

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.



20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Математический анализ Б1.Б.7

Направление подготовки: 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Профиль подготовки: Системный анализ и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Турилова Е.А.

Рецензент(ы):

Андрианова А.А.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 912817

Казань
2017

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, к.н. (доцент) Турилова Е.А.
кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,
Ekaterina.Turilova@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Математический анализ - это один из основных курсов, лежащих в основе современного образования. В рамках этого курса предполагается рассмотреть такие его разделы, как теория пределов, предел и непрерывность функции, дифференциальное и интегральное исчисление, исследование функций с помощью производных., интегрирование функций одной переменной, дифференцирование в евклидовых пространствах

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.7 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1, 2 семестры.

Данная дисциплина относится к числу базовых.

Читается на 1 курсе в 1 и 2 семестрах для студентов обучающихся по направлению "Фундаментальная информатика и информационные технологии".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-10 (общекультурные компетенции)	способности использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования
ПК-1 (профессиональные компетенции)	Пк1 способность применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и языки баз данных, методологии системной инженерии, системы автоматизации проектирования, электронные библиотеки и коллекции, сетевые технологии, библиотеки и пакеты программ, современные профессиональные стандарты информационных технологий (в соответствии с профилизацией)
ПК-4 (профессиональные компетенции)	способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий, способность использовать современные инструментальные и вычислительные средства (в соответствии с профилизацией)
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность применять на практике международные и профессиональные стандарты информационных технологий, современные парадигмы и методологии, инструментальные и вычислительные средства (в соответствии с профилем подготовки)

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность осуществлять на практике современные методологии управления жизненным циклом и качеством систем, программных средства и сервисов информационных технологий

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- понятия математического анализа: понятия предела числовой последовательности, предела функции, дифференцирование и интегрирование функций одной переменной, понятие интеграла Римана, частной производной, дифференцирование в евклидовых пространствах.

2. должен уметь:

- вычислять производные функции одной переменной
- вычислять неопределенные и определенные интегралы
- определять пределы числовых последовательностей и пределы функций
- находить первообразные для функций одной переменной
-вычислять интеграл Римана
-вычислять частные производные функций многих переменных
-находить экстремум функций многих переменных

3. должен владеть:

- умением применять методы дифференциального исчисления для исследования функций одного переменного
- теоретическими знаниями по теории предела числовой последовательности и предела функции, теории числовых рядов, о неопределенном интеграле, в области евклидового пространства
- навыки отыскания предела числовой последовательности и предела функции; дифференцирования функции одного переменного, нахождения экстремумов функций одной и многих переменных, вычисления определенных и неопределенных интегралов.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- применять полученные знания в своей профессиональной деятельности

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных(ые) единиц(ы) 432 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 1 семестре; зачет и экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Теория вещественных чисел	1		2	0	4	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Числовые последовательности: основные понятия	1		2	0	6	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Свойства числовых последовательностей	1		2	0	6	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Предел функции в точке	1		4	0	6	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Непрерывность функции в точке	1		4	0	2	Контрольная работа Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Дифференцирование функции одной переменной	1		4	0	10	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Производные и дифференциалы высших порядков	1		3	0	5	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Основные теоремы дифференциального исчисления	1		2	0	0	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Формула Тейлора	1		5	0	6	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Исследование функций с помощью производной	1		5	0	6	Письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Неопределенный интеграл	1		3	0	3	Письменное домашнее задание Контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
12.	Тема 12. Неопределенный интеграл	2		0	0	10	Письменное домашнее задание
13.	Тема 13. Определенный интеграл Римана и его свойства	2		8	0	1	Письменное домашнее задание
14.	Тема 14. Интеграл Римана как функция верхнего предела	2		3	0	3	Письменное домашнее задание
15.	Тема 15. Геометрические приложения интеграла Римана	2		3	0	7	Письменное домашнее задание
16.	Тема 16. Несобственные интегралы	2		4	0	7	Контрольная работа Письменное домашнее задание
17.	Тема 17. Евклидово пространство	2		4	0	0	Письменное домашнее задание
18.	Тема 18. Предел и непрерывность в евклидовых пространствах	2		4	0	2	Письменное домашнее задание
19.	Тема 19. Частные производные и дифференцируемость в евклидовых пространствах	2		6	0	12	Письменное домашнее задание
20.	Тема 20. Экстремумы функций многих переменных	2		4	0	12	Письменное домашнее задание Контрольная работа
·	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	Экзамен Зачет
·	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	Экзамен Зачет
	Итого			72	0	108	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Теория вещественных чисел

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Множества и их свойства, операции над множествами, счетные множества и их свойства, аксиоматика числовой прямой, топология числовой прямой

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Действия над множествами, образы, прообразы, метод математической индукции, построение графиков в различных системах координат

Тема 2. Числовые последовательности: основные понятия

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Числовые последовательности: определение предела, примеры, элементарные свойства, арифметические операции над сходящимися последовательностями.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Вычисление пределов числовых последовательностей по определению и с использованием арифметических свойств

Тема 3. Свойства числовых последовательностей

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Монотонные последовательности, лемма о вложенных отрезках, теоремы Вейерштрасса и Больцано-Вейерштрасса, критерий Коши сходимости последовательности, число e .

