

Тема 1. Элементы аналитической геометрии

Расстояние между двумя точками на плоскости определяется формулой

$$— d = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2}$$

$$— d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2}$$

$$— d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$— d = \sqrt{(x_2 - y_2)^2 + (x_1 - y_1)^2}$$

Абсцисса точки С, разбивающей отрезок АВ в отношении  $\lambda = \frac{AC}{CB}$ , равна

$$— x_c = \frac{x_A - \lambda x_B}{1 + \lambda}$$

$$— x_c = \frac{x_B + \lambda x_A}{1 + \lambda}$$

$$— x_c = \frac{x_A + \lambda x_B}{1 - \lambda}$$

$$— x_c = \frac{x_A + \lambda x_B}{1 + \lambda}$$

Ордината точки С, разбивающей отрезок АВ в отношении  $\lambda = \frac{AC}{CB}$ , равна

$$— y_c = \frac{y_B + \lambda y_A}{1 + \lambda}$$

$$— y_c = \frac{y_A + \lambda y_B}{1 + \lambda}$$

$$— y_c = \frac{y_B - \lambda y_A}{1 - \lambda}$$

$$— y_c = \frac{y_B + \lambda y_A}{1 - \lambda}$$

Абсцисса середины отрезка АВ равна

$$— x_c = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$— x_c = \frac{x_A - x_B}{2}$$

$$— x_c = \frac{x_B - x_A}{2}$$

$$— x_c = \frac{x_A + x_B}{0,5}$$

Ордината середины отрезка АВ равна

$$\text{— } y_c = \frac{y_B - y_A}{2}$$

$$\text{— } y_c = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$\text{— } y_c = \frac{y_A - y_B}{2}$$

$$\text{— } y_c = \frac{y_A + y_B}{0,5}$$

В уравнении  $y = kx + b$  значение  $k$  – это

— координата точки пересечения прямой с осью абсцисс

— координата точки пересечения прямой с осью ординат

— угол, образованный прямой с положительным направлением оси абсцисс

— тангенс угла, образованного прямой с осью абсцисс

В уравнении  $y = kx + b$  значение  $b$  – это

— координата точки пересечения прямой с осью  $Ox$

— угловой коэффициент прямой

— координата точки пересечения прямой с осью  $Oy$

— угол наклона прямой к оси  $Ox$

Прямая  $Ax + C = 0$

— параллельна оси  $Oy$

— параллельна оси  $Ox$

— перпендикулярна оси  $Oy$

— пересекает ось  $Oy$  в одной точке

Прямая  $Bx + C = 0$

— параллельна оси  $Oy$

— перпендикулярна оси  $Ox$

— параллельна оси  $Ox$

— пересекает ось  $Ox$  в одной точке

Прямая  $Ax + By = 0$  при  $B \neq 0$

— параллельна оси  $Oy$

— проходит через начало координат

— не проходит через начало координат

— перпендикулярна оси  $Ox$

Угол между двумя прямыми определяется формулой

$$\text{— } \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha$$

$$\text{— } \operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 - k_1 k_2}$$

$$\text{— } \operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 + k_1}{1 + k_1 k_2}$$

$$\text{— } \operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$$

Условие параллельности двух прямых имеет вид

$$\text{— } k_1 = -k_2$$

$$\text{— } k_1 = \frac{1}{k_2}$$

$$\text{— } k_1 \cdot k_2 = -1$$

$$\text{— } k_1 = k_2$$

Условие перпендикулярности двух прямых имеет вид

$$\text{— } k_1 = -k_2$$

$$\text{— } k_1 = \frac{1}{k_2}$$

$$\text{— } k_1 \cdot k_2 = -1$$

$$\text{— } k_1 = k_2$$

Углом между двумя прямыми называется

— меньший угол, на который надо повернуть обе прямые до их совпадения с осью  $Ox$

— меньший угол, на который надо повернуть одну прямую до ее совпадения с другой прямой

— меньший угол, на который надо повернуть обе прямые до их совпадения с осью  $Oy$

— разность углов, образованных этими прямыми

Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении, имеет вид

$$\text{— } y = kx + b$$

$$\text{— } (x_2 - x_1)(y - y_1) = (y_2 - y_1)(x - x_1)$$

$$\text{— } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\text{— } y - y_0 = k_0(x - x_0)$$

В уравнении прямой, проходящей через данную точку в данном направлении, угловой коэффициент  $k$  —

— произвольный

— фиксированный

— всегда равен 0

— всегда положительный

В уравнении пучка прямых с центром в точке  $A$  угловой коэффициент  $k$  –

- фиксированный
- бесконечный
- произвольный
- всегда равен 0

Уравнение пучка прямых с центром в точке  $M_0(x_0; y_0)$  имеет вид

- $y = kx + b$
- $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
- $Ax + By + C = 0$
- $y - y_0 = k(x - x_0)$

Уравнение прямой в отрезках имеет вид

- $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
- $y = kx + b$
- $Ax + By + C = 0$
- $y - y_0 = k_0(x - x_0)$

Уравнение прямой в отрезках на осях координат справедливо для прямой

- проходящей через начало координат
- не проходящей через начало координат
- параллельной оси  $Ox$
- параллельной оси  $Oy$

Общее уравнение прямой имеет вид

- $Ax + By + C = 0$
- $y = kx + b$
- $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
- $y - y_0 = k_0(x - x_0)$

Уравнение прямой, проходящей через точки  $A(-2;3)$  и  $B(4;-3)$ , имеет вид

- $y = -\frac{x}{2} + 2$
- $y = -x - 5$
- $y = -x + 1$
- $y = -2x + 1$

Расстояние от точки до прямой определяется формулой

- $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

—  $d = \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

—  $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{A^2 + B^2}$

—  $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Угловой коэффициент прямой  $Ax + By + C = 0$  при  $B \neq 0$  равен

—  $A$

—  $-A$

—  $-\frac{A}{B}$

—  $\frac{A}{B}$

Тангенс угла наклона прямой  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  к оси  $Ox$  равен

—  $-\frac{b}{a}$

—  $\frac{1}{a}$

—  $\frac{1}{b}$

—  $\frac{b}{a}$

Уравнение прямой, проходящей через точку  $A(1;2)$  параллельно прямой  $x + y - 1 = 0$ , имеет вид

—  $y = -x + 3$

—  $y = -x - 5$

—  $y = -x - 3$

—  $y = -x$

Уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-1;2)$  перпендикулярно прямой  $y = 2x + 3$ , имеет вид

—  $y = -\frac{1}{2}x - 3$

—  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

—  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$

—  $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

В треугольнике с вершинами в точках  $A(-1;1)$ ,  $B(1;2)$ ,  $C(3;-2)$  уравнение медианы  $AM$  имеет вид

