

УДК 519.6

Кочнева Елена Анатольевна, старший преподаватель, Набережночелнинский институт ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», elena2682891@gmail.com.

МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ОБОБЩЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕССОВ.

Аннотация: На основе экспериментальных данных получены графические изображения зависимости основных характеристик получаемого порошка путем диспергирования металлического стержня от параметров разряда: плотности тока и силы тока. После обработки данных методом наименьших квадратов выведены формулы обобщенных зависимостей, достаточно хорошо аппроксимирующих результаты экспериментов.

Ключевые слова: экспериментальные данные; аппроксимация; метод наименьших квадратов.

Часто при исследовании результатов экспериментальных данных удобно представлять их в графическом виде. Достаточно наглядно это можно сделать, если число переменных не более трех. В противном случае можно изобразить результаты исследований по некоторым сечениям, считая часть переменных постоянными. Иногда, применяя методы аппроксимации, задачу удастся существенно упростить.

В качестве примера рассмотрим результаты экспериментов при образовании порошка путем диспергирования металлического стержня. Имеются две сводные таблицы с экспериментальными данными. В первой - количество получаемого порошка Π , во второй - диаметр полученных частиц D . Оба параметра зависят от плотности тока j и силы тока I .

Таблица 1

Количество получаемого порошка Π в зависимости
от плотности тока j и силы тока I

	Π
--	-------

$\begin{matrix} I \\ j \end{matrix}$	0,6	0,7	0,8	0,9	1
1	47,78	65	60	72,5	122,5
2	60	75	90	110	138
3	63,5	78,33	97,05	121	141,5
4	65	80	98,57	123,6	143,12
5	66	80,85	99,75	124,27	145
6	66,67	81,67	100,91	125	145,19

Таблица 2

Зависимость диаметра полученных частиц D
от плотности тока j и силы тока I

	D				
$\begin{matrix} I \\ j \end{matrix}$	0,6	0,7	0,8	0,9	1
1	2	3	4	5	6
0,5	20				
0,75		22			
0,9			30		
1,1				47	
1,2					59
1,25	21				
1,4		29			
1,8			39		
2,2		32			
2,5				55	68
1	2	3	4	5	6
2,9		39			

3			54	63	92
3,5			58		
3,8	30			74	100
4,4		51	60		
4,8	38				
5				88	126
5,8	39	56	67		
6,5				111	146

На основе этих данных построены графики: первый характеризует зависимость количества получаемого порошка Π от двух параметров: плотности тока j и силы тока I , второй - зависимость диаметра полученных частиц D от этих же двух параметров (рис.1,2).

