

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Математический анализ 1 Б1.Б.5

Направление подготовки: 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Профиль подготовки: Системный анализ и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Турилова Е.А.

**Рецензент(ы):**

Андрианова А.А.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2016

## **Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, к.н. (доцент) Турилова Е.А.  
кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,  
Ekaterina.Turilova@kpfu.ru

## 1. Цели освоения дисциплины

Математический анализ - это один из основных курсов, лежащих в основе современного образования. В рамках этого курса предполагается рассмотреть такие его разделы, как теория пределов, предел и непрерывность функции, дифференциальное и интегральное исчисление, исследование функций с помощью производных.

## 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.5 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 1 курсе в 1 семестре для студентов обучающихся по направлению "Фундаментальная информатика и информационные технологии".

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
ПК-11 (профессиональные компетенции)	способностью составлять и контролировать план выполняемой работы, планировать необходимые для выполнения работы ресурсы, оценивать результаты собственной работы
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий
ПК-4 (профессиональные компетенции)	способностью решать задачи профессиональной деятельности в составе научно-исследовательского и производственного коллектива

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- понятия математического анализа: понятия предела числовой последовательности, предела функции, дифференцирование и интегрирование функций одной переменной

2. должен уметь:

- вычислять производные функции одной переменной
- вычислять неопределенные и определенные интегралы
- определять пределы числовых последовательностей и пределы функций

3. должен владеть:

- умением применять методы дифференциального исчисления для исследования функций одного переменного
- теоретическими знаниями по теории предела числовой последовательности и предела функции, теории числовых рядов, о неопределенном интеграле
- навыки отыскания предела числовой последовательности и предела функции; дифференцирования функции одного переменного, нахождения экстремумов

- применять полученные знания в своей профессиональной деятельности

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Теория вещественных чисел	1		2	4	0	письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Числовые последовательности: основные понятия	1		2	4	0	письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Свойства числовых последовательностей	1		2	4	0	письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Предел функции в точке	1		4	9	0	письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Непрерывность функции в точке	1		4	5	0	контрольная работа письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Дифференцирование функции одной переменной	1		4	8	0	письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Производные и дифференциалы высших порядков	1		3	4	0	письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Основные теоремы дифференциального исчисления	1		2	0	0	письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Формула Тейлора	1		5	6	0	письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Исследование функций с помощью производной	1		5	6	0	письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Неопределенный интеграл	1		3	4	0	письменное домашнее задание контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен зачет
	Итого			36	54	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Теория вещественных чисел

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Множества и их свойства, операции над множествами, счетные множества и их свойства, аксиоматика числовой прямой, топология числовой прямой

#### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Действия над множествами, образы, прообразы, метод математической индукции, построение графиков в различных системах координат

## **Тема 2. Числовые последовательности: основные понятия**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Числовые последовательности: определение предела, примеры, элементарные свойства, арифметические операции над сходящимися последовательностями.

### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Вычисление пределов числовых последовательностей по определению и с использованием арифметических свойств

## **Тема 3. Свойства числовых последовательностей**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Монотонные последовательности, лемма о вложенных отрезках, теоремы Вейерштрасса и Больцано-Вейерштрасса, критерий Коши сходимости последовательности, число  $e$ .

### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Вычисление предела числовой последовательности с использованием монотонности и ограниченности и фундаментальности

## **Тема 4. Предел функции в точке**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Предел функции в точке: эквивалентность определений, арифметические свойства, пределы монотонных функций, критерий Коши существования предела функции, эквивалентные функции,  $o$ -символика, замечательные пределы

### **практическое занятие (9 часа(ов)):**

Вычисление пределов функций с использованием свойств и через эквивалентности

## **Тема 5. Непрерывность функции в точке**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Определение, свойства функций непрерывных в точке, непрерывность сложной функции, свойства функций, непрерывных на отрезке, непрерывность элементарных функций.

### **практическое занятие (5 часа(ов)):**

Исследование функции на непрерывность

## **Тема 6. Дифференцирование функции одной переменной**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Производная функции одной переменной: определение, вычисление производных от элементарных функций. Критерий существования производной в точке. Правила вычисления производной: производная суммы, произведения и частного; производная обратной функции; производная сложной функции.

### **практическое занятие (8 часа(ов)):**

Техника дифференцирования

## **Тема 7. Производные и дифференциалы высших порядков**

### **лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Производные и дифференциалы  $n$ -го порядка, формула Лейбница; свойства.

### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Нахождение производных и дифференциалов  $n$ -го порядка

## **Тема 8. Основные теоремы дифференциального исчисления**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ферма; теорема Ролля, теорема Коши, теорема Лагранжа, формула конечных приращений Лагранжа

## **Тема 9. Формула Тейлора**

### **лекционное занятие (5 часа(ов)):**

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и с остаточным членом в форме Пеано; теорема о единственности разложения по формуле Тейлора; разложение элементарных функций по формуле Маклорена; вычисление пределов с помощью формулы Тейлора. Правило Лопиталя.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Разложение функции по формуле Тейлора с остатком в форме Пеано, вычисление пределов с помощью формулы Тейлора и правила Лопиталя

**Тема 10. Исследование функций с помощью производной**

**лекционное занятие (5 часа(ов)):**

Возрастание и убывание функции, точки экстремумы, выпуклость, точки перегиба, асимптоты.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Исследование функций с помощью производной и построение графиков

**Тема 11. Неопределенный интеграл**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Неопределенный интеграл: определение, теорема об общем виде первообразной, свойства определенного интеграла. Интегрирование с помощью замены переменной. Формула интегрирования по частям. Различные приемы интегрирования

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Вычисление неопределенного интеграла с использованием основных приемов

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Теория вещественных чисел	1		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
2.	Тема 2. Числовые последовательности: основные понятия	1		подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
3.	Тема 3. Свойства числовых последовательностей	1		подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
4.	Тема 4. Предел функции в точке	1		подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
5.	Тема 5. Непрерывность функции в точке	1		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
6.	Тема 6. Дифференцирование функции одной переменной	1		подготовка домашнего задания	12	домашнее задание
7.	Тема 7. Производные и дифференциалы высших порядков	1		подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
8.	Тема 8. Основные теоремы дифференциального исчисления	1		подготовка домашнего задания	8	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	Тема 9. Формула Тейлора	1		подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
10.	Тема 10. Исследование функций с помощью производной	1		подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
11.	Тема 11. Неопределенный интеграл	1		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
	Итого				90	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена и зачета минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Математический анализ 1" на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену и зачету. При подготовке к сдаче экзамена и зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену и зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Теория вещественных чисел

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теории множеств, метод математической индукции, построение эскизов кривых

### Тема 2. Числовые последовательности: основные понятия

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на вычисление пределов последовательности

### **Тема 3. Свойства числовых последовательностей**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на вычисление пределов последовательности с использованием свойств

### **Тема 4. Предел функции в точке**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на вычисление пределов различных функций

### **Тема 5. Непрерывность функции в точке**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на непрерывность функции в точке

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти предел последовательности 2. Найти предел дробно-рациональной функции 3. Найти предел тригонометрической функции 4. Найти предел трансцендентной функции 5. Найти предел показательно-степенной функции

### **Тема 6. Дифференцирование функции одной переменной**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на вычисление производных

### **Тема 7. Производные и дифференциалы высших порядков**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на вычисление производных и дифференциалов высших порядков

### **Тема 8. Основные теоремы дифференциального исчисления**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение теоретических задач на использование основных теорем дифференциального исчисления.

### **Тема 9. Формула Тейлора**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на вычисление пределов с использованием формулы Тейлора и правила Лопиталья.

### **Тема 10. Исследование функций с помощью производной**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на исследование функций и построение графиков

### **Тема 11. Неопределенный интеграл**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление простейших неопределенных интегралов

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти производную функции 2. Разложить функцию по формуле Тейлора 3. Вычислить предел функции, разложив ее по формуле Тейлора 4. Найти предел функции по правилу Лопиталья 5. Исследовать функцию и построить график

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Программа экзамена.

I. Введение в анализ.

Множества. Операции над множествами. Функция. Образ и прообраз множества при отображении. Биекция. Равномощные множества. Счетные множества и их свойства. График числовой функции. Функции, заданные неявно. Обратная функция. Монотонная функция и обратная к ней. Операции над числовыми функциями.

Аксиоматическое определение действительных чисел. Точная верхняя и точная нижняя грани числового множества. Характеристическое свойство точной верхней грани. Топология числовой прямой (окрестности, проколотые окрестности, открытые и замкнутые множества, предельные и изолированные точки множества). Теорема Вейерштрасса. Расширенная числовая прямая.