—  $y = -\frac{x}{3} - \frac{2}{3}$

—  $y = -\frac{x}{3} + \frac{3}{2}$

—  $y = -\frac{x}{3}$

—  $y = -\frac{x}{3} + \frac{2}{3}$

В треугольнике с вершинами в точках  $A(-1;1)$ ,  $B(1;2)$ ,  $C(3;1)$  уравнение прямой  $AC$  имеет вид

—  $y = x$

—  $y = 1$

—  $x = 1$

—  $y = x + 1$

Прямая  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ , где  $a \neq 0$  и  $b \neq 0$

— параллельна оси  $Ox$

— параллельна оси  $Oy$

— пересекает ось  $Ox$  в точке  $(a;0)$

— пересекает ось  $Oy$  в точке  $(a;0)$

Пучок прямых с центром в точке  $A(x_0; y_0)$  – это

— две прямые, проходящие через точку  $A(x_0; y_0)$

— три прямые, проходящие через точку  $A(x_0; y_0)$

— несколько прямых, проходящих через точку  $A(x_0; y_0)$

— бесконечное множество прямых, проходящих через точку  $A(x_0; y_0)$

Уравнение прямой, проходящей через точку  $A(2;3)$  и образующей с положительным направлением оси  $Ox$  угол  $45^\circ$ , имеет вид

—  $y = x$

—  $y = x + 5$

—  $y = x - 2$

—  $y = x + 1$

Уравнение прямой, проходящей через точку  $B(4;1)$  и образующей с положительным направлением оси угол  $135^{\circ}$ , имеет вид

—  $x + y - 5 = 0$

—  $x - y - 3 = 0$

—  $x + y - 3 = 0$

—  $-x + y - 5 = 0$

К прямой  $y = -4x + 1$  перпендикулярна прямая

—  $y = -\frac{1}{4}x + 2$

—  $y = \frac{1}{4}x + 2$

—  $y = 4x + 2$

—  $y = -4x + 3$

Угол между прямыми  $2x + 3y - 4 = 0$  и  $3x - 2y + 1 = 0$  равен

—  $0^{\circ}$

—  $45^{\circ}$

—  $90^{\circ}$

—  $135^{\circ}$

Уравнение прямой, проходящей через точки  $A(x_1, y_1)$  и  $B(x_2, y_2)$ , имеет вид

—  $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

—  $\frac{y_2 + y_1}{y - y_1} = \frac{x_2 + x_1}{x - x_1}$

—  $\frac{y - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{x - x_1}{y_2 - y_1}$

—  $\frac{y - y_2}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_2}{x_2 - x_1}$

Расстояние от точки  $A(2; -1)$  до прямой  $4x - 3y + 9 = 0$  равно

— 2,8

— 4

— 14

— 7

Из прямых

а)  $x - 5y - 3 = 0$ ; б)  $5x - y + 4 = 0$ ; в)  $5x + y - 3 = 0$ ; г)  $x + 5y + 3 = 0$  параллельной к прямой  $y = 5x - 3$  будет

- а)
- в)
- г)
- б)

Из прямых

а)  $2x + y - 3 = 0$ ; б)  $x + 2y - 3 = 0$ ; в)  $2x - y + 5 = 0$ ; г)  $x - 2y + 3 = 0$

перпендикулярной к прямой  $y = -2x + 3$  будет

- а)
- б)
- г)
- в)

Точками пересечения прямой  $3x - 4y - 12 = 0$  с осями координат  $Ox$  и  $Oy$  являются соответственно точки

- $A(4;0)$  и  $B(0;-3)$
- $A(0;-3)$  и  $B(4;0)$
- $A(-4;3)$  и  $B(3;-4)$
- $A(-4;0)$  и  $B(0;3)$

Уравнение прямой, проходящей через точки  $A(2;3)$  и  $B(2;-1)$ , имеет вид

- $y = 2x$
- $y = 2$
- $x = 2$
- $y = x - 2$

Уравнение прямой, проходящей через точки  $A(3;-1)$  и  $B(-2;-1)$ , имеет вид

- $y = 3x - 2$
- $y = -x$
- $x = -1$
- $y = -1$

Если  $x_2 = x_1$ , то уравнение прямой, проходящей через точки  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$ , имеет вид

- $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
- $x = x_1$
- $y = x_1$
- $y = k(x - x_1)$

Если  $y_2 = y_1$ , то уравнение прямой, проходящей через точки  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$ , имеет вид



$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$— y = y_1$$

$$— y - y_1 = x - x_1$$

$$— x = x_1$$

Прямые  $y = \frac{4}{3}x + 1$  и  $y = \frac{3}{4}x - 2$

— параллельны

— перпендикулярны

— образуют угол в  $45^\circ$

— образуют угол, равный  $\arctg \frac{7}{24}$

Точка  $M$  разбивает отрезок  $AB$ , где  $A(1;2)$ ,  $B(4;5)$ , так, что  $AM = 2 \cdot MB$ . Координаты точки  $M$  равны

$$— (3;4)$$

$$— (2;3)$$

$$— (2;4)$$

$$— (2,5;3,5)$$

Расстояние от точки  $M(3;4)$  до прямой  $y = 2x - 1$  равно

$$— 1$$

$$— \frac{2}{3}$$

$$— \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$— \sqrt{5}$$

Угловой коэффициент прямой  $2x - 3y - 6 = 0$  равен

$$— 2$$

$$— \frac{3}{2}$$

$$— -3$$

$$— \frac{2}{3}$$

Угол наклона прямой  $3x + 4y - 1 = 0$  к положительному направлению оси  $Ox$  равен

$$— -\arctg \frac{4}{3}$$

$$— -\arctg \frac{3}{4}$$

- $\operatorname{arctg} \frac{4}{3}$
- $\operatorname{arctg} \frac{3}{4}$

В треугольнике с вершинами  $A(-3;-2)$ ,  $B(2;3)$ ,  $C(4;-1)$  уравнение стороны  $BC$  имеет вид

- $y = -2x + 7$
- $y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$
- $y = x + 5$
- $y = 4x - 3$

В треугольнике с вершинами  $A(-3;-2)$ ,  $B(2;3)$ ,  $C(4;-1)$  длина медианы  $AM$  равна

- $5\sqrt{3}$
- $2\sqrt{5}$
- $3\sqrt{5}$
- $5\sqrt{2}$

Если  $A(-2;3)$ ,  $B(6;-3)$ , то точка  $C$ , делящая отрезок  $AB$  в отношении  $\frac{AC}{CB} = \frac{1}{3}$ , имеет

координаты

- $\left(0; \frac{3}{2}\right)$
- $(-3;3)$
- $(-6;6)$
- $\left(\frac{3}{2};0\right)$

Уравнение прямой, проходящей через точки  $A(-2;3)$  и  $B(2;-1)$ , имеет вид

- $x - y + 1 = 0$
- $x + y - 3 = 0$
- $x + y - 1 = 0$
- $x - y - 1 = 0$

В треугольнике с вершинами  $A(-3;-2)$ ,  $B(2;3)$ ,  $C(4;-1)$  уравнение высоты  $CD$  имеет вид