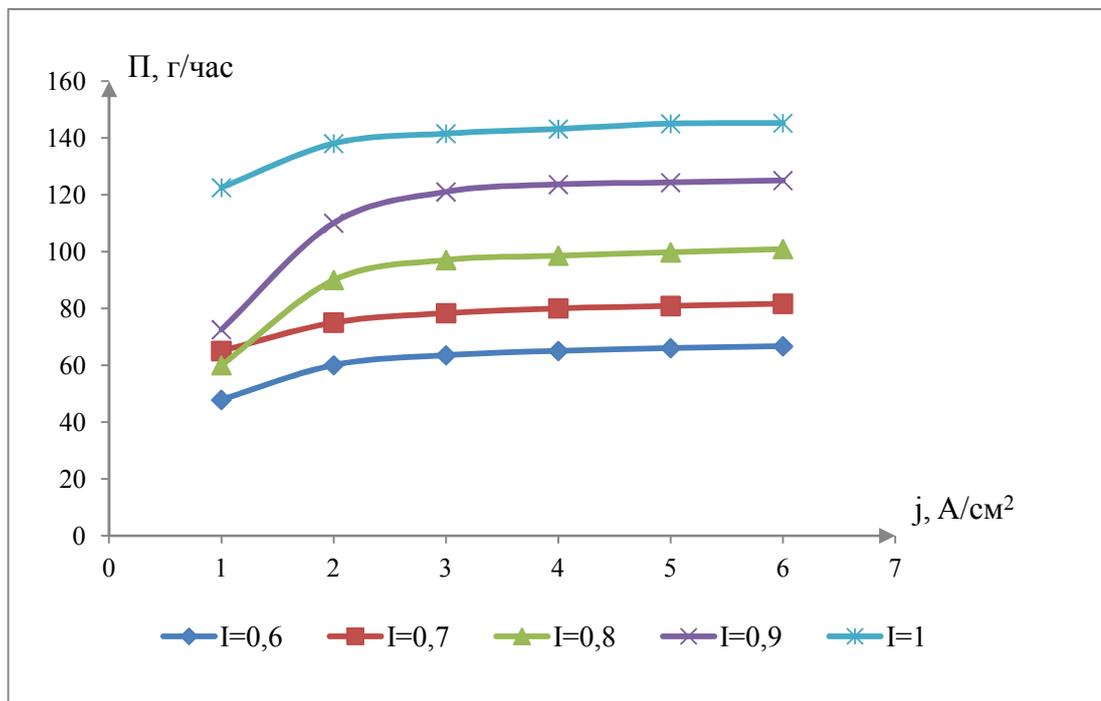


Рис. 1. Зависимость количества получаемого порошка Π от плотности тока j и силы тока I

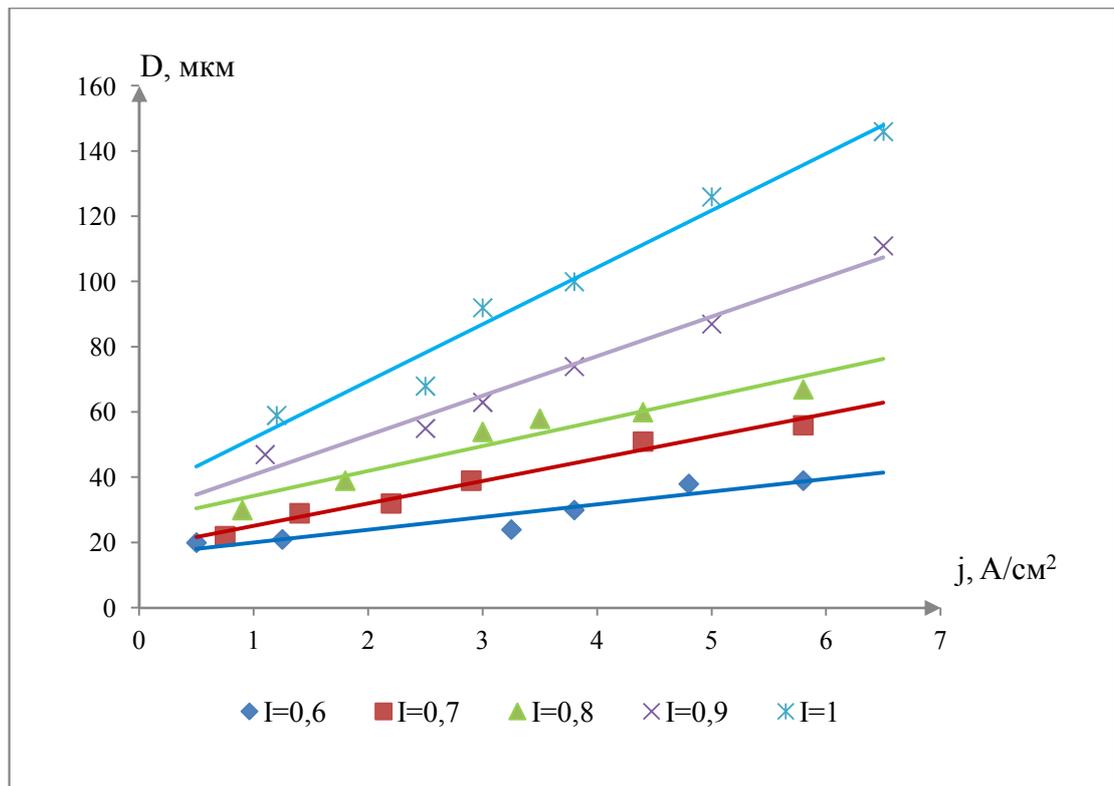


Рис. 2. Зависимость диаметра полученных частиц D от плотности тока j и силы тока I

Поставим задачу привести эти зависимости к такому виду, когда они будут представимы, как функции одного переменного. Для решения этой задачи необходимо, прежде всего, аппроксимировать эти зависимости достаточно простыми аналитическими выражениями.

