ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

1998 МАТЕМАТИКА № 7 (434)

УДК 514.754

А.В. ЧАКМАЗЯН

О ГИПЕРПОЛОСАХ, НАХОДЯЩИХСЯ В СООТВЕТСТВИИ ПЕТЕРСОНА В АФФИННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

1. Определения и результаты

К.М. Петерсон [1] впервые рассматривал соответствие между поверхностями трехмерного евклидова пространства, впоследствии получившее название соответствия Петерсона. Это соответствие характеризуется тем, что касательные плоскости к поверхностям M и $\overline{M}$ в их соответствующих точках являются параллельными. Оно неоднократно рассматривалось в [2]–[5]; по существу это соответствие носит не метрический, а аффинный характер. Поэтому в [6] рассмотрено соответствие Петерсона для гиперповерхностей аффинного пространства. Тогда на этих гиперповерхностях возникают аффинно-инвариантные аффинные связности, с помощью которых изучается локальное строение гиперповерхностей, находящихся в соответствии Петерсона.

В данной работе, следуя [6], рассматриваем соответствие Петерсона для гладких регулярных гиперполос в аффинном пространстве.

Определение 1. Гладкой m-мерной гиперполосой H в n-мерном аффинном пространстве A называется гладкое m-параметрическое многообразие гиперплоских элементов (x, ξ) таких, что точка x описывает m-мерную поверхность M, а гиперплоскость $\tau = \tau(x)$ касается поверхности M в соответствующей точке $x \in M$ [7].

Поверхность M называется базисной поверхностью гиперполосы H, а гиперплоскости $\tau(x)$ называются главными касательными гиперплоскостями гиперполосы H. Если во всех точках $x \in M$ $(n-m-1)$-мерная характеристическая плоскость $\Pi(x)$ семейства главных касательных гиперплоскостей гиперполосы H не содержит направлений касательных к ее базисной поверхности M в точке x, то гиперполоса H называется регулярной [7]. Внутреннее инвариантное оснащение регулярной гиперполосы в аффинном пространстве A рассматривал Ю.И. Попов [8].

Множество касательных плоскостей базисной поверхности гиперполосы H образует касательное центро-аффинное расслоение $T(M)$. Множество характеристических плоскостей главных касательных гиперплоскостей гиперполосы H составляет характеристическое расслоение $\Pi(H)$.

Определение 2. Будем говорить, что две гладкие регулярные гиперполосы H и $\overline{H}$ аффинного пространства A находятся в предсоответствии Петерсона, если между их точками установлено такое взаимнооднозначное соответствие, что главные касательные гиперплоскости в соответствующих точках гиперполос параллельны.

Лемма. *Пусть две гладкие регулярные гиперполосы H и $\overline{H}$ в аффинном пространстве находятся в предсоответствии Петерсона. Тогда характеристические плоскости $\Pi(x)$ и $\overline{\Pi}(y)$ главных касательных гиперплоскостей гиперполос H и $\overline{H}$ в соответствующих точках параллельны.*

Доказательство. Так как главные касательные гиперплоскости в соответствующих точках параллельны, то им соответствует один и тот же ковектор ξ. Если соответствующие точки в H и $\overline{H}$ обозначить через x и y, то характеристические плоскости $\Pi(x)$ и $\overline{\Pi}(y)$ определяются соответственно $m+1$ независимыми гиперплоскостями

$$\begin{cases}\xi x+\lambda=0;\\ \xi_i x+\lambda_i=0,\end{cases}\qquad \begin{cases}\xi y+\mu=0;\\ \xi_i y+\mu_i=0,\end{cases}$$

где $\xi_i=\frac{\partial\xi}{\partial u^i}$, $\lambda_i=\frac{\partial\lambda}{\partial u^i}$, $\mu_i=\frac{\partial\mu}{\partial u^i}$, $i=1,\dots,m$. Из последних соотношений следует, что $\Pi(x)$ и $\overline{\Pi}(y)$ параллельны. $\square$

Определение 3. Будем говорить, что две гладкие регулярные гиперполосы H и $\overline{H}$ в аффинном пространстве A находятся в соответствии Петерсона, если они находятся в предсоответствии Петерсона и, кроме того, в соответствующих точках базисных поверхностей их касательные плоскости параллельны.