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Вычисление предела числовой последовательности с использованием монотонности и ограниченности и фундаментальности

Тема 4. Предел функции в точке

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Предел функции в точке: эквивалентность определений, арифметические свойства, пределы монотонных функций, критерий Коши существования предела функции, эквивалентные функции, o -символика, замечательные пределы

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Вычисление пределов функций с использованием свойств и через эквивалентности

Тема 5. Непрерывность функции в точке

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Определение, свойства функций непрерывных в точке, непрерывность сложной функции, свойства функций, непрерывных на отрезке, непрерывность элементарных функций.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Исследование функции на непрерывность

Тема 6. Дифференцирование функции одной переменной

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Производная функции одной переменной: определение, вычисление производных от элементарных функций. Критерий существования производной в точке. Правила вычисления производной: производная суммы, произведения и частного; производная обратной функции; производная сложной функции.

лабораторная работа (10 часа(ов)):

Техника дифференцирования

Тема 7. Производные и дифференциалы высших порядков

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Производные и дифференциалы n -го порядка, формула Лейбница; свойства.

лабораторная работа (5 часа(ов)):

Нахождение производных и дифференциалов n -го порядка

Тема 8. Основные теоремы дифференциального исчисления

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ферма; теорема Ролля, теорема Коши, теорема Лагранжа, формула конечных приращений Лагранжа

Тема 9. Формула Тейлора

лекционное занятие (5 часа(ов)):

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и с остаточным членом в форме Пеано; теорема о единственности разложения по формуле Тейлора; разложение элементарных функций по формуле Маклорена; вычисление пределов с помощью формулы Тейлора. Правило Лопиталя.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Разложение функции по формуле Тейлора с остатком в форме Пеано, вычисление пределов с помощью формулы Тейлора и правила Лопиталя

Тема 10. Исследование функций с помощью производной

лекционное занятие (5 часа(ов)):

Возрастание и убывание функции, точки экстремумы, выпуклость, точки перегиба, асимптоты.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Исследование функций с помощью производной и построение графиков

Тема 11. Неопределенный интеграл

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Неопределенный интеграл: определение, теорема об общем виде первообразной, свойства определенного интеграла. Интегрирование с помощью замены переменной. Формула интегрирования по частям. Различные приемы интегрирования

лабораторная работа (3 часа(ов)):

основные методы интегрирования: замена переменных и интегрирование по частям

Тема 12. Неопределенный интеграл

лабораторная работа (10 часа(ов)):

вычисление неопределенных интегралов от функций различных типов

Тема 13. Определенный интеграл Римана и его свойства

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Определённый интеграл Римана: задачи, приводящие к понятию определенного интеграла, определение, необходимое условие интегрируемости функции. Интегральные суммы Дарбу, их свойства. Критерий интегрируемости функции. Арифметические свойства, свойства интеграла, связанные с неравенствами, теорема о среднем, интегрируемость непрерывных и монотонных функций

лабораторная работа (1 часа(ов)):

вычисление определенных интегралов по определению

Тема 14. Интеграл Римана как функция верхнего предела

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Интеграл с переменным верхним пределом, свойства (непрерывность, дифференцируемость, существование первообразной непрерывной функции), формула Ньютона-Лейбница, замена переменной, формула интегрирования по частям

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Вычисление определенных интегралов с помощью основных методов

Тема 15. Геометрические приложения интеграла Римана

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Площадь криволинейной трапеции в различных системах координат, длина дуги, площадь поверхности и объем тел вращения

лабораторная работа (7 часа(ов)):

Вычисление площади криволинейной трапеции, длину дуги, площади поверхности и объемов

Тема 16. Несобственные интегралы

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Понятие несобственного интеграла двух типов, сходимость несобственного интеграла, критерий Коши, признаки сходимости

лабораторная работа (7 часа(ов)):

Исследование несобственного интеграла на сходимость по определению и с помощью признаков