Из рис. 1 видно, что графики $\Pi(j)$ при разных значениях I достаточно точно аппроксимируются уравнениями гиперболы:

$$\Pi = \Pi_{\text{пр}} + \frac{k}{j - j_{\text{кр}}} . \quad (1)$$

Из экспериментов известно, что образование порошка начинается для любых значений I при $j_{\text{кр}} \approx 0,5$. Таким образом, в соотношении (1) от параметра I зависят только величины $\Pi_{\text{пр}}$ и k .

Зависимость $D(j)$ (рис.2) можно представить в виде уравнений прямых:

$$D = aj + b . \quad (2)$$

В соотношениях (1) и (2) значения постоянных a , b , $\Pi_{\text{пр}}$, k меняются в зависимости от различных значений I , т. е. являются функциями параметра I . Постоянные, соответствующие различным значениям I , полученные методом наименьших квадратов, представлены в таблице:

Таблица 3

Соответствие значений постоянных и силы тока I

I \ постоянные	$\Pi_{\text{пр}}(I)$	$k(I)$	$a(I)$	$b(I)$
0,6	69,13	-14,06	4	16
0,7	84	-14,18	6	22
0,8	103,1	-15,19	7,5	25
0,9	128,4	-18,39	12	28
1	149,4	-19,69	18	32

При графическом изображении параметров $a(I)$, $b(I)$, $\Pi_{\text{пр}}(I)$, $k(I)$ видно, что их возможно искать в виде:

$$\Pi_{\text{пр}} = \Pi_{\text{пр}}(I) = \gamma I^{\gamma_0} ;$$

$$k = k(I) = -\rho I^{\rho_0} ;$$

$$a = a(I) = \alpha I^{\alpha_0} ;$$

$$b = b(I) = \beta I^{\beta_0} .$$

В этом случае соотношения (1) и (2) можно записать в виде:

$$\Pi = \gamma I^{\gamma_0} - \frac{\rho I^{\rho_0}}{j - j_{\text{кр}}} ;$$

$$D = \alpha I^{\alpha_0} j + \beta I^{\beta_0} .$$

Отсюда получим

$$\Pi = I^{\gamma_0} \left[\gamma - \frac{\rho}{(j - j_{\text{кр}}) I^{\gamma_0 - \rho_0}} \right] ;$$

$$D = I^{\beta_0}(\alpha I^{\alpha_0 - \beta_0} j + \beta).$$

Обозначив

$$\Pi I^{-\gamma_0} = \Pi^*,$$

$$D I^{-\beta_0} = D^*,$$

$$(j - j_{\text{кр}}) I^{\gamma_0 - \rho_0} = j^*,$$

$$I^{\alpha_0 - \beta_0} j = j^{**}$$

будем иметь следующие обобщенные зависимости:

$$\Pi^* = \gamma - \frac{\rho}{j^*},$$

$$D^* = \alpha j^{**} + \beta.$$

Применяя метод наименьших квадратов, находим неизвестные коэффициенты:

$$\rho_0 = 0,9122, \quad \rho = 20,623;$$

$$\gamma_0 = 1,5443, \quad \gamma = 148,86;$$

$$\alpha_0 = 2,8796, \quad \alpha = 16,485;$$

$$\beta_0 = 1,2914, \quad \beta = 32,6222.$$

С учетом этих значений для зависимости (1):

$$k = k(I) = -\rho I^{\rho_0} = -20,623 I^{0,9122},$$

$$\Pi_{\text{пр}} = \Pi_{\text{пр}}(I) = \gamma I^{\gamma_0} = 148,86 I^{1,5443},$$