Предполагается, что прямые, соединяющие соответствующие точки гиперполос H и $\overline{H}$, не лежат в главных касательных гиперплоскостях. Множество этих прямых вдоль M образует расслоение $B(M)$, оснащающее базисные поверхности M и $\overline{M}$. При этом соответствии на гиперполосах возникают аффинно-инвариантные связности, индуцируемые векторным полем, определяемым их соответствующими точками. С помощью этих связностей изучается локальное строение гиперполос, находящихся в соответствии Петерсона. Связность ∇ определяется на M семейством нормалей первого рода, которые будут линейными оболочками характеристической плоскости $\Pi(x)$ и прямой (xy). Связность $\nabla^{\perp}$ определяется на семействе плоскостей $\Pi(x)$ дополнительными $(m+1)$-мерными плоскостями $[T_x(M),(xy)]$.

Связность определяется на семействе прямых $B(M)$ дополнительными гиперплоскостями $[T_x(M),\Pi(x)]=\tau(x)$.

Аналогично определяются связности $\overline{\nabla}$ и $\overline{\nabla}^{\perp}$ для $\overline{M}$. Получены следующие результаты.

Теорема 1. *Если гладкие регулярные гиперполосы H и $\overline{H}$ в аффинном пространстве A находятся в соответствии Петерсона, то на касательных и характеристических расслоениях гиперполос H и $\overline{H}$ индуцируются аффинные связности без кручения ∇, $\nabla^{\perp}$ и $\overline{\nabla}$, $\overline{\nabla}^{\perp}$ соответственно, а в расслоениях прямых, соединяющих соответствующие точки — плоская аффинная связность.*

Теорема 2. *Пусть $X,Y\in T_x(M)$ — собственные векторы оператора $F=\{F_i^j\}$ отображения касательных подпространств гиперполос H и $\overline{H}$, отвечающие его различным собственным значениям. Тогда направления, определяемые этими векторами на базисных поверхностях гиперполос H и $\overline{H}$, будут сопряженными.*

Аналогичная теорема для гиперповерхности доказана в [6].

Теорема 3. *Если гладкие регулярные гиперполосы H и $\overline{H}$ находятся в соответствии Петерсона и оператор отображения скалярен, то*

1) *связности ∇ и $\overline{\nabla}$, определяемые на касательных расслоениях $T(M)$ и $T(\overline{M})$ базисных поверхностей гиперполос H и $\overline{H}$, совпадают;*
2) *вторые фундаментальные формы гиперполос H и $\overline{H}$ пропорциональны;*
3) *тензоры кривизны связностей ∇, $\nabla^{\perp}$ и $\overline{\nabla}$, $\overline{\nabla}^{\perp}$ соответственно равны.*

2. Аппарат исследования

Отнесем n-мерное аффинное пространство A к подвижному реперу $\{x,e_J\}$ $(J,K,L=1,\dots,n)$, дифференциальные уравнения инфинитезимального перемещения которого имеют вид

$$dx=\omega^J e_J,\quad de_J=\omega_J^K e_K, \tag{2.1}$$

Инвариантные формы ω^J, ω_J^K аффинной группы удовлетворяют структурным уравнениям аффинного пространства

$$d\omega^J = \omega^K \wedge \omega_K^J, \quad d\omega_J^K = \omega_J^L \wedge \omega_L^K. \tag{2.2}$$

Рассмотрим в аффинном пространстве A две гладкие регулярные гиперполосы H и $\overline{H}$, находящиеся в предсоответствии Петерсона. Пусть это соответствие $f : H \to \overline{H}$ и пусть x и y — соответствующие точки гиперполос H и $\overline{H}$, так что

$$y = f(x), \quad \tau_y(\overline{H}) \| \tau_x(H),$$

где $\tau_x(H)$ и $\tau_y(\overline{H})$ — главные касательные гиперплоскости гиперполос H и $\overline{H}$ в точках x и y.