Тема 17. Евклидово пространство

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Евклидово пространство : определение, основные свойства; скалярное произведение ; сходимость последовательностей , связь с по-координатной сходимостью; теорема Больцано-Вейерштрасса. Открытые и замкнутые множества, их характеристика в терминах последовательностей, компактные множества, критерий компактности

Тема 18. Предел и непрерывность в евклидовых пространствах

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Предел отображения в точке, непрерывность в точке, свойства непрерывных функций на компактном множестве

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Вычисление предела отображения в точке, исследование отображений на непрерывность

Тема 19. Частные производные и дифференцируемость в евклидовых пространствах

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Частные производные и дифференцируемость отображений: определение частной производной, условия дифференцируемости функции в точке; дифференцируемость сложной функции; дифференциал, \ и его свойства; формула конечных приращений. Производные и дифференциалы высших порядков

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Нахождение частных производных и дифференциалов, дифференцирование сложных отображений, дифференцирование неявных функций, замена переменных

Тема 20. Экстремумы функций многих переменных

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Экстремумы функций многих переменных: необходимое условие существования экстремума в точке; формула Тейлора, достаточные условия существования экстремума в точке.

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Нахождение экстремумов функции многих переменных, условный экстремум, задачи на максимум и минимум

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Теория вещественных чисел	1		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
2.	Тема 2. Числовые последовательности: основные понятия	1		подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
3.	Тема 3. Свойства числовых последовательностей	1		подготовка домашнего задания	8	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Предел функции в точке	1		подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
5.	Тема 5. Непрерывность функции в точке	1		подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
6.	Тема 6. Дифференцирование функции одной переменной	1		подготовка домашнего задания	12	домашнее задание
7.	Тема 7. Производные и дифференциалы высших порядков	1		подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
8.	Тема 8. Основные теоремы дифференциального исчисления	1		подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
9.	Тема 9. Формула Тейлора	1		подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
10.	Тема 10. Исследование функций с помощью производной	1		подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
11.	Тема 11. Неопределенный интеграл	1		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
12.	Тема 12. Неопределенный интеграл	2		подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
13.	Тема 13. Определенный интеграл Римана и его свойства	2		подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
14.	Тема 14. Интеграл Римана как функция верхнего предела	2		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
15.	Тема 15. Геометрические приложения интеграла Римана	2		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
16.	Тема 16. Несобственные интегралы	2		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	5	контрольная работа
17.	Тема 17. Евклидово пространство	2		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
18.	Тема 18. Предел и непрерывность в евклидовых пространствах	2		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
19.	Тема 19. Частные производные и дифференцируемость в евклидовых пространствах	2		подготовка домашнего задания	12	домашнее задание
20.	Тема 20. Экстремумы функций многих переменных	2		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	8	контрольная работа
	Итого				144	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена и зачета минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Математический анализ 1" на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену и зачету. При подготовке к сдаче экзамена и зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену и зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Теория вещественных чисел

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теории множеств, метод математической индукции, построение эскизов кривых

Тема 2. Числовые последовательности: основные понятия

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на вычисление пределов последовательности

Тема 3. Свойства числовых последовательностей

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на вычисление пределов последовательности с использованием свойств

Тема 4. Предел функции в точке

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на вычисление пределов различных функций

Тема 5. Непрерывность функции в точке

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на непрерывность функции в точке

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти предел последовательности 2. Найти предел дробно-рациональной функции 3. Найти предел тригонометрической функции 4. Найти предел трансцендентной функции 5. Найти предел показательно-степенной функции

Тема 6. Дифференцирование функции одной переменной

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на вычисление производных

Тема 7. Производные и дифференциалы высших порядков

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на вычисление производных и дифференциалов высших порядков

Тема 8. Основные теоремы дифференциального исчисления

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение теоретических задач на использование основных теорем дифференциального исчисления.

Тема 9. Формула Тейлора

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на вычисление пределов с использованием формулы Тейлора и правила Лопиталя.

Тема 10. Исследование функций с помощью производной

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на исследование функций и построение графиков

Тема 11. Неопределенный интеграл

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление простейших неопределенных интегралов

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти производную функции 2. Разложить функцию по формуле Тейлора 3. Вычислить предел функции, разложив ее по формуле Тейлора 4. Найти предел функции по правилу Лопиталя 5. Исследовать функцию и построить график

Тема 12. Неопределенный интеграл

домашнее задание , примерные вопросы:

вычисление неопределенных интегралов от функций различных типов

Тема 13. Определенный интеграл Римана и его свойства

домашнее задание , примерные вопросы:

решение теоретических задач на определение интеграла Римана

Тема 14. Интеграл Римана как функция верхнего предела

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление интеграла Римана с помощью формулы Ньютона-Лейбница