Предел числовой последовательности. Подпоследовательность. Свойство подпоследовательностей сходящейся последовательности. Элементарные свойства предела последовательности (единственность, свойство "зажатой" последовательности, ограниченность сходящейся последовательности, арифметические свойства). Сходимость монотонных ограниченных последовательностей. Лемма о вложенных отрезках. Теорема Больцано-Вейерштрасса о существовании сходящейся подпоследовательности. Число  $e$ . Фундаментальные последовательности и критерий Коши. Теорема Кантора о несчетности множества действительных чисел. Пределы в расширенной числовой прямой.

Предел функции в точке. Эквивалентность определений. Свойства предела: единственность, свойство "зажатой" функции, ограниченность функции в окрестности точки существования предела, арифметические свойства, критерий Коши существования предела функции в точке, свойство сохранения знака. Первый и второй замечательные пределы. Асимптотические равенства. Эквивалентные функции и их свойства. Основные эквивалентности.

Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных в точке функций: ограниченность в окрестности точки непрерывности, сохранение знака, арифметические свойства, непрерывность суперпозиции. Точки разрыва. Свойства непрерывной на отрезке функции: ограниченность, достижение точных граней, обращение функции в нуль, свойство промежуточных значений. Равномерная непрерывность. Лемма о подпоследовательности. Непрерывность обратной функции.

## II. Дифференцирование.

Касательная к кривой. Дифференцируемость функции в точке. Определение производной функции в точке. Касательное отображение. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Однозначная определенность производной. Арифметические свойства операции дифференцирования. Дифференцирование суперпозиции функций. Дифференцирование обратной функции. Таблица производных элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля и Коши, формула Лагранжа. Правило Лопиталя. Формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа. Локальная формула Тейлора. Единственность представления функции локальной формулой Тейлора. Формулы Тейлора для основных элементарных функций. Возрастание и убывание функций на отрезке. Необходимое условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума (2 условия). Выпуклость кривой в точке. Точки перегиба. Асимптоты.

Понятие первообразной и ее свойства.

### 7.1. Основная литература:

1. Анчиков, Анатолий Михайлович. Введение в математический анализ в вопросах и задачах [Текст : электронный ресурс] / А.М. Анчиков, Р.Л. Валиуллин, Р.А. Даишев ; Казан. гос. ун-т, Физ. фак. ? Электронные данные (1 файл: 0,35 Мб) .? (Казань : Научная библиотека Казанского федерального университета, 2014) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый. <URL:<http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-759223.pdf>>.
2. Шерстнев, Анатолий Николаевич (д-р физ.-мат. наук ; 1938 -) . Конспект лекций по математическому анализу [Текст: электронный ресурс] / А. Н. Шерстнев .? Изд. 5-е .? Электронные данные (1 файл: 2,66 Мб) .? (Казань : Казанский государственный университет, 2009) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый .? [http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_33\\_2009\\_000165.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf)
3. Дубровин В.Т. Лекции по математическому анализу. Часть 3. - Казань: Казан. ун-т, 2014. - 166 с.

<http://libweb.kpfu.ru/ebooks/publicat/0-805700.pdf>

4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. - М.: Физматлит, 2010. - 496 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/2226/>

5. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. - М.: Физматлит, 2009. - 504 с. ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/2227/>

## **7.2. Дополнительная литература:**

1. Фигтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Часть 1. - СПб.: Лань, 2008. - 448 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/410/>

2. Фигтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Часть 2. - СПб.: Лань, 2008. - 464 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/411/>

3. Злобина С.В., Посицельская Л.Н. Математический анализ в задачах и упражнениях. - М.: Физматлит, 2009. - 360 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/2377/>

4. Зорич В.А. Математический анализ задач естествознания. - М.: МЦНМО, 2008. - 136 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/9343/>

5. Спивак М. Математический анализ на многообразиях. - Сб.: Лань, 2005. - 160 с.

ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=377](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=377)

## **7.3. Интернет-ресурсы:**

Естественно-научный портал - <http://en.edu.ru/>

Краткий справочник по математике - <http://matembook.chat.ru/>

математический портал - <http://www.allmath.com/>

образовательный математический сайт. - <http://www.exponenta.ru/>

Сайт с учебными материалами по математическим дисциплинам - <http://www.math.ru/>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Математический анализ 1" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Лекции и практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" и профилю подготовки Системный анализ и информационные технологии .

Автор(ы):

Турилова Е.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Андрианова А.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.