- $x + y - 3 = 0$
- $x + y + 3 = 0$
- $x + y + 5 = 0$
- $x + y - 5 = 0$

В треугольнике с вершинами в точках  $A(2;3)$ ,  $B(-3;-2)$ ,  $C(4;-1)$  длина высоты  $AD$  равна

—  $\frac{17\sqrt{2}}{5}$

—  $3\sqrt{2}$

—  $\sqrt{3}$

— 18

## ТЕМА 2. Пределы последовательностей и функций

Если  $\lim_{x \rightarrow 3} \alpha(x) = 0$ , то функция  $\alpha(x)$  называется

- бесконечно большой функцией в точке  $x=3$
- бесконечно малой функцией в точке  $x=3$
- постоянной в точке  $x=3$
- убывающей функцией в окрестности  $x=3$

Если бесконечная числовая последовательность  $\{a_n\}$  имеет предел  $a$ , то  $\varepsilon$  – окрестность точки  $a$  содержит

- бесконечное число членов последовательности
- конечное число членов последовательности
- бесконечно малое число членов последовательности
- ровно  $n$  членов

Предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - x - 3}{3x^2 + 2x - 1}$  равен

- $\frac{5}{4}$
- $-\frac{5}{4}$
- $\frac{4}{5}$
- $-\frac{4}{5}$

Какое из утверждений верно?

- Если последовательность имеет предел, то она монотонна
- Если последовательность монотонна, то она сходится
- Если последовательность монотонна и ограничена, то она имеет предел
- Если последовательность сходится, то она знакопостоянна

Выражение  $\infty - \infty$

- равно 0
- равно  $\infty$
- равно  $-\infty$
- является неопределенностью

Если  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ , то функция  $f(x)$  называется

- бесконечно малой величиной в точке  $x=x_0$
- бесконечно большой величиной в точке  $x=x_0$
- непрерывной в точке  $x=x_0$
- константой

Предел  $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha}$  равен

- 0
- $\infty$
- 1
- -1

Предел постоянной  $C \neq 0$  равен

- 0
- 1
- самой постоянной
- другой постоянной

Предел произведения двух функций равен

- сумме пределов этих функций
- разности пределов этих функций
- произведению пределов этих функций
- отношению пределов этих функций

Для существования предела функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ , равного числу  $a \neq 0$ , необходимо и достаточно, чтобы в некоторой окрестности точки  $x_0$  при условии, что  $\alpha(x)$  – бесконечно малая функция в точке  $x_0$

- $f(x) = \alpha(x)$
- $f(x) = a + \alpha(x)$
- $f(x) = a \cdot \alpha(x)$
- $f(x) = \frac{a}{\alpha(x)}$

Предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  равен

- $\infty$
- 1
- 2
- $e$

$\mathcal{E}$  – окрестностью точки  $a$  называется

- интервал длиной  $\mathcal{E}$  с центром в точке  $a$
- интервал длиной  $2\mathcal{E}$  с центром в точке  $a$
- интервал длиной  $2\mathcal{E}$ , содержащий точку 0
- интервал длиной  $\mathcal{E}$  с центром в нуле

Если бесконечная числовая последовательность  $\{a_n\}$  имеет предел  $a$ , то вне  $\mathcal{E}$  - окрестности точки  $a$  содержится

- конечное число ее членов
- бесконечное число ее членов
- фиксированное число членов
- ровно  $n$  членов

Предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 10x + 3}$  равен

- $\frac{8}{5}$
- $\frac{5}{8}$
- $-\frac{5}{8}$
- $0$

Предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{n}\right)^{3n+1}$  равен

- $e^{15}$
- $e^{\frac{5}{3}}$
- $e^{-15}$
- $e^{-\frac{5}{3}}$

Если члены последовательностей  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ ,  $\{c_n\}$  при любых  $n \in N$  удовлетворяют неравенствам  $a_n \leq b_n \leq c_n$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = a$ , то

- $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n \geq a$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = a$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n \leq a$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n < a$

Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b$  и для любых  $n \in N$  выполняется неравенство  $a_n \leq b_n$ , то

- $a=b$
- $a < b$
- $a \leq b$
- $a \geq b$

Предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^{5n}$  равен

—  $e^{-\frac{5}{3}}$

—  $e^{\frac{5}{3}}$

—  $e^{15}$

—  $e^{\frac{3}{5}}$

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x^2 + 3}{3x^2 + x - 2}$  равен

—  $\frac{2}{3}$

— 0

—  $\infty$

—  $-\frac{3}{2}$

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2 + x - 2}{4x^2 - 11x + 3}$  равен

— 0

—  $\infty$

—  $-\frac{2}{3}$

—  $-\frac{3}{4}$

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 7}{4x^3 + 2x - 5}$  равен

— 0

—  $\infty$

—  $-\frac{7}{5}$

—  $-\frac{5}{2}$

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$  равен

— 3

—  $\frac{1}{3}$

— 1

— 0

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x}$  равен

- 2
- $\frac{1}{2}$
- 0
- 1

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$  равен

- $e^{\frac{1}{3}}$
- e
- $e^3$
- $\infty$

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{2x}\right)^{\frac{x}{2}}$  равен

- $e^{-\frac{3}{4}}$
- $e^{\frac{1}{3}}$
- $e^{\frac{3}{4}}$
- e

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x - 4}{4^x + 5}$  равен

- $\infty$
- 0
- $\frac{3}{4}$
- $-\frac{4}{5}$

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}{2x + 3}$  равен

- 0
- $\infty$
- $\frac{1}{2}$



—  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Если при  $x \rightarrow x_0$  функция  $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина, то  $\frac{1}{\alpha(x)}$  –

- равна бесконечности
- бесконечно большая величина
- постоянная величина
- неопределенная величина

Если при  $x \rightarrow x_0$  функция  $f(x)$  – бесконечно большая величина, то  $\frac{1}{f(x)}$  –

- равна нулю
- постоянная величина
- бесконечно малая величина
- неопределенная величина

Если в окрестности точки  $x_0$  некоторую функцию  $f(x)$  можно представить как  $f(x) = a + \alpha(x)$ , где  $a$  – постоянное число,  $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина при  $x \rightarrow x_0$ , то  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  равен

- $a$
- $\alpha(x)$
- $a + \alpha(x)$
- $a$  или  $\alpha(x)$  в зависимости от окрестности  $x_0$

Указать выражение, которое не является неопределенностью

- $(\infty - \infty)$
- $\left(\frac{0}{0}\right)$
- $(1^\infty)$
- $(\infty + \infty)$

Указать выражение, которое не является неопределенностью

- $(\infty - \infty)$
- $\left(\frac{0}{0}\right)$
- $(2^\infty)$
- $(0 \cdot \infty)$