$$\Pi^* = \Pi I^{-\gamma_0} = \Pi I^{-1,5443},$$

$$j^* = (j - j_{\text{кр}}) I^{\gamma_0 - \rho_0} = (j - 0,5) I^{0,632},$$

$$\Pi^* = 148,86 - \frac{20,623}{j^*};$$

для зависимости (2):

$$a = a(I) = \alpha I^{\alpha_0} = 16,485I^{2,8796} ,$$

$$b = b(I) = \beta I^{\beta_0} = 32,6222I^{1,2914} ,$$

$$D^*(I) = DI^{-\beta_0} = DI^{-1,2914} ,$$

$$j^{**} = jI^{\alpha_0 - \beta_0} = jI^{1,58817} ,$$

$$D^* = 16,485j^{**} + 32,6222 .$$

Графики полученных обобщенных зависимостей представлены на рисунках (3) и (4). Как видно из этих рисунков, полученные обобщенные зависимости достаточно хорошо описывают результаты экспериментов.

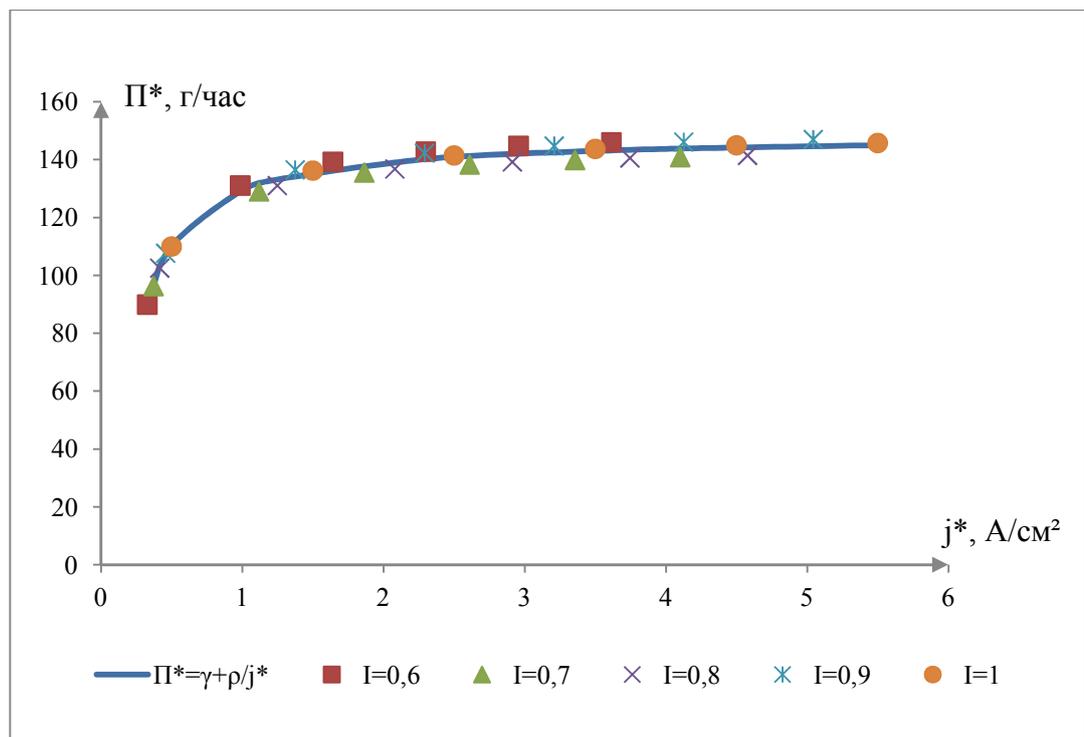


Рис. 3. Обобщенная зависимость Π^*

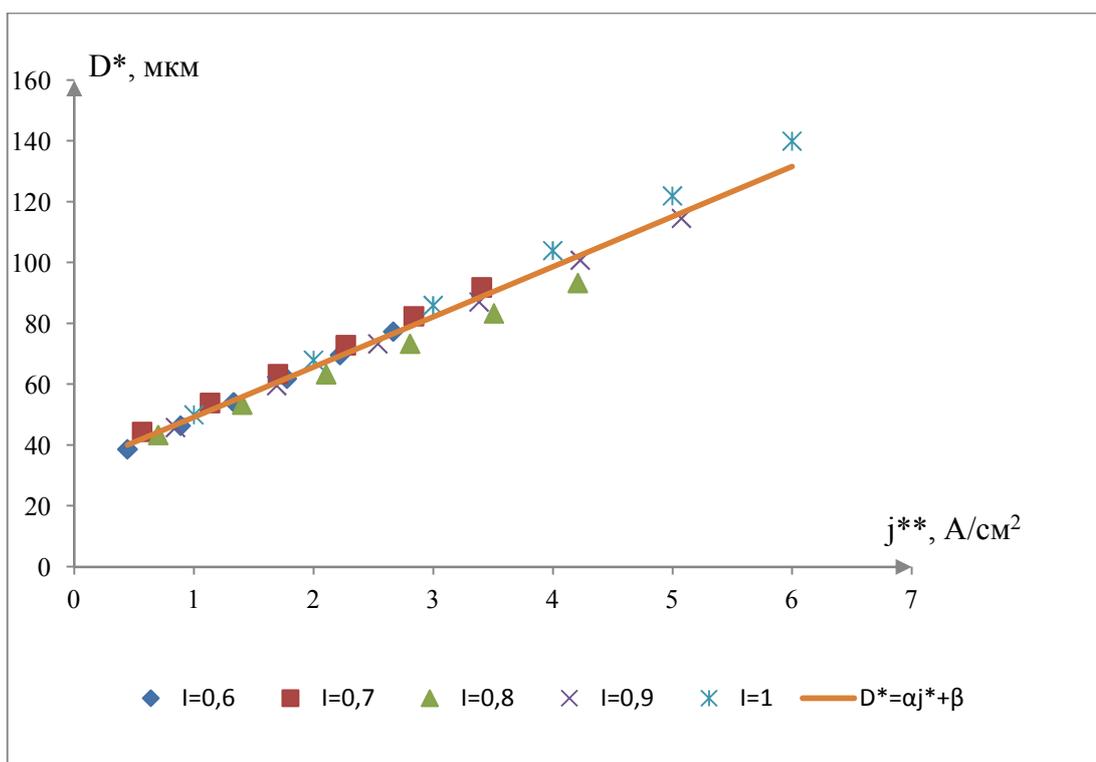


Рис. 4. Обобщенная зависимость D^*

Примечания

1. Все вычисления и построение графиков выполнены в формате Excel.

Литература

1. Хайруллин А.Х., Шакирова Г.Ю., Шакиров Ю.И.. Синтезирование порошка полученного в разряде между стальным электродом и электролитом // Современные технологии формирования поверхностного слоя. Сборник статей. – Горжов, 2012. - С.85-91.
2. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. – М.: Государственное издательство Физико-математической литературы, 1958. ([http://www.booksgid.com/Электронная библиотека «Учеба, наука »](http://www.booksgid.com/Электронная_библиотека_«Учеба,_наука_»))
3. Ренат Лотфуллин. Блог о программе Microsoft Excel: приемы, хитрости, секреты, трюки [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://exceltip.ru/> (дата обращения 05.05.2015).

Kochneva Elena Anatolevna; Senior Lecturer, Naberezhnye Chelny Institute of Kazan (Volga region) Federal University, elena2682891@gmail.com.

MATHEMATICAL METHODS OF EXPERIMENTAL DATA
PROCESSING TO OBTAIN THE GENERALIZED
CHARACTERISTICS OF THE PROCESS.

Abstract: The graphics are derived from experimental data according to the main characteristics of the powder obtained by dispersing the metal rod on the discharge parameters: current density and current. After processing the data by least squares were derived generalized formula dependencies sufficiently well approximated by the results of experiments.

Keywords: experimental data; approximation; The method of least squares.