Тема 15. Геометрические приложения интеграла Римана

домашнее задание , примерные вопросы:

вычисление площади криволинейной трапеции в различных системах координат вычисление длин дуг кривых, площадей поверхности и объемов тел вращения

Тема 16. Несобственные интегралы

домашнее задание , примерные вопросы:

Исследование несобственных интегралов на сходимость

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Вычисление неопределенного интеграла с помощью замены переменных 2. Вычисление неопределенного интеграла с помощью формулы интегрирования по частям 3. Вычисление неопределенного интеграла с помощью различных методов 4. Исследование несобственного интеграла на сходимость 5. Вычисление площади плоской фигуры 6. Вычисление длины дуги

Тема 17. Евклидово пространство

домашнее задание , примерные вопросы:

Теоретические задачи на основные понятия евклидова пространства

Тема 18. Предел и непрерывность в евклидовых пространствах

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на вычисление пределов отображений и исследование на непрерывность

Тема 19. Частные производные и дифференцируемость в евклидовых пространствах

домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение частных производных первого и второго порядка, нахождение дифференциалов, вычисление касательного отображения для сложных отображений, замена переменных в обыкновенных дифференциальных уравнениях выражениях, содержащих частные производные

Тема 20. Экстремумы функций многих переменных

домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение экстремумов функций многих переменных. Решение задач на условный экстремум и на максимум и минимум

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти частные производные первого и второго порядка (в явном виде) 2. Найти частные производные функции, заданной неявно. 3. Преобразовать выражение с помощью замены переменной 4. Найти экстремумы функции двух или трех переменных 5. Найти наибольшее или наименьшее значение функции на компактном множестве

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Программа экзамена.

1 семестр

I. Введение в анализ.

Множества. Операции над множествами. Функция. Образ и прообраз множества при отображении. Биекция. Равномощные множества. Счетные множества и их свойства. График числовой функции. Функции, заданные неявно. Обратная функция. Монотонная функция и обратная к ней. Операции над числовыми функциями.

Аксиоматическое определение действительных чисел. Точная верхняя и точная нижняя грани числового множества. Характеристическое свойство точной верхней грани. Топология числовой прямой (окрестности, проколотые окрестности, открытые и замкнутые множества, предельные и изолированные точки множества). Теорема Вейерштрасса. Расширенная числовая прямая.

Предел числовой последовательности. Подпоследовательность. Свойство подпоследовательностей сходящейся последовательности. Элементарные свойства предела последовательности (единственность, свойство "зажатой" последовательности, ограниченность сходящейся последовательности, арифметические свойства). Сходимость монотонных ограниченных последовательностей. Лемма о вложенных отрезках. Теорема Больцано-Вейерштрасса о существовании сходящейся подпоследовательности. Число e . Фундаментальные последовательности и критерий Коши. Теорема Кантора о несчетности множества действительных чисел. Пределы в расширенной числовой прямой.

Предел функции в точке. Эквивалентность определений. Свойства предела: единственность, свойство "зажатой" функции, ограниченность функции в окрестности точки существования предела, арифметические свойства, критерий Коши существования предела функции в точке, свойство сохранения знака. Первый и второй замечательные пределы. Асимптотические равенства. Эквивалентные функции и их свойства. Основные эквивалентности.

Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных в точке функций: ограниченность в окрестности точки непрерывности, сохранение знака, арифметические свойства, непрерывность суперпозиции. Точки разрыва. Свойства непрерывной на отрезке функции: ограниченность, достижение точных граней, обращение функции в нуль, свойство промежуточных значений. Равномерная непрерывность. Лемма о подпоследовательности. Непрерывность обратной функции.

II. Дифференцирование.

Касательная к кривой. Дифференцируемость функции в точке. Определение производной функции в точке. Касательное отображение. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Однозначная определенность производной. Арифметические свойства операции дифференцирования. Дифференцирование суперпозиции функций. Дифференцирование обратной функции. Таблица производных элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля и Коши, формула Лагранжа. Правило Лопиталя. Формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа. Локальная формула Тейлора. Единственность представления функции локальной формулой Тейлора. Формулы Тейлора для основных элементарных функций. Возрастание и убывание функций на отрезке. Необходимое условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума (2 условия). Выпуклость кривой в точке. Точки перегиба. Асимптоты.

Понятие первообразной и ее свойства.

2 семестр

Программа экзамена.