$\lim_{x \rightarrow 3-0} \frac{x^2}{x^2 - 9}$  равен

- $-\infty$

- $+\infty$
- $0$
- $1$

$\lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{x^2}{x^2 - 9}$  равен

- $-\infty$
- $0$
- $1$
- $+\infty$

$\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{3x}{4 - x^2}$  равен

- $-\infty$
- $+\infty$
- $0$
- $-3$

$\lim_{x \rightarrow -2+0} \frac{3x}{4 - x^2}$  равен

- $-\infty$
- $+\infty$
- $-3$
- $0$

$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{2}{x}}$  равен

- $e^6$
- $e^2$
- $\frac{1}{e^3}$
- $\frac{1}{e^6}$

Если бесконечно малые в точке  $x_0$  функции  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  эквивалентны, то  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$

равен

- $0$
- $1$
- $\infty$
- $A \neq 0, A \neq 1$

Если  $\alpha(x) = e^{x-1} - 1$  и  $\beta(x) = x - 1$  — бесконечно малые в точке  $x = 1$  величины, то

- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  — эквивалентны

- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые величины разных порядков

Если  $\alpha(x) = \ln(1 + 4x)$  и  $\beta(x) = 2x$  – бесконечно малые величины в точке  $x = 0$ , то

- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – эквивалентны
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые величины одного порядка
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем  $\beta(x)$

Если  $\alpha(x) = 1 - \cos 3x$  и  $\beta(x) = x^3$  – бесконечно малые в точке  $x = 0$  величины, то

- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые величины одного порядка
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – эквивалентны
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем  $\beta(x)$

Если  $\alpha(x) = \sin^2 3x$  и  $\beta(x) = 3x$  – бесконечно малые в точке  $x = 0$  величины, то

- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – эквивалентны
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые величины одного порядка

Если  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые в точке  $x_0$  функции и  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0$ , то

- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – эквивалентны
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые величины одного порядка

Если  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые в точке  $x_0$  функции и  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \infty$ , то

- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – эквивалентны
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые величины одного порядка

Если  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые в точке  $x_0$  функции и  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = A$ , где  $A \neq 0$ ,

$A \neq 1$ , то

- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – эквивалентны
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые величины одного порядка
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем  $\beta(x)$

Если  $\alpha(x) = \ln \sin x$  и  $\beta(x) = 2x - \pi$  — бесконечно малые в точке  $x = \frac{\pi}{2}$  величины, то

—  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  — эквивалентны

—  $\alpha(x)$  — бесконечно малая величина более низкого порядка, чем  $\beta(x)$

—  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  — бесконечно малые величины одного порядка

—  $\alpha(x)$  — бесконечно малая величина более высокого порядка, чем  $\beta(x)$

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{3x^2}$  равен

—  $\frac{32}{3}$

—  $\frac{2}{3}$

—  $\frac{4}{3}$

—  $\frac{8}{3}$

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+4} - 2}$  равен

— 0

— 4

— 12

— 18

Предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$  равен

—  $\infty$

— 0

— -3

— 3

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5n^2}{3-4n^2} + 3^{\frac{1}{2n-1}} \right)$  равен

—  $\frac{7}{4}$

—  $-\frac{1}{4}$

—  $\frac{9}{4}$

—  $\frac{17}{4}$

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{1 - \cos^2 x}$  равен

— 2

— 0

—  $\infty$

— 1

Предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$  равен

—  $+\infty$

—  $-\infty$

— 1

— 0

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{e^{4x} - 1}$  равен

—  $\frac{5}{4}$

— 1

— 0

—  $-\frac{5}{4}$

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{1 - \cos 3x}$  равен

—  $\frac{5}{3}$

—  $-\frac{5}{3}$

—  $0$

—  $\infty$

### ТЕМА 3. Непрерывность функций. Точки разрыва и асимптоты кривой

Функция  $y = f(x)$  называется непрерывной в точке  $x_0$ , если

- она существует в окрестности точки  $x_0$
- существует конечный предел  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$
- существует конечный предел  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
- она существует в точке  $x_0$  и в ее окрестности

Точка  $x_0$  для функции  $f(x)$  является точкой разрыва 1-го рода с конечным скачком, если

- хотя бы один из односторонних пределов  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$  или  $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$  равен конечному числу
- конечные односторонние пределы  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$
- существуют конечные односторонние пределы  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$  и  $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$
- хотя бы один из односторонних пределов в точке  $x_0$  бесконечен

Точка  $x_0$  для функции  $f(x)$  является точкой разрыва 2-го рода, если

- хотя бы один из односторонних пределов  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$  и  $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$  бесконечен
- хотя бы один из односторонних пределов  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$  и  $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$  равен конечному числу
- конечные односторонние пределы  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$
- конечные односторонние пределы  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$

График функции  $y = f(x)$  имеет вертикальную асимптоту  $x = x_0$ , если

- существует  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$
- точка  $x_0$  является устранимой точкой разрыва для  $f(x)$
- точка  $x_0$  является точкой разрыва 2-го рода (с бесконечным скачком)
- точка  $x_0$  является точкой разрыва 1-го рода (с конечным скачком)

Если функция  $y = f(x)$  непрерывна в точке  $x = x_0$ , то

- она определена в точке  $x_0$
- она может быть не определена в точке  $x_0$
- определена везде в окрестности точки  $x_0$ , кроме самой точки  $x_0$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$

Если функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a;b]$  и на концах этого отрезка принимает значения разных знаков, то

— найдется хотя бы одна точка  $c \in (a;b)$ , в которой функция обращается в 0

— ни в одной точке интервала  $(a;b)$  функция  $f(x)$  не обращается в 0

— во всем интервале  $(a;b)$  функция  $f(x)$  положительна

—

во всем интервале  $(a;b)$  функция  $f(x)$  отрицательна

Если функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a;b]$ , то она

— может быть неограниченна на одном из концов отрезка  $[a;b]$

— может быть неограничена внутри интервала  $(a;b)$

— ограничена и сверху, и снизу

— ограничена или сверху, или снизу

Приращение функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[x_0, x_0 + \Delta x]$  находится по формуле

—  $f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)$

—  $f(x_0 + \Delta x) + f(x_0)$

—  $f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$

—  $f(x_0 - \Delta x) + f(x_0)$

Функция непрерывна в точке, если

— бесконечно малому приращению аргумента соответствует произвольное приращение функции

— бесконечно малому приращению функции соответствует бесконечно большое приращение аргумента

— бесконечно малому приращению аргумента соответствует бесконечно малое приращение функции

— бесконечно малому приращению аргумента соответствует фиксированное приращение функции

Функция непрерывна в интервале, если она

— непрерывна на его концах

— имеет конечное число точек разрыва I рода на этом интервале

— имеет одну точку разрыва I рода в этом интервале

— непрерывна в каждой его точке

Точка разрыва с конечным скачком – это то же самое, что

— точка разрыва II рода

— точка устранимого разрыва

— точка разрыва I рода

— точка, в которой производная функции конечна

Угловой коэффициент наклонной асимптоты находится по формуле



—  $k = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

—  $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{f(x)}$

—  $k = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$

—  $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$

У горизонтальной асимптоты  $y = kx + b$

—  $k \neq 0, b \neq 0$

—  $k \neq 0, b = 0$

—  $k = \infty$

—  $k = 0$

Если функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  и  $f(x_0) \neq 0$ , то в бесконечно малой окрестности точки  $x_0$  функция  $f(x)$