Совместим вершину x подвижного репера с текущей точкой базисной поверхности M гиперполосы H, векторы e_i $(i, j, k = 1, \ldots, m)$ возьмем в касательной плоскости $T_x(M)$, векторы e_α $(\alpha, \beta, \gamma = m+1, \ldots, n+1)$ — в характеристической плоскости $\Pi(x)$. Так как прямая (xy) не лежит в главной касательной гиперплоскости $\tau_x(H)$ гиперполосы H, то $e_n = \overrightarrow{xy}$. В построенном репере на гиперполосе H имеем

$$\omega^n = 0, \quad \omega^\alpha = 0, \quad \omega_\alpha^n = 0, \quad \omega_\alpha^i = C_{\alpha j}^i \omega^j. \tag{2.3}$$

Если учесть (2.3), то из (2.2) в силу леммы Картана получим

$$\omega_i^n = b_{ij}\omega^j, \quad \omega_i^\alpha = b_{ij}^\alpha \omega^j, \quad b_{k[i} C_{|\alpha|j]}^k = 0, \tag{2.4}$$

где b_{ij}, b_{ij}^α симметричны по индексам i, j.

Для гиперполосы H имеем $d^2x = (d\omega^i + \omega^j \omega_j^i)e_i + \omega^j \omega_j^\alpha e_\alpha + \omega^i \omega_i^n e_n$. Из последнего следует, что квадратичные формы $b = \omega^i \omega_i^n = b_{ij}\omega^i\omega^j$, $b^\alpha = \omega^j \omega_j^\alpha = b_{ij}^\alpha \omega^i \omega^j$ образуют вторую фундаментальную форму гиперполосы H.

Для гиперполос H и $\overline{H}$, находящихся в предсоответствии Петерсона, имеем

$$y = x + e_n. \tag{2.5}$$

С другой стороны, предсоответствие Петерсона предполагается невырожденным, тогда векторы

$$\overline{e}_i = F_i^j e_j + F_i^\alpha e_\alpha, \tag{2.6_1}$$

$$\overline{e}_\alpha = F_\alpha^i e_i + F_\alpha^\beta e_\beta \tag{2.6_2}$$

будут линейно независимыми и образуют базис в главной касательной гиперплоскости $\tau_y(\overline{H})$ гиперполосы $\overline{H}$. Так как в силу леммы характеристические плоскости $\Pi(x)$ и $\overline{\Pi}(y)$ параллельны, то векторы e_α и $\overline{e}_\alpha$ можно считать равными, и тогда в разложении (2.6_2) F_α^β будет единичным, $F_\alpha^\beta = \delta_\alpha^\beta$ и $F_\alpha^i = 0$.

В дальнейшем будем рассматривать только такие гладкие регулярные гиперполосы, которые находятся в соответствии Петерсона. При определении матрицы оператора df векторы e_i и $\overline{e}_i$ должны быть согласованы так, что и те и другие образуют реперы, сопряженные кореперу $\{\omega^i\}$, общему для поверхностей M и $\overline{M}$. Поэтому соотношения (2.6) примут вид

$$\overline{e}_i = F_i^j e_j \tag{2.7_1}$$

$$\overline{e}_\alpha = e_\alpha, \tag{2.7_1}$$

где F_i^j — невырожденный оператор, определяющий дифференциал отображения f. В силу (2.1) из (2.5) имеем

$$dy = (\omega^i + \omega_n^i)e_i + \omega_n^\alpha e_\alpha + \omega_n^n e_n.$$

Но $dy \in T_y(\overline{M})$ и

$$\omega_n^n = 0, \quad \omega_n^\alpha = 0. \tag{2.8}$$

В силу (2.7) $dy = \omega^i \overline{e}_i = \omega^i F_i^j e_j$, тогда $\omega^i + \omega_n^i = F_j^i \omega^j$ и