Задача, приводящие к понятию интеграла Римана. Определения интеграла Римана (на языке последовательностей, на языке " ϵ - δ "). Необходимое условие интегрируемости функции. Множества лебеговой меры нуль и их свойства. Теорема Лебега (формулировка). Интегрируемость монотонной функции. Свойства интеграла Римана: линейность, интегрируемость произведения и модуля. Свойство аддитивности интеграла Римана относительно области интегрирования. Свойства интеграла, связанные с неравенствами. Теорема о среднем. Свойство непрерывности интеграла как функции своего верхнего предела. Теорема о существовании первообразной. Формула Ньютона-Лейбница. Формула интегрирования по частям и замена переменной в интеграле Римана. Верхний и нижний интегралы Дарбу и их свойства. Критерий Дарбу интегрируемости функций. Интегрируемость непрерывной функции. Геометрические приложения интеграла Римана.

Несобственные интегралы: определение, свойства, критерий Коши, формула Ньютона-Лейбница. Интегралы от неотрицательных функций: признаки сравнения. Абсолютно сходящиеся интегралы. Признаки Дирихле и Абеля.

Евклидовы пространства (основные понятия). Топология евклидова пространства. Компактные множества в евклидовых пространствах. Критерий компактности, теорема Вейерштрасса. Векторные последовательности. Характеризация замкнутых множеств и предельных точек в терминах последовательностей. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предел отображения в точке, равносильность определений, свойства. Непрерывные отображения. Свойства непрерывных функций на компактных множествах: ограниченность и равномерная непрерывность, достижение точных граней, достижение промежуточных значений.

Линейные отображения в евклидовых пространствах и их представление матрицей. Обратимые линейные отображения. Норма линейного отображения и ее свойства. Касательное отображение и его свойства: однозначность, непрерывность дифференцируемого отображения, дифференцируемость сложной функции. Частные производные. Матрица Якоби, формула полной производной. Арифметические свойства функций многих переменных. Условия дифференцируемости отображений. Касательная плоскость. Непрерывно дифференцируемые отображения. Непрерывные вектор-функции. Интеграл от непрерывной вектор-функции. Необходимое условие локального экстремума. Оценочная формула Лагранжа. Частные производные высших порядков. Теорема о независимости частных производных от порядка дифференцирования. Достаточные условия локального экстремума.

7.1. Основная литература:

1. Анчиков, Анатолий Михайлович. Введение в математический анализ в вопросах и задачах [Текст : электронный ресурс] / А.М. Анчиков, Р.Л. Валиуллин, Р.А. Даишев ; Казан. гос. ун-т, Физ. фак. ? Электронные данные (1 файл: 0,35 Мб) .? (Казань : Научная библиотека Казанского федерального университета, 2014) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый. <URL:<http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-759223.pdf>>.

2. Шерстнев, Анатолий Николаевич (д-р физ.-мат. наук ; 1938 -) .

Конспект лекций по математическому анализу [Текст: электронный ресурс] / А. Н. Шерстнев .? Изд. 5-е .? Электронные данные (1 файл: 2,66 Мб) .? (Казань : Казанский государственный университет, 2009) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый .? http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf

3. Дубровин В.Т. Лекции по математическому анализу. Часть 3. - Казань: Казан. ун-т, 2014. - 166 с.

<http://libweb.kpfu.ru/ebooks/publicat/0-805700.pdf>

4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. - М.: Физматлит, 2010. - 496 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/2226/>

5. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. - М.: Физматлит, 2009. - 504 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/2227/>

7.2. Дополнительная литература:

1. Фигтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Часть 2. - СПб.: Лань, 2008. - 464 с.

ЭБС 'Лань': <http://e.lanbook.com/view/book/411/>

2. Злобина С.В., Посицельская Л.Н. Математический анализ в задачах и упражнениях. - М.: Физматлит, 2009. - 360 с.

ЭБС 'Лань': <http://e.lanbook.com/view/book/2377/>

3. Зорич В.А. Математический анализ задач естествознания. - М.: МЦНМО, 2008. - 136 с.

ЭБС 'Лань': <http://e.lanbook.com/view/book/9343/>

4. Спивак М. Математический анализ на многообразиях. - Сб.: Лань, 2005. - 160с

ЭБС 'Лань': http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=377

7.3. Интернет-ресурсы:

Естественно-научный портал - <http://en.edu.ru/>

Краткий справочник по математике - <http://matembook.chat.ru/>

математический портал - <http://www.allmath.com/>

образовательный математический сайт. - <http://www.exponenta.ru/>

Сайт с учебными материалами по математическим дисциплинам - <http://www.math.ru/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Математический анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Лекции и практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" и профилю подготовки Системный анализ и информационные технологии .

Автор(ы):

Турилова Е.А. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Андрианова А.А. _____

"__" _____ 201__ г.