— обращается в 0

— имеет тот же знак, что и  $f(x_0)$

— имеет произвольный знак

— меняет знак с «-» на «+»

Если в точке  $x_0$  существуют не равные между собой конечные левый и правый пределы функции, то

—  $x_0$  – точка разрыва второго рода

—  $x_0$  - точка разрыва первого рода

—  $x_0$  - устранимая точка разрыва

— в точке  $x_0$  существует производная этой функции

Если в точке  $x_0$  хотя бы один из односторонних пределов функции бесконечен, то

—  $x_0$  – точка разрыва первого рода

—  $x_0$  – устранимая точка разрыва

—  $x_0$  – точка разрыва второго рода

— в точке  $x_0$  не существует вертикальная асимптота

Функция  $y = \frac{x-3}{x^2-4x+3}$  имеет вертикальную асимптоту

—  $x = 1$

—  $x = 1, x = 3$

—  $x = 3$

—  $y = 1$

Функция  $y = \frac{x^2}{x^2 - 4x}$  имеет вертикальную асимптоту

- $x = 4$
- $x = 0, x = 4$
- $x = 0$
- $y = x + 2$

Пусть  $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = -2$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x) = 2$ , тогда скачок функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  равен

- $-4$
- $4$
- $0$
- $2$

Дана функция  $y = \frac{2x^2 + 5x + 6}{x - 1}$ . Угловым коэффициентом наклонной асимптоты равен

- $1$
- $2$
- $\infty$
- $-1$

Дана функция  $y = 3x^2 + 2x - 5$ . Угловым коэффициентом наклонной асимптоты равен

- $3$
- $2$
- $0$
- не существует

Дана функция  $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x}$ . Уравнение наклонной асимптоты имеет вид

- $y = -3$
- $y = x - 2$
- $y = x + 2$
- $y = 2$

Дана функция  $y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$ . Уравнение наклонной асимптоты имеет вид

- $y = -4$
- $y = 1$
- $x = 1$
- $x = -2$

Функция  $f(x) = \frac{x^2 + x}{x^3 - 4x}$  имеет устранимую точку разрыва в точке

- $x = -2$

- $x = 0$
- $x = 2$
- не имеет устранимой точки разрыва

Уравнение наклонной асимптоты для функции  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$  имеет вид

- $y = 0$
- $x = -2$
- $x = 2$
- $y = x^2 + 4$

Для функции 
$$y = \begin{cases} 2, & \text{если } x < -1; \\ x^2 + 1, & \text{если } -1 \leq x \leq 1; \\ x + 2, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

- $x = -1$  – устранимая точка разрыва;  $x = 1$  – точка разрыва 1-го рода
- $x = -1$  – точка разрыва 1-го рода;  $x = 1$  – точка разрыва 2-го рода
- $x = 1$  – точка разрыва 1-го рода
- точек разрыва нет

Для функции 
$$y = \begin{cases} -x - 3, & \text{если } x < -2; \\ 4 - x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 2; \\ x - 2, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

- $x = -2$  – точка разрыва 2-го рода;  $x = 2$  – точка разрыва 1-го рода
- $x = -2$  и  $x = 2$  – устранимые точки разрыва
- $x = 2$  – точка разрыва 1-го рода
- $x = -2$  – точка разрыва 1-го рода

Для функции 
$$y = \begin{cases} x + 6, & \text{если } x < -2; \\ x^2 - 1, & \text{если } -2 \leq x < 2; \\ \frac{6}{x}, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

- $x = -2$  – точка разрыва 1-го рода
- $x = -2$  – точка разрыва 2-го рода;  $x = 2$  – точка разрыва 1-го рода
- $x = -2$  и  $x = 2$  – точки разрыва 1-го рода
- точек разрыва нет

Для функции 
$$y = \begin{cases} -x - 5, & \text{если } x \leq -2; \\ 1 - x^2, & \text{если } -2 < x < 2; \\ x - 6, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

- $x = -2$  и  $x = 2$  – точки разрыва 1-го рода
- $x = 2$  – точка разрыва 1-го рода
- $x = -2$  – точка разрыва 1-го рода;  $x = 2$  – точка разрыва 2-го рода

—  $x = -2$  – точка разрыва 1-го рода;  $x = 2$  – устранимая точка разрыва

Для функции 
$$y = \begin{cases} x^2 + 2, & \text{если } x \leq 1; \\ 3x, & \text{если } 1 < x \leq 3; \\ x + 4, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

—  $x = 1$  – устранимая точка разрыва;  $x = 3$  – точка разрыва 1-го рода

—  $x = 1$  – точка разрыва 1-го рода;  $x = 3$  – точка разрыва 2-го рода

—  $x = 1$  и  $x = 3$  – точки разрыва 1-го рода

—  $x = 3$  – точка разрыва 1-го рода

Уравнение наклонной асимптоты для функции  $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$  имеет вид

—  $y = x + 1$

—  $y = x + 2$

—  $y = x - 3$

—  $y = x + 3$

Уравнение наклонной асимптоты для функции  $y = \frac{3 + 2x - x^2}{x}$  имеет вид

—  $y = 3 - x$

—  $y = 2x + 3$

—  $y = 2 - x$

—  $y = -x$

Функция  $y = \frac{x + 1}{x^2 - 2x - 3}$  имеет вертикальную асимптоту

—  $x = -1$

—  $x = 3$

—  $x = -1, x = 3$

—  $y = 0$

Функция  $y = \frac{x^2 - 4x}{x^3 - 3x^2 - 4x}$  имеет устранимые точки разрыва в точках

—  $x = -1, x = 0$

—  $x = -1, x = 4$

—  $x = -4, x = 1$

—  $x = 0, x = 4$

Функция  $y = \frac{2x - 6}{|x^2 - 3x|}$  имеет точку разрыва 1-го рода в точке

—  $x = 0$

—  $x = 6$

—  $x = 3$

— не имеет точки разрыва 1-го рода

Функция  $y = \frac{|x-2|}{x^3-4x}$  имеет устранимые точки разрыва в точках

- $x = -2, x = 2$
- $x = -2, x = 0, x = 2$
- $x = 2$
- не имеет устранимых точек разрыва

Функция  $y = \frac{|2x+6|}{x^2-4}$  имеет точки разрыва 1-го рода в точках

- $x = -3$
- не имеет
- $x = -2, x = 2$
- $x = -3, x = -2, x = 2$

Функция  $y = \frac{2x-6}{x^2+9}$  в точке  $x = 3$  имеет

- точку разрыва 2-го рода
- устранимую точку разрыва
- не имеет точки разрыва
- имеет точку разрыва 1-го рода

