

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Минзарипов Р.Г.

_____ " _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Дискретная математика и математическая логика Б3.Б.4

Направление подготовки: 010100.62 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Альпин Ю.А. , Калимуллин И.Ш.

Рецензент(ы):

Киндер М.И.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Арсланов М. М.

Протокол заседания кафедры No _____ от " _____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No _____ от " _____ " _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Альпин Ю.А. Кафедра алгебры и математической логики отделение математики , Yuri.Alpin@kpfu.ru ; профессор, д.н. (доцент) Калимуллин И.Ш. Кафедра алгебры и математической логики отделение математики , Iskander.Kalimullin@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Главной целью освоения дисциплины (модуля) "Дискретная математика и математическая логика" является обучение студентов методам решения задач дискретной математики и соответствующему мышлению. В процессе обучения требуется дать студентам запас базовых знаний по основным разделам дискретной математики, обучить рациональному и эффективному использованию полученных знаний при решении типовых задач дискретной математики и математической логики; сформировать у студентов представление о дискретной математике и математической логике как методах изучения широкого круга объектов и процессов, характеризующихся отсутствием свойства непрерывности; сформировать знания, умения и навыки использования основных понятий теории графов, теории автоматов, теории булевых функций. Формирование логической и математической культуры студента, фундаментальная подготовка в области математической логики, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.Б.4 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.62 Математика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1, 2 курсах, 2, 3 семестры.

Дискретная математика и математическая логика входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части. Для успешного изучения дискретной математики и математической логики необходимы знания и умения в объеме школьной программы по математике, общие понятия и факты из математического анализа, линейной алгебры.

Освоение дискретной математики и математической логики необходимо для эффективного использования возможностей современной вычислительной техники, изучения программирования и информатики. Знание основ дискретной математики и математической логики необходимо практически в любой современной научно-исследовательской работе.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-10 (общекультурные компетенции)	умением находить, анализировать и контекстно обрабатывать научно-техническую информацию
ОК-11 (общекультурные компетенции)	фундаментальной подготовкой по основам профессиональных знаний и готовностью к использованию их в профессиональной деятельности
ОК-6 (общекультурные компетенции)	способностью применять знания на практике
ПК-10 (профессиональные компетенции)	пониманием корректности постановок задач

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-11 (профессиональные компетенции)	самостоятельным построением алгоритма и его
ПК-15 (профессиональные компетенции)	способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления
ПК-16 (профессиональные компетенции)	выделением главных смысловых аспектов в доказательствах
ПК-19 (профессиональные компетенции)	владением методом алгоритмического моделирования при анализе постановок математических задач
ПК-2 (профессиональные компетенции)	умением понять поставленную задачу
ПК-20 (профессиональные компетенции)	владением методами математического и алгоритмического моделирования при решении прикладных задач
ПК-21 (профессиональные компетенции)	владением методами математического и алгоритмического моделирования при анализе теоретических проблем и задач
ПК-24 (профессиональные компетенции)	владением методами математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере
ПК-27 (профессиональные компетенции)	умением точно представить математические знания в устной форме
ПК-3 (профессиональные компетенции)	умением формулировать результат
ПК-4 (профессиональные компетенции)	умением строго доказать утверждение
ПК-5 (профессиональные компетенции)	умением на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат
ПК-6 (профессиональные компетенции)	умением самостоятельно увидеть следствия сформулированного результата
ПК-7 (профессиональные компетенции)	умением грамотно пользоваться языком предметной области
ПК-8 (профессиональные компетенции)	умением ориентироваться в постановках задач
ПК-9 (профессиональные компетенции)	знанием корректных постановок классических задач

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия дискретной математики и математической логики, определения и свойства математических объектов, используемых в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.

2. должен уметь:

решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов дискретной математики и математической логики, доказывать утверждения, строить модели объектов и понятий.

