

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Отделение развития территорий



**Программа  
дисциплины**

Линейная алгебра Б2.Б.2

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Направление  
подготовки: 080100.62 -  
Экономика

Профиль подготовки:  
Фундаментальная экономика

Квалификация  
выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Хабибуллина Г.З.

**Рецензент(ы):**

Марданов Р.Ш.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая)  
кафедрой: Марданов Р. Ш.  
Протокол заседания кафедры  
No \_\_\_ от "\_\_\_"  
\_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая  
комиссия Института  
управления, экономики и  
финансов (отделение  
развития территорий):  
Протокол заседания УМК No  
\_\_\_ от "\_\_\_"  
\_\_\_\_\_ 201\_\_ г

**Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. Хабибуллина Г.З. кафедра теории и методики обучения физике и информатике научно-педагогическое отделение ,  
GZHabibullina@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Сформировать у студентов навыки и умения, способствующие активному усвоению материала дисциплин естественно - научного цикла.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.Б.2 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 080100.62 Экономика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1, 2 семестры.

Знания, полученные в результате изучения линейной алгебры, активно применяются в процессе освоения дисциплин естественно-научного цикла.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность к определению общих форм, закономерностей, инструментальных средств отдельной предметной области;
ПК-2 (профессиональные компетенции)	умение понять поставленную задачу;
ПК-3 (профессиональные компетенции)	умение формулировать результат;
ПК-4 (профессиональные компетенции)	умение строго доказать утверждение;
ПК-5	умение на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат;
ПК-6 (профессиональные компетенции)	умение самостоятельно увидеть следствия сформулированного результата;
ПК-7 (профессиональные компетенции)	умение грамотно пользоваться языком предметной области;
ПК-8 (профессиональные компетенции)	умение ориентироваться в постановках задач.

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- понятие комплексного числа, его основные свойства;

- способы решения системы линейных уравнений;

- определение линейного пространства;
- определения линейного оператора, линейной формы и уметь применять их на практике;
- определения билинейной и квадратичной форм, уметь приводить их к каноническому виду.

2. должен уметь:

- вычислять значение определителя любого конечного порядка;
- применять понятия линейной зависимости векторов, базиса и размерности;
- представлять связь между пространствами линейных операторов и матриц;
- производить основные операции над матрицами;
- находить собственные числа и собственные вектора;
- производить преобразования координат при переходе к новому базису;
- применять определение евклидова пространства на практике;
- приводить общее уравнение поверхности второго порядка к каноническому виду.

3. должен владеть:

навыками обобщения полученных знаний, конкретного и объективного изложения своих знаний в письменной и устной форме.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Студент должен демонстрировать способность и готовность применять полученные знания на практике.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре; зачет во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)		
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы
Тема 1. Комплексные числа	1	1-3	6	6	0
Тема 2. Система линейных уравнений	1	4-7	8	8	0

Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
Тема 3. Линейное пространство	1	8-9	4	4	0	раб
Тема 4. Оператор	1	10-11	4	4	0	зад
Тема 5. Переход к новому базису	1	12-14	6	4	0	раб
Тема 6. Каноническая форма	2	1-4	8	6	0	раб
Тема 7. Евклидово пространство	2	5-8	8	6	0	раб
Тема 8. Симметричный и самосопряженный операторы	2	9-11	6	6	0	зад
Тема 9. Поверхности второго порядка	2	12-15	8	6	0	раб
Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	
Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	
Итого			58	50	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Комплексные числа

###### *лекционное занятие (6 часа(ов)):*

1.1 Основные понятия и операции с комплексными числами. Определение комплексного числа, сопряженного числа, мнимой единицы. Комплексная плоскость. Тригонометрическая форма. Произведение, сумма, частное комплексных чисел. Возведение комплексного числа в степень. Извлечение корня.

###### *практическое занятие (6 часа(ов)):*

Действия над комплексными числами. Возведение комплексного числа в степень. Извлечение корня.

##### Тема 2. Система линейных уравнений

###### *лекционное занятие (8 часа(ов)):*

2.1 Основные понятия. Определение. Детерминант. Совместные, несовместные системы. 2.2 Метод Гаусса. Решение совместной системы линейных уравнений методом Гаусса. 2.3 Ранг. Линейная комбинация столбцов. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Методы нахождения

ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. 2.4 Теорема Кронекера-Капелли. Условия совместности линейных однородных и неоднородных систем уравнений. Общее решение системы линейных уравнений.

***практическое занятие (8 часа(ов)):***

Определители и системы линейных уравнений 2-го и 3-го порядков. Понятие об определителе  $n$ -го порядка. Ранг матрицы. Метод Гаусса.

