

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГАОУВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной деятельности

Д.К. Нургалиев

« 30 » Мая 2015 г.



**Программа вступительного экзамена на обучение в аспирантуре
по специальной дисциплине соответствующей направленности**

направление подготовки 01.06.01 – Математика и механика

научная направленность

01.01.03 – Математическая физика

Казань 2015

1. *Вопросы программы вступительного экзамена в аспирантуру по специальности 01.01.03 – Математическая физика*

1. Предел числовой последовательности и функции; критерий Коши существования предела. Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; свойства функций, заданных на отрезке.

2. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях; формула Тейлора. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций правила Лопиталья.

3. Неопределенный и определенный интеграл, формула Ньютона – Лейбница. Основные приемы интегрирования.

4. Функции многих переменных: пределы, непрерывность; дифференциал и частные производные функции многих переменных; производная по направлению; дифференцирование сложных функций; условный экстремум; теорема о неявном отображении.

5. Числовые ряды: критерий Коши; признаки сходимости; абсолютная и условная сходимость; теорема Римана. Функциональные последовательности и ряды: теоремы о предельном переходе; о непрерывности, почленном интегрировании и дифференцировании.

6. Степенные ряды, формула Коши – Адамара; непрерывность суммы степенного ряда; почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

7. Несобственные интегралы, интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; ряд Фурье и интеграл Фурье, преобразование Фурье.

8. Двойной интеграл и интегралы высшей кратности, замена переменных в кратном интеграле; несобственные кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.

9. Системы линейных уравнений, ранг матрицы; определители, их свойства. Векторные пространства; базис и размерность; подпространства; сумма и пересечение подпространств; прямые суммы.

10. Билинейные и квадратичные формы; приведение квадратичной формы к нормальному виду; закон инерции; положительно определенные квадратичные формы; критерий Сильвестра.

11. Линейные операторы; собственные векторы и собственные значения; понятие о жордановой нормальной форме. Евклидовы векторные пространства, ортонормированные базисы; процесс ортогонализации; ортогональные матрицы; линейный оператор, сопряженный к данному, приведение квадратичной формы к главным осям; ортогональные и унитарные линейные операторы; канонический базис для них.

12. Аффинные и евклидовы аффинные пространства. Движения евклидова пространства; классификация движений трехмерного пространства; группа невырожденных аффинных преобразований и группа движений.

13. Векторы: скалярное, векторное и смешанное произведение. Прямая линия и плоскость. Линии второго порядка: эллипс, гипербола и парабола. Поверхности второго порядка: эллипсоид; гиперболоид; параболоид; цилиндр; конические сечения.

14. Понятие дифференциального уравнения; поле направлений, решения; интегральные кривые, векторное поле; фазовые кривые. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейное уравнение.

15. Задача Коши: теорема существования и единственности решения задачи Коши (для системы уравнений, для уравнения любого порядка). Фундаментальные системы и общее решение линейной однородной системы (уравнения); неоднородные линейные системы (уравнения).

16. Метод вариации постоянных; решение однородных линейных систем и уравнений с постоянными коэффициентами. Решение неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида.

17. Основные системы компьютерной математики (СКМ) и их свойства. Общие действия над числами и выражениями. Приближенное вычисление.

18. Решение линейных и нелинейных алгебраических уравнений в СКМ. Задание упорядоченных и неупорядоченных списков, работа с ними. Подстановки и упрощения, конвертирование.

19. Графики кривых и поверхностей, заданных явно и параметрически. Основные опции двумерной и трехмерной графики. Графики нескольких функций. Объединение графиков на одном рисунке.

20. Вычисления с векторами и матрицами. Основные векторные операции в СКМ и операции с матрицами. Решение матричных уравнений.

21. Вычисление кратных производных функций одной и нескольких переменных в СКМ.

Разложение в ряд Тейлора функций одной переменной.

22. Вычисление сумм и рядов в СКМ. Вычислений пределов функций и функциональных рядов.

23. Вычисление неопределенных и определенных интегралов в СКМ.

24. Задание и общее решение обыкновенных дифференциальных уравнений в СКМ. Решение задачи Коши в СКМ. Визуализация решений обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем в СКМ.

25. Численное решение задачи Коши для обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений в СКМ, визуализация решения.

26. Анимация двумерных и трехмерных изображений в СКМ. Опции расширенной графики.

27. Основные элементы документа в пакете LaTeX. Структурирование TEX-документа.

28. Типы математических выражений в LaTeX и способы их форматирования.

29. Автоматические счетчики в LaTeX. Организация ссылок и цитат в LaTeX.

30. Создание новых команд в LaTeX. Многопараметрические команды.

31. Таблицы в LaTeX.

32. Импорт графики в LaTeX.

33. Импорт рабочих листов СКМ в LaTeX.

34. Экспорт LaTeX в PDF-формат. Создание математических текстов с гиперссылками.

2. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы вступительного экзамена в аспирантуру по специальности

01.01.03 – Математическая физика

[1] Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. — М.: Физматлит, 2009.—400 с.

[2] Бибииков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Изд-во «Лань». Серия: Учебники для вузов. Специальная литература, 2011. – 304 с.

[3] Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 2001. –331 с.

[4] Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. – М.: Наука, 2006. – 240 с.

[5] Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: учеб. для студентов вузов. Изд. 2-е, стереотипное и исправленное. — М.: Физматлит, 2004.—398 с.

[6] Гусак А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Примеры и задачи. – М.: Изд-во «ТетраСистемс», 2011. – 288 с.

[7] Дьяконов В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании. – М.: Изд-во «СОЛОН-Пресс», 2006. – 720 с.

[8] Матросов А.В. Maple 6: решение задач высшей математики и механики. – СПб.: Изд-во «Питер», 2001. – 528 с.

[9] Дьяконов В.П. Mathematica 5/6/7. Полное руководство. – М.: Изд-во «ДМК Пресс», 2009. – 624 с.

[10] Дьяконов В.П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. – М.: Изд-во «ДМК Пресс», 2011. – 800 с.

[11] Котельников И., Чеботарев П. LaTeX2e по-русски. – Новосибирск: Изд-во «Сибирский хронограф», 2004. – 496 с.

Программа вступительного экзамена в аспирантуру составлена в соответствии с государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования по специальности 01.01.03 – Математическая физика.