3. должен владеть:

математическим аппаратом дискретной математики и математической логики, методами доказательства утверждений в этой области, навыками алгоритмизации основных задач.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов дискретной математики и математической логики, доказывать утверждения, строить модели объектов и понятий.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен во 2 семестре; экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Основные определения и примеры, типы графов; компоненты связности; эйлеровы и гамильтоновы графы, теоремы Эйлера и Дирака; основные свойства деревьев, алгоритм Краскала нахождения минимального остова; планарность, теорема Понтрягина-Куратовского; формула Эйлера для плоских графов.	2	1-8	8	8	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Ориентированные графы; потоки в сетях, теорема Форда-Фалкерсона о максимальном потоке; паросочетания, трансверсали, теорема Холла о совершенном паросочетании в двудольном графе.	2	9-16	8	8	0	контрольная работа
3.	Тема 3. Конечные автоматы и формальные языки; теорема Майхилла-Нероуда; минимизация автомата; алгебра конечноавтоматных языков, теорема Клини.	2	16-24	8	8	0	домашнее задание
4.	Тема 4. Функции алгебры логики; существенные и несущест-венные переменные; разло-жение функций по перемен-ным, СДНФ, СКНФ, полиномы Жегалкина; тео-рема Поста о полноте систем функций; предполные классы.	2	25-32	8	8	0	контрольная работа
5.	Тема 5. Предмет математической логики. Логика предикатов.	3	1-8	8	8	0	домашнее задание
6.	Тема 6. Исчисление предикатов.	3	9-16	8	8	0	контрольная работа
7.	Тема 7. Теорема Геделя о полноте исчисления предикатов.	3	17-24	8	8	0	домашнее задание
8.	Тема 8. Элементарная эквивалентность и разрешимость теорий.	3	25-32	8	8	0	контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	экзамен

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	экзамен
	Итого			64	64	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Основные определения и примеры, типы графов; компоненты связности; эйлеровы и гамильтоновы графы, теоремы Эйлера и Дирака; основные свойства деревьев, алгоритм Краскала нахождения минимального остова; планарность, теорема Понтрягина-Куратовского; формула Эйлера для плоских графов.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

практическое занятие (8 часа(ов)):

Тема 2. Ориентированные графы; потоки в сетях, теорема Форда-Фалкерсона о максимальном потоке; паросочетания, трансверсали, теорема Холла о совершенном паросочетании в двудольном графе.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

практическое занятие (8 часа(ов)):

Тема 3. Конечные автоматы и формальные языки; теорема Майхилла-Нероуда; минимизация автомата; алгебра конечноавтоматных языков, теорема Клини.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

практическое занятие (8 часа(ов)):

Тема 4. Функции алгебры логики; существенные и несущественные переменные; разложение функций по переменным, СДНФ, СКНФ, полиномы Жегалкина; теорема Поста о полноте систем функций; предполные классы.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

практическое занятие (8 часа(ов)):

Тема 5. Предмет математической логики. Логика предикатов.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Предмет математической логики. Вопросы оснований математики. Логика предикатов. Предикаты. Кванторы. Языки первого порядка: термы, формулы, подформулы. Модели (алгебраические системы, интерпретации) для данного языка первого порядка. Истинность замкнутой формулы в данной модели. Предикаты, выражимые в данной модели.

практическое занятие (8 часа(ов)):

Решение задач по интерпретации формул первого порядка в различных математических моделях.

Тема 6. Исчисление предикатов.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Исчисление предикатов. Аксиомы и правила вывода исчисления предикатов. Выводимость в теории. Теорема о дедукции для исчисления предикатов. Правила введения и удаления логических символов.

практическое занятие (8 часа(ов)):

Решение задач по доказательству формул в исчислении предикатов.

Тема 7. Теорема Геделя о полноте исчисления предикатов.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Модель для данного множества замкнутых формул. Теорема Геделя о существовании модели. Теорема Геделя о полноте исчисления предикатов. Теорема Мальцева о компактности для логики предикатов.

практическое занятие (8 часа(ов)):

Решение задач по приложениям исчисления предикатов в теории моделей.

Тема 8. Элементарная эквивалентность и разрешимость теорий.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Элементарная теория данной модели. Элементарная эквивалентность моделей, элементарная подмодель. Теорема Лёвенгейма-Сколема. Разрешимость теории плотных линейно упорядоченных множеств без первого и последнего элемента. Другие примеры полных эффективно аксиоматизируемых теорий (без доказательств).