Функция  $y = \frac{|x+3|}{x^2+x-6}$  имеет вертикальные асимптоты (асимптоту)

- $x = 2$
- $x = -3, x = 2$
- $x = -3$
- не имеет вертикальных асимптот

Уравнение наклонной асимптоты для функции  $y = \frac{2x^2+3x-5}{3-x}$  имеет вид

- $y = 2x - 9$
- $y = -2x - 9$
- $y = -2x + 9$
- $y = -2x + 3$

#### ТЕМА 4. Дифференциальное исчисление функций одной и двух переменных

Если функция  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  имеет производную  $f'(x_0)$ , то

—  $f'(x_0) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

—  $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

—  $f'(x_0) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta y}$

—  $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta y}$

Если производная функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  равна нулю, т. е.  $f'(x_0) = 0$ , то касательная к графику функции в этой точке

— параллельна оси  $OY$

— параллельна оси  $OX$

— не существует

— образует острый угол с положительным направлением оси  $OX$

Если функция  $y = f(x)$  дифференцируема в точке  $x_0$ , то она

— разрывна в этой точке

— непрерывна в точке  $x_0$

— возрастает

— убывает

Производная функции  $y = 3^{\sin x}$  равна

—  $\sin x \cdot 3^{\sin x - 1}$

—  $3^{\cos x} \ln 3$

—  $3^{\sin x} \ln 3 \cdot \cos x$

—  $3^{\sin x} \ln \sin x$

Дифференциалом функции в точке  $x_0$  называется

— производная функции в этой точке

— приращение независимой переменной

— главная линейная часть приращения функции в этой точке

— приращение функции в этой точке

Производная функции  $y = \sqrt{1 - 3x^2}$  равна

—  $-\frac{3x}{\sqrt{1 - 3x^2}}$

—  $\sqrt{(1 - 3x^2)^3}$

$$\frac{3x}{\sqrt{1-3x^2}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{1-3x^2}}$$

Дифференциал функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  равен

$$— dy = f'(x_0)dx$$

$$— dy = f'(x_0)$$

$$— dy = \frac{dx}{f'(x_0)}$$

$$— dy = \frac{f'(x_0)}{dx}$$

Дифференциал от произведения функций  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  равен

$$— d(uv) = udv - vdu$$

$$— d(uv) = vdu + udv$$

$$— d(uv) = vdv + udu$$

$$— d(uv) = udu - vdv$$

Дифференциал второго порядка функции  $y = f(x)$  равен

$$— d^2 y = y'' d^2 x$$

$$— d^2 y = y'' dx$$

$$— d^2 y = y'' dx^2$$

$$— d^2 y = y' d^2 x$$

Производная функции  $y = \cos x^3$  равна

$$— -\sin x^3$$

$$— -\sin 3x^2$$

$$— -3x^2 \sin x^3$$

$$— -3x^2 \sin x$$

Производная функции  $y = \arcsin 2x$  равна

$$\frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$$

$$\frac{2}{1+4x^2}$$

$Z'_x$  функции  $Z = x^2 - x\sqrt{y} - y^3 + 5$  равна

- $2x - \sqrt{y}$
- $2x - \sqrt{y} - y^3$
- $2x - \sqrt{y} - 3y^2$
- $2x - \sqrt{y} - 3y^2 + 5$

Производная функции в точке равна

- тангенсу угла наклона к оси  $OX$  нормали к кривой в этой точке
- тангенсу угла наклона к оси  $OX$  касательной к кривой в этой точке
- углу наклона к оси  $OX$  нормали к кривой в этой точке
- углу наклона к оси  $OX$  касательной в этой точке

Определение частной производной функции в точке  $M_0(x_0, y_0)$  по переменной  $x$  возможно, если функция

- определена только в самой точке  $M_0(x_0, y_0)$
- определена только в некоторой окрестности точки  $M_0(x_0, y_0)$
- не определена в точке  $M_0(x_0, y_0)$
- определена в точке  $M_0(x_0, y_0)$  и в некоторой ее окрестности

Если функция  $Z = f(x, y)$  дважды дифференцируема, то

- $Z''_{xy} \neq Z''_{yx}$
- $Z''_{xy} = Z''_{yx}$
- $Z''_{xy} = Z''_{yy}$
- $Z''_{xx} = Z''_{yy}$

Производная функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  — это

- скорость изменения функции в точке
- относительное изменение функции в точке
- скорость изменения аргумента
- относительное изменение аргумента

Производная сложной функции  $y = f(\varphi(x))$  равна

- $f'(\varphi(x))$
- $f(\varphi'(x))$
- $f'(\varphi'(x))$
- $f'(\varphi(x)) \cdot \varphi'(x)$



Производная второго порядка от функции  $y = \sin x$  равна

- $\sin^2 x$
- $\cos^2 x$
- $-\cos x$
- $-\sin x$

$Z'_y$  функции  $Z = x^2 - x\sqrt{y} - y^3 + 5$  равна

- $x^2 - \frac{x}{2\sqrt{y}} - 3y^2$
- $-\frac{x}{2\sqrt{y}} - 3y^2$
- $-\frac{x\sqrt{y^3}}{2} - 3y^2 + 5$
- $x^2 - x - 3y^2$

Производная обратной функции  $x = g(y)$  к функции  $y = f(x)$  определяется по формуле

- $g'(y) = -f'(x)$
- $g'(y) = \frac{1}{f(x)}$
- $g'(y) = \frac{1}{f'(x)}$
- $g'(y) = -\frac{1}{f'(x)}$

Производная функции  $y = \log_a x$  равна

- $\frac{1}{x \cdot a^x}$
- $\frac{\ln a}{x}$
- $\frac{1}{x \ln a}$
- $\frac{1}{x}$

Производная функции  $y = \frac{1}{\operatorname{ctgx}}$  равна

- $-\sin^2 x$
- $\cos^2 x$

—  $\frac{1}{\cos^2 x}$   
 —  $-\frac{1}{\operatorname{ctg}^2 x}$

Полный дифференциал функции  $Z = f(x, y)$  определяется по формуле

—  $dZ = (Z'_x + Z'_y) dx dy$

—  $dZ = \frac{Z'_x dx}{Z'_y dy}$

—  $dZ = Z'_x dx - Z'_y dy$

—  $dZ = Z'_x dx + Z'_y dy$

Производная второго порядка от функции  $y = \cos x$  равна

—  $\cos x$

—  $\sin^2 x$

—  $-\cos x$

—  $-\sin x$

Производная функции  $y = \frac{1}{\sin x}$  равна

—  $\frac{1}{\cos x}$

—  $-\frac{1}{\sin^2 x}$

—  $-\frac{\operatorname{tg} x}{\sin x}$

—  $-\frac{\operatorname{ctg} x}{\sin x}$

Производная второго порядка от функции  $y = \ln x$  равна

—  $\frac{1}{x^2}$

—  $-\frac{1}{x^2}$

—  $1$

—  $-1$

$Z''_{xx}$  функции  $Z = x^2 - x\sqrt{y} - y^3 + 5$  равна

—  $2 - \sqrt{y}$

- $2 - \frac{1}{2\sqrt{y}}$
- 2
- 0

Если в некоторой точке  $x_0$  касательная к кривой  $y = f(x)$  перпендикулярна к оси  $Ox$ , то производная в этой точке