$$\omega_n^i = (F_j^i - \delta_j^i)\omega^j. \tag{2.9}$$

Дифференцируя внешним образом последнее уравнение, получим

$$d\omega_n^i = dF_j^i \wedge \omega^j + (F_j^i - \delta_j^i) d\omega^j.$$

Подставляя сюда выражения $d\omega_n^i$ и $d\omega^j$ из (2.2) и учитывая (2.9), найдем

$$(dF_j^i - F_k^i \omega_j^k + F_j^k \omega_k^i) \wedge \omega^j = 0. \tag{2.10}$$

Дифференцируя внешним образом уравнения (2.8) и учитывая (2.4) и (2.9), найдем

$$(F_i^k - \delta_i^k) b_{kj} \omega^i \wedge \omega^j = 0, \quad (F_i^k - \delta_i^k) b_{kj}^\alpha \omega^i \wedge \omega^j = 0.$$

Отсюда в силу симметрии тензоров b_{ij}, b_{ij}^α следует

$$F_i^k b_{kj} = F_j^k b_{ki}, \quad F_i^k b_{kj}^\alpha = F_j^k b_{ki}^\alpha. \tag{2.11}$$

Положим

$$\overline{b}_{ij} = F_i^k b_{kj}, \quad \overline{b}_{ij}^\alpha = F_i^k b_{kj}^\alpha, \tag{2.12}$$

где $\overline{b}_{ij}$, $\overline{b}_{ij}^\alpha$ симметричны по индексам i, j. Докажем, что квадратичные формы $\overline{b} = \overline{b}_{ij}\omega^i\omega^j$, $\overline{b}^\alpha = \overline{b}_{ij}^\alpha \omega^i \omega^j$, определяемые тензорами $\overline{b}_{ij}$, $\overline{b}_{ij}^\alpha$, являются вторыми фундаментальными формами гиперполосы $\overline{H}$. Если учесть (2.1), (2.8), то из (2.7_1) при помощи дифференцирования найдем

$$d\overline{e}_i = (dF_i^k + F_i^l \omega_l^k) \widetilde{F}_k^j \overline{e}_j + F_i^k \omega_k^n e_n + F_i^k \omega_k^\alpha \overline{e}_\alpha,$$

где $\widetilde{F}_k^j$ — аффинор, обратный к аффинору F_j^k, так что $F_i^k \widetilde{F}_k^j = \delta_i^j$. Из последнего следует

$$\overline{\omega}_i^j = (dF_i^k + F_i^l \omega_l^k) \widetilde{F}_k^j, \quad \overline{\omega}_i^\alpha = F_i^k \omega_k^\alpha, \quad \omega_i^n = F_i^k \omega_k^n. \tag{2.13}$$

Поэтому квадратичные формы

$$\overline{b} = \omega^i \overline{\omega}_i^n = F_i^k b_{kj} \omega^i \omega^j = \overline{b}_{ij} \omega^i \omega^j,$$
$$\overline{b}^\alpha = \omega^i \overline{\omega}_i^\alpha = F_i^k b_{kj}^\alpha \omega^i \omega^j = \overline{b}_{ij}^\alpha \omega^i \omega^j,$$

будут вторыми фундаментальными формами, а тензоры $\overline{b}_{ij} = F_i^k b_{kj}$, $\overline{b}_{ij}^\alpha = F_i^k b_{kj}^\alpha$ — вторыми фундаментальными тензорами гиперполосы $\overline{H}$.