практическое занятие (8 часа(ов)):

Решение задач по заданию полных аксиоматических систем

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Основные определения и примеры, типы графов; компоненты связности; эйлеровы и гамильтоновы графы, теоремы Эйлера и Дирака; основные свойства деревьев, алгоритм Краскала нахождения минимального остова; планарность, теорема Понтрягина-Куратов-ского; формула Эйлера для плоских графов.	2	1-8	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
2.	Тема 2. Ориентированные графы; потоки в сетях, теорема Форда-Фалкерсона о максимальном потоке; паросочетания, трансверсали, теорема Холла о совершенном паросочетании в двудольном графе.	2	9-16	подготовка к контрольной работе	9	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Конечные автоматы и формальные языки; теорема Майхилла-Нероуда; минимизация автомата; алгебра конечноавтоматных языков, теорема Клини.	2	16-24	подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
4.	Тема 4. Функции алгебры логики; существенные и несущественные переменные; разложение функций по переменным, СДНФ, СКНФ, полиномы Жегалкина; теорема Поста о полноте систем функций; предполные классы.	2	25-32	подготовка к контрольной работе	9	контрольная работа
5.	Тема 5. Предмет математической логики. Логика предикатов.	3	1-8	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
6.	Тема 6. Исчисление предикатов.	3	9-16	подготовка к контрольной работе	9	контрольная работа
7.	Тема 7. Теорема Геделя о полноте исчисления предикатов.	3	17-24	подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
8.	Тема 8. Элементарная эквивалентность и разрешимость теорий.	3	25-32	подготовка к контрольной работе	9	контрольная работа
	Итого				70	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, экзамены.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Основные определения и примеры, типы графов; компоненты связности; эйлеровы и гамильтоновы графы, теоремы Эйлера и Дирака; основные свойства деревьев, алгоритм Краскала нахождения минимального остова; планарность, теорема Понтрягина-Куратовского; формула Эйлера для плоских графов.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить минимальный остов графа

Тема 2. Ориентированные графы; потоки в сетях, теорема Форда-Фалкерсона о максимальном потоке; паросочетания, трансверсали, теорема Холла о совершенном паросочетании в двудольном графе.

контрольная работа , примерные вопросы:

Найти конденсацию орграфа.

Тема 3. Конечные автоматы и формальные языки; теорема Майхилла-Нероуда; минимизация автомата; алгебра конечноавтоматных языков, теорема Клини.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить автомат, распознающий данный язык.

Тема 4. Функции алгебры логики; существенные и несущественные переменные; разложение функций по переменным, СДНФ, СКНФ, полиномы Жегалкина; теорема Поста о полноте систем функций; предполные классы.

контрольная работа , примерные вопросы:

Найти СДНФ, СКНФ и полином Жегалкина для данной функции.

Тема 5. Предмет математической логики. Логика предикатов.

домашнее задание , примерные вопросы:

Предмет математической логики. Вопросы оснований математики. Логика предикатов.

Предикаты. Кванторы. Языки первого порядка: термы, формулы, подформулы. Модели (алгебраические системы, интерпретации) для данного языка первого порядка. Истинность замкнутой формулы в данной модели. Предикаты, выражимые в данной модели.

Тема 6. Исчисление предикатов.

контрольная работа , примерные вопросы:

Исчисление предикатов. Аксиомы и правила вывода исчисления предикатов. Выводимость в теории. Теорема о дедукции для исчисления предикатов. Правила введения и удаления логических символов.

Тема 7. Теорема Геделя о полноте исчисления предикатов.

домашнее задание , примерные вопросы:

Модель для данного множества замкнутых формул. Теорема Геделя о существовании модели. Теорема Геделя о полноте исчисления предикатов. Теорема Мальцева о компактности для логики предикатов.

Тема 8. Элементарная эквивалентность и разрешимость теорий.

контрольная работа , примерные вопросы:

Элементарная теория данной модели. Элементарная эквивалентность моделей, элементарная подмодель. Теорема Лёвенгейма-Сколема. Разрешимость теории плотных линейно упорядоченных множеств без первого и последнего элемента. Другие примеры полных эффективно аксиоматизируемых теорий (без доказательств).