- равна нулю
- равна 1
- не существует
- непрерывна

$Z''_{xy}$  функции  $Z = x^2 - x\sqrt{y} - y^3 + 5$  равна

- $-\frac{1}{2\sqrt{y}}$
- $\frac{1}{2\sqrt{y}}$
- $2 - \frac{1}{2\sqrt{y}}$
- $2x - \frac{\sqrt{y^3}}{2}$

Производная функции  $y = \frac{1}{\operatorname{tg}x}$  равна

- $\frac{1}{\cos^2 x}$
- $\cos^2 x$
- $\frac{1}{\sin^2 x}$
- $-\frac{1}{\sin^2 x}$

Производная функции  $y = \operatorname{arctg}x$  равна

- $\frac{1}{1+x^2}$
- $\operatorname{arctg}x$
- $\operatorname{tg}x$
- $-\frac{1}{\sin^2 x}$

Производная функции  $y = a^{-x}$  равна

$$\frac{a^x}{\ln a}$$

$$- a^{-x} \ln a$$

$$- x a^{-x-1}$$

$$- a^{-x} \ln a$$

Полный дифференциал второго порядка функции  $Z = f(x, y)$  равен

$$Z''_{xx} dx^2 + Z''_{yy} dy^2$$

$$Z''_{xx} dx^2 - Z''_{yy} dy^2$$

$$(Z'_x dx)^2 + (Z'_y dy)^2$$

$$Z''_{xx} dx^2 + 2Z''_{xy} dx dy + Z''_{yy} dy^2$$

$Z''_{xy}$  функции  $Z = x^2 \ln y$  равна

$$2x + \frac{1}{y}$$

$$\frac{2x}{y}$$

$$-\frac{2x}{y^2}$$

$$\frac{x^2}{y}$$

$Z''_{xx}$  функции  $Z = x^2 \ln y$  равна

$$2 + \ln y$$

$$\frac{1}{y}$$

$$\ln y$$

$$2 \ln y$$

Равенство  $Z''_{xy} = Z''_{yx}$  имеет место для

— интегрируемой функции  $Z = f(x, y)$

— четной функции  $Z = f(x, y)$

— любой дважды дифференцируемой функции  $Z = f(x, y)$

— только однородной функции  $Z = f(x, y)$

Дифференциал  $d\left(\frac{u}{v}\right)$  равен

$$\begin{aligned} & \text{--- } \frac{du}{dv} \\ & \text{--- } \frac{vdu - u dv}{v^2} \\ & \text{--- } \frac{udv - vdu}{v^2} \\ & \text{--- } \frac{vdu + u dv}{v^2} \end{aligned}$$

Дифференциал  $d(C + f(x))$ , где  $C$  – постоянная величина, равен

$$\begin{aligned} & \text{--- } C + f'(x)dx \\ & \text{--- } (C + f'(x))dx \\ & \text{--- } f'(x)dx \\ & \text{--- } f'(x) \end{aligned}$$

Дифференциал  $dy$  функции  $y = \ln^3 x$  равен

$$\begin{aligned} & \text{--- } \frac{3 \ln^2 x dx}{x} \\ & \text{--- } 3 \ln^2 \frac{1}{x} dx \\ & \text{--- } 3 \ln^2 x dx \\ & \text{--- } \frac{3 \ln x dx}{x} \end{aligned}$$

Дифференциал  $dy$  функции  $y = \sin^2 x$  равен

$$\begin{aligned} & \text{--- } 2 \cos dx \\ & \text{--- } -\sin 2x dx \\ & \text{--- } \sin 2x dx \\ & \text{--- } 2 \sin x dx \end{aligned}$$

Значение производной функции  $y = \sqrt[3]{3 - 2x^2}$  в точке  $x_0 = 1$  равно

$$\begin{aligned} & \text{--- } \frac{4}{3} \\ & \text{--- } \frac{1}{3} \\ & \text{--- } -\frac{4}{3} \\ & \text{--- } -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Производная функции  $y = 3^{\log_3 \sin^3 x}$  равна

—  $3 \sin^2 x \cos x | 3 \cos^2 x | 3^{\log_3 \sin^3 x} \ln 3$

—  $-3 \sin^2 x \cos x$

$Z''_{xy}$  функции  $Z = y^2 \ln x$  равна

—  $-\frac{1}{x^2}$

—  $2y - \frac{1}{x^2}$

—  $2y$

—  $\frac{2y}{x}$

$Z''_{xx}$  функции  $Z = y^2 \ln x$  равна

—  $y^2$

—  $-\frac{y^2}{x^2}$

—  $\frac{y^2}{x^2}$

—  $-\frac{2y}{x^2}$

Значение производной функции  $y = \ln^3 x$  в точке  $x_0 = e$  равно

—  $\frac{3}{e}$

—  $3$

—  $3e$

—  $0$

Дифференциал функции  $y = e^{\sin 2x}$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{2}$  равен

—  $-2edx$

—  $0$

—  $-2dx$

—  $2edx$

$Z''_{xy}$  функции  $Z = x^3 + y\sqrt{x} - y^2 + 7$  равна

—  $3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

—  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$— \frac{1}{2\sqrt{x}} - 2$$

$$— 6x + \frac{y}{2\sqrt{x}}$$

Значение производной функции  $y = \ln(x^2 - 2x)$  в точке  $x_0 = 3$  равен

$$— \frac{1}{4}$$

$$— \frac{1}{3}$$

$$— \frac{2}{3}$$

$$— \frac{4}{3}$$

$Z''_{yy}$  функции  $Z = x^3 + y\sqrt{x} - y^2 + 7$  равна

$$— -2$$

$$— x^3 + \sqrt{x} - 2$$

$$— 6x + \sqrt{x} - 2$$

$$— 6x + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 2$$

Производная второго порядка функции  $y = x^2 \ln x$  равна

$$— 3$$

$$— 2 \ln x + 1$$

$$— 2 \ln x + 3$$

$$— 2 \ln x + 2$$

Производная второго порядка функции  $y = x \ln x^2$  равна

$$— \frac{2}{x} + 2$$

$$— \frac{2}{x}$$

$$— 2 + \frac{1}{x}$$

$$— \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$$

Дифференциал  $dy$  функции  $y = \frac{1}{\operatorname{ctg} x}$  равен

$$— \operatorname{tg} x dx$$

$$\text{--- } \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$\text{--- } \frac{dx}{\sin^2 x}$$