Если дифференцировать (2.7_2) и иметь в виду (2.1), то получим

$$d\overline{e}_\alpha = \omega_\alpha^\beta \overline{e}_\beta + \omega_\alpha^i F_i^j \overline{e}_j.$$

Из последнего следует

$$\overline{\omega}_\alpha^\beta = \omega_\alpha^\beta, \quad \overline{\omega}_\alpha^i = \omega_\alpha^j F_j^i, \quad \overline{\omega}_n^n = 0. \tag{2.14}$$

Вектор $e_n = \overline{xy}$ является оснащающим вектором (xy) как для гиперполосы H, так и для гиперполосы $\overline{H}$. Поэтому из (2.1) и (2.7_1) имеем $d\overline{e}_n = de_n = \omega_n^i e_i = \omega_n^i \widetilde{F}_i^j \overline{e}_j$. Отсюда

$$\overline{\omega}_n^i = \omega_n^j \widetilde{F}_j^i, \quad \overline{\omega}_n^\alpha = 0, \quad \overline{\omega}_n^n = 0. \tag{2.15}$$

3. Доказательство теорем

Доказательство теоремы 1. Если учитывать (2.3), (2.4) и (2.9), то из (2.2) для расслоений линейных реперов $(T(H), \Pi(H)$ гиперполосы H имеем

$$d\omega^i = \omega^j \wedge \omega^i_j, \quad d\omega^i_j = \omega^k_j \wedge \omega^i_k + \Omega^i_j, \quad d\omega^\beta_\alpha = \omega^\gamma_\alpha \wedge \omega^\beta_\gamma + \Omega^\beta_\alpha, \tag{3.1}$$

где

$$\begin{cases} \Omega^i_j = \omega^\alpha_j \wedge \omega^i_\alpha + \omega^n_j \wedge \omega^i_n = \frac{1}{2} R^i_{jkl}\omega^k \wedge \omega^l, \\ \Omega^\beta_\alpha = \omega^i_\alpha \wedge \omega^\beta_i = \frac{1}{2} R^\beta_{\alpha kl}\omega^k \wedge \omega^l, \end{cases} \tag{3.2}$$

$$\begin{cases} R^i_{jkl} = 2b^\alpha_{j[k} C^i_{|\alpha|l]} + 2b_{j[k}(F^i_{l]} - \delta^i_{l]}), \\ R^\beta_{\alpha kl} = 2C^i_{\alpha[k} b^\beta_{|i|l]}. \end{cases} \tag{3.2a}$$

Формулы (3.2) показывают, что формы Ω^i_j, Ω^β_α, входящие в уравнения (3.1), являются полубазовыми. Поэтому в силу теоремы Картана–Лаптева [9] формы ω^i, ω^i_j определяют аффинную связность ∇ без кручения в касательном расслоении $T(H)$, а ω^i, ω^β_α определяют аффинную связность $\nabla^\perp$ без кручения в характеристическом расслоении $\Pi(H)$. Легко заметить, что в расслоении прямых $B(H)$ форма кривизны равна нулю: $\Omega^n_n = \omega^i_n \wedge \omega^n_i = 0$. Это означает, что в расслоении $B(H)$ аффинная связность плоская. Так как $B(H) = B(\overline{H})$, то в расслоениях $B(\overline{H})$ аффинная связность тоже плоская. Для структурных уравнений расслоений линейных реперов $T(\overline{H})$, $\Pi(\overline{H})$ гиперполосы $\overline{H}$ имеем

$$d\omega^i = \omega^j \wedge \overline{\omega}^i_j, \quad d\overline{\omega}^i_j = \overline{\omega}^k_j \wedge \overline{\omega}^i_k + \overline{\Omega}^i_j, \quad d\overline{\omega}^\beta_\alpha = \overline{\omega}^\gamma_\alpha \wedge \overline{\omega}^\beta_\gamma + \overline{\Omega}^\beta_\alpha. \tag{3.3}$$

В силу (2.13), (2.14) и (2.15) формы кривизны $\overline{\Omega}^i_j$, $\overline{\Omega}^\beta_\alpha$ можно представить в виде

$$\begin{cases} \overline{\Omega}^i_j = \overline{\omega}^\alpha_j \wedge \overline{\omega}^i_\alpha + \overline{\omega}^n_j \wedge \omega^i_n = F^k_j \Omega^l_k \widetilde{F}^i_l = \frac{1}{2}\overline{R}^i_{jkl}\omega^k \wedge \omega^l, \\ \overline{\Omega}^\beta_\alpha = \overline{\omega}^i_\alpha \wedge \overline{\omega}^\beta_i = \Omega^\beta_\alpha = \frac{1}{2}\overline{R}^\beta_{\alpha kl}\omega^k \wedge \omega^l, \end{cases} \tag{3.4}$$