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

Приложение 1. Вопросы к экзамену по дискретной математике

1. Маршруты, цепи, циклы, простые цепи и циклы. Связные графы, компоненты. Теорема о числе рёбер связного графа (количество рёбер не меньше, чем количество вершин минус единица).

2. Эйлеровы графы и теорема Эйлера.

3. Гамильтоновы графы и теорема Дирака.

4. Понятие дерева и теорема об эквивалентных свойствах деревьев.

5. Алгоритм Краскала построения минимального остовного дерева графа

(с обоснованием).

6. Задача о свадьбах. Теорема Холла. Интерпретация на языке двудольных графов.
7. Теорема Фробениуса-Кёнига о $(0,1)$ -матрицах и её связь с задачей о свадьбах. Граничный ранг и ранг покрытия $(0,1)$ -матрицы. Теорема Кенига - Эгервари.
8. Ориентированные графы. Пути, простые пути, контуры и простые контуры. Сильно связные графы, компоненты и конденсация орграфа.
9. Матрица смежности графа и её свойства в ориентированном и неориентированном случаях.
10. Понятия сети и потока в сети. Лемма о потоках через разрезы и определение величины потока.
11. Алгоритм Форда - Фалкерсона. Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе.
12. Автоматы, настроенные автоматы и понятие распознаваемости языка. Пример языка, не распознаваемого конечным автоматом.
13. Отношение неразличимости (эквивалентности) слов относительно языка и его свойства. Ранг языка. Критерий Майхилла - Нероуда распознаваемости языка конечным автоматом.
14. Понятие базиса слов относительно языка и теорема о базисе. Табличный метод построения распознающего автомата по данному языку.
15. Теоремы о замкнутости класса конечно распознаваемых языков относительно дополнения, объединения и пересечения.
16. Логические функции. Табличный способ задания. Формулы, эквивалентность формул, основные эквивалентности. СДНФ, СКНФ и полиномы Жегалкина.
17. Определение классов Поста логических функций и доказательство их замкнутости.
18. Теорема Поста о полноте системы функций.

7.1. Основная литература:

1. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы: учебное пособие / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. Издание 2-е, исправленное и дополненное. Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2010. -362 с.
2. Асанов, Магаз Оразкимович. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы: учебное пособие / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. ?Издание 2-е, исправленное и дополненное. ?Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2010. ?368с. :http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=536
3. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин; Казан. гос. ун-т. -Казань: [Казан.гос. ун-т], 2007. 77 с.
4. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин; Казан. гос. ун-т. -Казань, 2007. URL:<http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-761515.pdf>>.
5. Математическая логика: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 399 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=242738>

7.2. Дополнительная литература:

1. Теория графов / Ф. Харари; под ред. Г. П. Гаврилова; пер. с англ. и предисл. В. П. Козырева. Изд. 4-е. Москва: [ЛИБРОКОМ], 2009. ?300 с.
2. Математическая логика / С. К. Клини; пер. с англ. Ю. А. Гастева; под ред. Г. Е. Минца; предисл. Ю. А. Гастева и Г. Е. Минца. Изд. 4-е. Москва: URSS: ЛКИ, 2008. ?480 с.
3. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения. М.: Лань, 2009. - 288 с. <http://e.lanbook.com/view/book/231/>

7.3. Интернет-ресурсы:

Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. М.: Лань, 2010. - 368 с.

//http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=536 -

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=536

Балюкевич Э.Л., Ковалева Л.Ф. Романников А.Н. Дискретная математика: учебно-практическое пособие - <http://www.bibliorossica.com/book.html?currBookId=6157&ln=en>

Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения. М.: Лань, 2009. - 288 с. - <http://e.lanbook.com/view/book/231/>

Шевелев Ю.П. Дискретная математика: учебное пособие - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=437

Элементы математической логики - http://old.kpfu.ru/f5/k2/bin_files/logika!13.pdf

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дискретная математика и математическая логика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Аудитории для лекций и практических занятий. Рекомендованная для освоения курса литература, компьютеры, ксерокс, проектор.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.62 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Альпин Ю.А. _____

Калимуллин И.Ш. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Киндер М.И. _____

"__" _____ 201__ г.