины**

**Форма контроля:** зачет

**Промежуточная форма контроля** – оценка успешности выполнения самостоятельных заданий

### **7.2. Оценочные средства текущего контроля**

Примеры вопросов для самостоятельной работы

1. Сформулировать определяющие соотношения линейной теории упругости.
2. Поставить основные граничные задачи линейной теории упругости.
3. Сформулировать и доказать теоремы единственности решения для стационарных граничных задач линейной теории упругости.
4. Сформулировать и доказать вариационные принципы Лагранжа и Кастильяно для линейных задач теории упругости.
5. Дать постановку задачи о кручении изотропного упругого стержня.
6. Вывести уравнения изгиба тонкой изотропной упругой пластины.
7. Сформулировать основные законы вихревого движения идеальной жидкости.
8. Сформулировать основные законы движения безвихревого движения идеальной жидкости.
9. Вывести уравнения течения в пограничном слое вязкой несжимаемой жидкости

### 7.3. Вопросы к зачету

1. Выписать градиент деформации в основных ортогональных системах координат.
2. Сформулировать и доказать теорему Коши о существовании тензора напряжений.
3. Записать и прокомментировать уравнения движения сплошной среды в дифференциальной форме.
4. Поставить граничные условия на подвижных стенках различных форм для потока вязкой жидкости.
5. Сформулировать понятие трубки тока и вихревой трубки.
6. Решать задачу о течении вязкой жидкости в неограниченном полупространстве
7. Силы в механике сплошной среды. Основные законы движения
8. Деформация тела и ее характеристики.
9. Линейно вязкое тело. Определяющие соотношения. Уравнения движения.
10. Пространственное описание движения. Интегральное уравнение баланса массы
11. Градиенты векторных функций векторного аргумента. Определение, вычисление в различных системах координат.
12. Определяющие соотношения. Принцип локальности. Принцип независимости от системы отсчета.

### 7.4. Таблица соответствия компетенций, критериев оценки их освоения и оценочных средств

Индекс компетенции	Расшифровка компетенции	Показатель формирования компетенции для данной дисциплины	Оценочное средство
ПК-2	способность подготавливать научные работы для публикации в ведущих российских и международных изданиях, а также выступления на российских и международных научно-практических конференциях	С учетом полученных знаний, аспирант способен подготавливать научные работы для публикации в ведущих российских и международных изданиях, а также выступления на российских и международных научно-практических конференциях	Подготовка публикации аспирантом, выступление на итоговой конференции

### 8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ОСВОЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В процессе обучения аспирантов по дисциплине основными формами обучения являются: аудиторные занятия, включающие лекции, и самостоятельная работа. Тематика лекций соответствует содержанию программы дисциплины

Обязательным условием освоения дисциплины является самостоятельная работа аспиранта, выполнение которой аспирант демонстрирует при выполнении самостоятельных работ. Подобная форма обучения развивает навыки поиска научной литературы, ее анализа, составления резюме прочитанного текста, приемов аргументации защищаемых гипотез, т.е. ведения научно-исследовательской работы и ее защиты в рамках профессиональных дискуссий. Аналогичные цели должны преследоваться и при

ориентации аспирантов на самостоятельный поиск новых материалов по текущим разделам и чтение дополнительной литературы.

### **Методические рекомендации по самостоятельной работе аспирантов**

Самостоятельная работа является обязательной составляющей деятельности аспиранта по изучению дисциплины. Самостоятельная работа направлена на более глубокое изучение отдельных тем дисциплины, систематизацию полученных знаний. Задания для самостоятельной работы включают виды работ, перечисленные выше. В программе дисциплины также указана трудоемкость самостоятельной работы по каждой из тем. Это – время, необходимое для выполнения всех заданий по теме аспирантом с хорошей успеваемостью и средним темпом работы. Время, затрачиваемое каждым конкретным аспирантом, может существенно отличаться от указанного. В связи с этим, планирование рабочего времени каждым аспирантом должно осуществляться самостоятельно. Однако можно выделить некоторые общие рекомендации. Начинать самостоятельные занятия следует с начала семестра и проводить их регулярно. Не следует откладывать работу из-за «нерабочего настроения». Не следует пытаться выполнить всю самостоятельную работу за один день, накануне представления ее результатов. В большинстве случаев это просто физически невозможно. Гораздо более эффективным является распределение работы на несколько дней: это способствует более качественному выполнению заданий и лучшему усвоению материала. Важно полнее учесть обстоятельства своей работы, уяснить, что является главным на данном этапе, какую последовательность работы выбрать, чтобы выполнить ее лучше и с наименьшими затратами времени и энергии. Для плодотворной работы немаловажное значение имеет обстановка, организация рабочего места. Место работы, по возможности, должно быть постоянным. Работа на привычном месте более плодотворна. Продуктивность работы зависит от правильного чередования труда и отдыха. Помните, что максимальная длительность устойчивости внимания – 45 минут. При появлении рассеянности есть необходимость прервать работу на 3 – 5 минут, но не следует покидать рабочее место. Каждые 1.5 – 2 часа необходимо делать перерыв на 10-15 минут. Желательно сопровождать перерыв интенсивной физической активностью.

## **9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **9.1. Основная литература**

1. Юдович В.И. Математические модели естественных наук .СПб.: Лань, 2011. - 336с.

<http://e.lanbook.com/view/book/689/page1/>

2. Нигматулин Р.И. Механика сплошной среды : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010701 "Фундаментальная механика и механика" и направлению подготовки 010800 "Механика и математическое моделирование". Кинематика. Динамика. Термодинамика. Статистическая динамика / Р. И. Нигматулин .— Москва : ГЭОТАР-Медиа, 2014 .— 639 с. : ил. ; 25 .— Библиогр.: с. 627-629 .— Предм. указ.: с. 630-639 .— ISBN 978-5-9704-2898-6 ((в пер.)) , 1000.

### **9.2. Дополнительная литература**

1. Карчевский М.М., Шагидуллин Р.Р. Математические модели механики сплошной среды : учеб. пособие .— Казань : Казан. гос. ун-т, 2007

2. Математическое моделирование в механике сплошных сред [Электронный ресурс] / Р. Темам, А. Миранвиль; пер. с англ. – 2-е изд.(эл.) – М.: БИНОМ. Лаборатория

знаний, 2014. -320с: ил. – (математическое моделирование) ISBN 978 -5-9963-2312-8  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=50538](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=50538)

3. Плохотников, К. Э. Метод и искусство математического моделирования [Электронный ресурс] : курс лекций / К. Э. Плохотников. – М. : ФЛИНТА, 2012. – 519 с.  
<http://znanium.com/bookread.php?book=456334>

### **9.3. Интернет-ресурсы:**

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>

Сайт образовательных ресурсов по математике - <http://www.exponenta.ru/>

Справочник по компьютерной математике - <http://www.users.kaluga.ru/math/>

## **10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Аудитория, оборудованная современными мультимедийными средствами.  
Компьютерный класс с предустановленными указанными в предыдущем пункте программными средствами.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО аспирантуры (Приказ Минобрнауки РФ от 30.07.2014 № 875)

Автор(ы): Крачевский М.М.

Рецензенты:

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии Института ВМиИТ КФУ от 9 сентября 2015 года, протокол № 1.