а для тензора кривизны имеем

$$\overline{R}^i_{jkl} = F^p_j R^q_{pkl} \widetilde{F}^i_q, \tag{3.5}$$

$$\overline{R}^\beta_{\alpha kl} = R^\beta_{\alpha kl}. \tag{3.6}$$

Из (3.4) видно, что формы $\overline{\Omega}^i_j$, $\overline{\Omega}^\beta_\alpha$ являются полубазовыми, откуда в силу теоремы Картана–Лаптева [9] следует, что в касательных и характеристических расслоениях $T(\overline{H})$, $\Pi(\overline{H})$ гиперполосы $\overline{H}$ определяются аффинные связности $\overline{\nabla}$, $\overline{\nabla}^\perp$ без кручения. $\square$

Теперь найдем 1-форму $\overline{\omega}^i_j - \omega^i_j$ деформации связности при переходе от гиперполосы H к гиперполосе $\overline{H}$. Для этого вычтем (3.1) из уравнения (3.3), имеем

$$\omega^j \wedge (\overline{\omega}^i_j - \omega^i_j) = 0.$$

Отсюда в силу леммы Картана

$$\overline{\omega}^i_j - \omega^i_j = T^i_{jk}\omega^k,$$

где $T^i_{jk} = T^i_{kj}$ — тензор деформации связностей. В последнем соотношении, подставив значение $\overline{\omega}^i_j$ из (2.13), найдем

$$(dF^k_j + F^l_j \omega^k_l)\widetilde{F}^i_k - \omega^i_j = T^i_{jk}\omega^k.$$

Свертывая это соотношение с тензором F^m_i и меняя обозначения индексов, получим

$$dF^i_j + F^k_j \omega^i_k - F^i_k \omega^k_j = F^i_l T^l_{jk}\omega^k.$$

Но в левой части этого соотношения стоит ковариантный дифференциал тензора F^i_j относительно связности ∇. Поэтому последние соотношения можно переписать в виде

$$\nabla F^i_j = F^i_l T^l_{jk}\omega^k. \tag{3.7}$$

Доказательство теоремы 2. Из условия теоремы 2 следует

$$FX = \lambda_1 X, \quad FY = \lambda_2 Y, \tag{3.8}$$

где $\lambda_1 \neq \lambda_2$. Перепишем соотношения (2.11) в безындексной форме

$$b(FX, Y) = b(FY, X), \quad b^\alpha(FX, Y) = b^\alpha(X, FY), \tag{3.9}$$

где $b(X, Y) = b_{ij}X^iY^j$, $b^\alpha(X, Y) = b^\alpha_{ij}X^iY^j$ — билинейные формы, полярные квадратичным формам b и b^α. Подставим значения FX и FY из (3.8) в (3.9), получим

$$(\lambda_1 - \lambda_2)b(X, Y) = 0, \quad (\lambda_1 - \lambda_2)b^\alpha(X, Y) = 0.$$

Отсюда следует $b(X, Y) = 0$ и $b^\alpha(X, Y) = 0$, т. е. векторы X и Y сопряжены на базисной поверхности M гиперполосы H. В силу (2.12) на базисной поверхности $\overline{M}$ гиперполосы $\overline{H}$ имеем

$$\overline{b}(X, Y) = b(FX, Y) = \lambda_1 b(X, Y) = 0, \quad \overline{b}^\alpha(X, Y) = b^\alpha(FX, Y) = \lambda_1 b^\alpha(X, Y) = 0,$$

т. е. векторы X и Y сопряжены также на базисной поверхности $\overline{M}$ гиперполосы $\overline{H}$. $\square$

Следствие 1. Если в каждой точке базисной поверхности M гиперполосы H все собственные значения оператора $F = \{F^i_j\}$ различны, то поля собственных векторов этих операторов определяют на базисных поверхностях M, $\overline{M}$ гиперполос H, $\overline{H}$, соответствующих между собой, сопряженные сети. Эти сопряженные сети называются основанием соответствия Петерсона.