**Тема 3. Линейное пространство**

***лекционное занятие (4 часа(ов)):***

3.1 Основные понятия. Определения. Теоремы-следствия из аксиом. 3.2 Базис. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Теоремы. Базис. Теоремы о координатах векторов. Размерность пространства. Теоремы о базисе. 3.3 Подпространства. Подпространство. Пересечение подпространств. Сумма подпространств. Теорема о размерности сумм подпространств. Линейные оболочки.

***практическое занятие (4 часа(ов)):***

Линейные пространства. Подпространство линейного пространства.

**Тема 4. Оператор**

***лекционное занятие (4 часа(ов)):***

4.1 Основные понятия. Операторы. Матрицы. Взаимнооднозначное соответствие операторов и матриц. 4.2 Действия над операторами и матрицами. Сумма, произведение, возведение в степень. Обратный оператор и его матрица. Область значений и ядро оператора. 4.3. Собственные вектора и собственные значения. Определение и их свойства. Характеристический полином.

***практическое занятие (4 часа(ов)):***

Действия над матрицами. Нахождение обратной матрицы. Линейный оператор. Собственные векторы и собственные значения.

**Тема 5. Переход к новому базису**

***лекционное занятие (6 часа(ов)):***

5.1 Преобразование координат. Преобразование координат вектора и коэффициентов линейной формы при переходе к новому базису. 5.2 Преобразование матрицы. Преобразование матрицы линейного оператора.

***практическое занятие (4 часа(ов)):***

Собственные векторы и собственные значения.

**Тема 6. Билинейная форма**

***лекционное занятие (8 часа(ов)):***

6.1 Основные понятия. Определения билинейной формы, симметричной и кососимметричной билинейной формы. 6.2 Преобразование матрицы. Преобразование матрицы билинейной формы при переходе к новому базису. 6.3. Квадратичная форма. Определение. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду.

***практическое занятие (6 часа(ов)):***

Билинейная форма.

**Тема 7. Евклидово пространство**

***лекционное занятие (8 часа(ов)):***

7.1 Основные понятия. Определение. Неравенство Коши-Буняковского. Модуль вектора. Угол между векторами. 7.2 Ортонормированный базис. Ортогональная система векторов. Свойство ортогональных векторов. Ортонормированный базис. Теорема о существовании ортонормированного базиса. Переход от одного ортонормированного базиса к другому.

***практическое занятие (6 часа(ов)):***

Евклидово пространство.

**Тема 8. Симметричный и самосопряженный операторы**

***лекционное занятие (6 часа(ов)):***

8.1 Определение. Теорема о вещественности собственных чисел симметричного оператора.

## 8.2 Собственные векторы.

*практическое занятие (6 часа(ов)):*

Симметричный и самосопряженный операторы.

**Тема 9. Поверхности второго порядка**

*лекционное занятие (8 часа(ов)):*

Поверхности второго порядка.

*практическое занятие (6 часа(ов)):*

Приведение к каноническому виду.

## 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы самостоятельной работы
Тема 1. Комплексные числа	1	1-3	подготовка домашнего задания	12	домашняя работа
Тема 2. Система линейных уравнений	1	4-7	подготовка к контрольной работе	17	контрольная работа
Тема 3. Линейное пространство	1	8-9	подготовка к контрольной работе	12	контрольная работа
Тема 4. Оператор	1	10-11	подготовка домашнего задания	12	домашняя работа
Тема 5. Переход к новому базису	1	12-14	подготовка к контрольной работе	12	контрольная работа
Тема 6. Билинейная форма	2	1-4	подготовка к контрольной работе	11	контрольная работа
Тема 7. Евклидово пространство	2	5-8	подготовка к контрольной работе	11	контрольная работа
Тема 8. Симметричный и самосопряженный операторы	2	9-11	подготовка домашнего задания	11	домашняя работа
Тема 9. Поверхности второго порядка	2	12-15	подготовка к контрольной работе	10	контрольная работа
Итого				108	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Освоение дисциплины "Линейная алгебра" предполагает использование как традиционных (лекции, практические занятия с использованием методических материалов), так и инновационных образовательных технологий с использованием в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий: выполнение ряда практических заданий с использованием профессиональных программных средств создания и ведения электронных баз данных; мультимедийных программ.

**6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**





## **Тема 1. Комплексные числа**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнить действия над комплексными числами. Изобразить указанную область.

## **Тема 2. Система линейных уравнений**

контрольная работа , примерные вопросы:

Решить системы линейных алгебраических уравнений методом Крамера и Гаусса.

## **Тема 3. Линейное пространство**

контрольная работа , примерные вопросы:

Доказать, что указанное множество является линейным пространством.

## **Тема 4. Оператор**

домашнее задание , примерные вопросы:

Найти матрицу линейного оператора.

## **Тема 5. Переход к новому базису**

контрольная работа , примерные вопросы:

Перейти от старого базиса к новому.