Предположим теперь, что оператор F является скалярным, т. е. имеет вид

$$F^i_j = \mu\delta^i_j. \tag{3.10}$$

Доказательство теоремы 3. По условию теоремы 3 имеет место (3.10), тогда (2.10) примет вид $d\mu \wedge \omega^i = 0$. Отсюда в силу $m \geq 2$ следует $d\mu = 0$ и $\mu = \mathrm{const}$. Учитывая последнее и (3.10), из (3.7) получим $T^k_{ij} = 0$. Это означает, что связности ∇ и $\overline{\nabla}$ совпадают. Утверждение 1) доказано. В силу (3.10) из (2.12) найдем

$$\overline{b}_{ij} = \mu\delta^k_i b_{kj} = \mu b_{ij}, \quad \overline{b}^\alpha_{ij} = \mu\delta^k_i b^\alpha_{kj} = \mu b^\alpha_{ij}.$$

Из последних соотношений следует, что вторые фундаментальные формы гиперполос H и $\overline{H}$ пропорциональны. Утверждение 3) следует из (3.5) и (3.6), если учесть (3.10). $\square$

Случай, когда размерность поверхности M равна $m = n - 1$, подробно рассмотрен в [6]. Если оператор F скалярный, то прямые $B(H)$ образуют связку прямых, а преобразование Петерсона $f : M \to \overline{M}$ сводится к преобразованию гомотетии [6].

Следствие 2. Если гиперповерхности M и $\overline{M}$ находятся в соответствии Петерсона и оператор отображения F скалярен, то связности в касательных расслоениях $T(M)$ и $T(\overline{M})$ будут эквиаффинными.

Если учесть (3.10), то из (3.2a) и (3.5) получим, что тензоры Риччи R_{ij} и $\overline{R}_{ij}$ для гиперповерхностей M и $\overline{M}$ симметричны. Это означает, что связности в касательных расслоениях эквиаффинны [10].

Литература

1. Петерсон К.М. *Об отношениях и сродствах между кривыми поверхностями* // Матем. сб. – 1866. – Т. 1. – С. 391–438.
2. Фиников С.П. *Изгибание на главном основании и связанные с ним геометрические задачи.* – М.–Л.: 1937. – 176 с.
3. Шуликовский В.И. *Классическая дифференциальная геометрия в тензорном изложении.* – М.: 1963. – 540 с.
4. Рыжков В.В. *Сопряженные системы на многомерных поверхностях* // Тр. Моск. матем. о-ва. – 1958. – Т. 7. – С. 179–226.
5. Чешкова М.А. *О гиперповерхностях, находящихся в соответствии Петерсона* // Изв. вузов. Математика. – 1993. – № 10. – С. 69–72.
6. Акивис М.А. *К аффинной теории соответствия Петерсона между гиперповерхностями* // Изв. вузов. Математика. – 1994. – № 4. – С. 3–9.
7. Вагнер В.В. *Теория поля локальных гиперполос* // Тр. семин. по вектор. и тензорн. анализу. – 1959. – № 8. – С. 197–272.
8. Попов Ю.И. *Общая теория регулярных гиперполос*: Учеб. пособие. Калининград: Изд-во Калининград. ун-та, 1983. – С. 82.
9. Лаптев Г.Ф. *Дифференциальная геометрия погруженных многообразий* // Тр. Моск. матем. о-ва. – 1953. – Т. 2. – С. 275–382.
10. Норден А.П. *Пространства аффинной связности.* – М.: Наука, 1976. – 432 с.

Армянский государственный
педагогический институт

Поступила
25.10.1995