## **Тема 6. Билинейная форма**

контрольная работа , примерные вопросы:

Найти матрицу билинейной формы. Привести к каноническому виду.

## **Тема 7. Евклидово пространство**

контрольная работа , примерные вопросы:

Доказать, что является евклидовым пространством. Найти скалярное произведение.

## **Тема 8. Симметричный и самосопряженный операторы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Симметричный и самосопряженный операторы.

## **Тема 9. Поверхности второго порядка**

контрольная работа , примерные вопросы:

Привести к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований.

## **Тема . Итоговая форма контроля**

## **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Вопросы к зачету

1. Комплексные числа. Основные понятия.
2. Действия над комплексными числами.
3. Определители второго порядка и системы линейных уравнений.
4. Правило Крамера для системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными.
5. Определители третьего порядка и системы линейных уравнений (свойства определителей).
6. Определители третьего порядка и системы линейных уравнений (минор элемента, алгебраическое дополнение элемента, теорема о разложении определителя по элементам любой строки).
7. Правило Крамера для системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными.
8. Понятие об определителе n-го порядка.
9. Ранг матрицы.
10. Исследование системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Метод Гаусса.

11. Линейные пространства. Основные понятия.
12. Линейная зависимость векторов в линейном пространстве. Базис.
13. Подпространство линейного пространства.
14. Действия над матрицами.
15. Свойства операций над матрицами.
16. Вырожденные и невырожденные матрицы. Обратная матрица.
17. Понятие характеристического уравнения, характеристического числа, собственного вектора матрицы.
18. Линейные операторы. Основные понятия.
19. Матрица линейного оператора.
20. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
21. Евклидово пространство. Основные понятия.
22. Неравенство Коши - Буняковского, теорема косинусов, теорема Пифагора.
23. Ортогональный и ортонормированный базисы.
24. Билинейная функция. Билинейная форма.
25. Квадратичная функция. Квадратичная форма. Канонический вид квадратичной формы.
26. Поверхности второго порядка.

### **7.1. Основная литература:**

1. Математика для экономического бакалавриата: Учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 472 с.: <http://www.znaniium.com/bookread.php?book=400839>
2. Математика и информатика: Учебник / В.Я. Турецкий; Уральский государственный университет им. А.М. Горького. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: ИНФРА-М, 2010. - 558 с. <http://www.znaniium.com/bookread.php?book=206346>
3. Математика и информатика: Учебное пособие / В.Б. Уткин, К.В. Балдин, А.В. Рукосуев. - 4-е изд. - М.: Дашков и К, 2011. - 472 с. <http://www.znaniium.com/bookread.php?book=305683>

### **7.2. Дополнительная литература:**

1. Ильин, Владимир Александрович. Линейная алгебра: учебник для студентов физических специальностей и специальности "Прикладная математика" / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк; [Моск. гос. ун-т].?Изд. 6-е, стер..?Москва: Физматлит, 2006.?278 с.: граф.; 22.?(Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова [и др.]; Вып. 4).?(Классический университетский учебник).?Предм. указ.: с. 274-278.?ISBN 5-9221-0481-0, 3000.
2. Кострикин, Алексей Иванович. Введение в алгебру: учебник для студентов университетов, обучающихся по специальности "Математика" и "Прикладная математика" / А. И. Кострикин; [МГУ им. М.В. Ломоносова].?Изд. 3-е.?Москва: Физматлит, 2004.?.; 22.?(Классический университетский учебник / ред. совет: В. А. Садовничий (пред.) [и др.]).
- Ч. 2: Линейная алгебра.?2004.?367 с.: ил..?Предм. указ.: с. 362-367.?ISBN 5-9221-0488-8((в пер.)) .? .

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Кафедра математики Физического Факультета МГУ им. М.В. Ломоносова - [http://matematika.phys.msu.ru/stud\\_gen/6](http://matematika.phys.msu.ru/stud_gen/6)

Линейная Equation Solver Pro" - <https://play.google.com/store/apps/details?id=an.LinearExpert&hl=ru>

Линейная алгебра. Алгоритмы. Методы - <http://algotlist.manual.ru/math/linalg/>

Линейная алгебра. Пособие к решению задач. - [http://joker150491.narod.ru/Kryakvin\\_V.D.\\_Lineynaya\\_algebra.\\_Posobie\\_k\\_resheniyu\\_zadach.pdf](http://joker150491.narod.ru/Kryakvin_V.D._Lineynaya_algebra._Posobie_k_resheniyu_zadach.pdf)

Линейная алгебра (учебное пособие для студентов) - <http://www.resolventa.ru/metod/student/linalg.htm>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Линейная алгебра" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Необходимы проектор, ноутбук, доска.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 080100.62 "Экономика" и профилю подготовки Фундаментальная экономика .

Автор(ы):

Хабибуллина Г.З. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Марданов Р.Ш. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