$$\text{--- } -\frac{dx}{\sin^2 x}$$

Производная функции  $y = \sin x \cos x$  равна

$$\text{--- } -\cos x \sin x$$

$$\text{--- } \frac{1}{2} \cos 2x$$

$$\text{--- } -\frac{1}{2} \sin 2x$$

$$\text{--- } \cos 2x$$

Дифференциал  $dy$  функции  $y = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$  равен

$$\text{--- } \operatorname{ctg} x \operatorname{tg} x dx$$

$$\text{--- } dx$$

$$\text{--- } 0$$

$$\text{--- } -dx$$

Дифференциал второго порядка функции  $y = \cos^2 x$  равен

$$\text{--- } \cos 2x dx^2$$

$$\text{--- } -2 \cos 2x d^2 x$$

$$\text{--- } -\cos 2x d^2 x$$

$$\text{--- } -2 \cos 2x dx^2$$

Полный дифференциал  $dz$  функции  $Z = x^2 \ln y$  равен

$$\text{--- } 2x \ln y dx + \frac{x^2 dy}{y}$$

$$\text{--- } x^2 dx + \ln y dy$$

$$\text{--- } \frac{2x}{y} dx dy$$

$$\text{--- } \frac{2xy \ln y dx - x^2 dy}{y}$$

Производная функции  $y = 3^{\sin^2 x}$  равна

$$\text{--- } 3^{\sin^2 x} \ln 3 \cdot \sin 2x$$

$$\text{--- } \sin^2 x \cdot 3^{\sin^2 x - 1}$$

$$\text{--- } 2 \cdot 3^{\sin^2 x} \ln 3 \cdot \cos x$$

$$\text{--- } 3^{\sin 2x}$$



Дифференциал второго порядка  $d^2y$  функции  $y = \cos x \sin x$  равен

—  $2 \sin 2x dx^2$

—  $2 \cos 2x dx^2$

—  $-2 \cos 2x dx^2$

—  $-2 \sin 2x dx^2$

Дифференциал функции  $y = \sec 2x$  равен

—  $\frac{2 \operatorname{ctg} 2x dx}{\cos 2x}$

—  $-\frac{2 \operatorname{tg} 2x dx}{\cos 2x}$

—  $-\frac{2 \operatorname{ctg} 2x dx}{\cos 2x}$

—  $\frac{2 \operatorname{tg} 2x dx}{\cos 2x}$

## ТЕМА 5. Основные теоремы дифференциального исчисления. Применение производной для исследования функций

Функция  $y=f(x)$  имеет в точке  $x_0$  максимум, если

- $f'(x_0) = 0$
- $f'(x_0) = 0, f''(x_0) < 0$
- $f'(x_0) = 0, f''(x_0) < 0$
- $f'(x_0) > 0, f''(x_0) < 0$

Условием выпуклости кривой  $y=f(x)$  в интервале  $(a, b)$  является

- $f''(x) > 0$
- $f''(x) > 0$
- $f'(x) < 0$
- $f''(x) < 0$

Условием вогнутости кривой  $y=f(x)$  в интервале  $(a, b)$  является

- $f'(x) < 0$
- $f''(x) > 0$
- $f''(x) < 0$
- $f'(x) > 0$

Функция  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  имеет минимум, если

- $f'(x_0) = 0, f''(x_0) > 0$
- $f'(x_0) < 0, f''(x_0) > 0$
- $f'(x_0) > 0, f''(x_0) = 0$
- $f'(x_0) = 0, f''(x_0) > 0$

Функция  $f(x)$  имеет в точке  $x_0$  максимум, если для всех  $x$  из некоторой окрестности точки  $x_0$  выполняется неравенство

- $f(x_0) \geq f(x)$
- $f(x_0) \geq 0$
- $f(x_0) \geq f(x)$
- $f'(x_0) > 0$

Функция  $f(x)$  имеет в точке  $x_0$  минимум, если для всех  $x$  из некоторой окрестности точки  $x_0$  выполняется неравенство

- $f(x_0) \leq f(x)$
- $f(x_0) \leq 0$
- $f'(x_0) < 0$

—  $f(x_0) \geq f(x)$

Если функция  $y = f(x)$  во внутренней точке  $x_0$  области определения дифференцируема и достигает в точке  $x_0$  наибольшего и наименьшего значения, то производная функции в этой точке

—  $f'(x_0) \neq 0$

—  $f'(x_0)$  не существует

—  $f'(x_0) = 0$

—  $f'(x_0) = \infty$

Критическими точками функции  $f(x)$  на экстремум, называются точки, в которых для функции  $f(x)$  выполняется условие

—  $f'(x_0) = 0$

—  $f'(x_0) > 0$

—  $f'(x_0) < 0$

—  $f(x_0) = \infty$

Если на отрезке  $[a; b]$  для функции  $f(x)$  выполняются все условия теоремы Ролля, то на дуге АВ найдется точка, в которой касательная к графику

— проходит через начало координат

— параллельна оси ординат

— перпендикулярна оси абсцисс

— параллельна оси абсцисс

Из теоремы Лангранжа следует, что в интервале  $(a; b)$  найдется точка  $c$  такая, что

—  $f'(c) = 0$

—  $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$

—  $\frac{f(b) + f(a)}{b - a} = f'(c)$

—  $\frac{f(b) - f(a)}{b + a} = f'(c)$

К функциям  $f(x)$  и  $g(x)$  теорема Коши применима, если

—  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны на  $(a; b)$  и дифференцируемы на  $(a; b)$

—  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны на  $[a; b]$  и  $g'(x) \neq 0$  в интервале  $(a; b)$

—  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны на  $[a; b]$ , дифференцируемы на  $(a; b)$  и  $g'(x) \neq 0$  в интервале  $(a; b)$

—  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны на  $(a; b)$ , дифференцируемы на  $(a; b)$  и  $g'(x) \neq 0$  в интервале  $(a; b)$

Если функции  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны на отрезке  $[a; b]$ , дифференцируемы в  $(a; b)$  и  $g'(x) \neq 0$  в интервале  $(a; b)$ , то, согласно теореме Коши, в интервале  $(a; b)$  найдется точка  $c$  такая, что

$$\text{— } \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$$

$$\text{— } \frac{f(b) + f(a)}{g(b) + g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$$

$$\text{— } \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f(c)}{g(c)}$$

$$\text{— } \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{g'(c)}{f'(c)}$$

Правило Лопитала применяется к неопределенности вида

$$\text{— } 0 \cdot \infty$$

$$\text{— } \infty - \infty$$

$$\text{— } 1^\infty$$

$$\text{— } \frac{\infty}{\infty}$$

Правило Лопитала применяется к неопределенности вида

$$\text{— } 0 \cdot \infty$$

$$\text{— } \frac{0}{0}$$

$$\text{— } \infty - \infty$$

$$\text{— } 1^\infty$$

Пусть функции  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны в  $(x_0, a]$ , дифференцируемы в  $(x_0, a)$ , причем  $g'(x) \neq 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$  и  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \infty$ ; существует конечный или бесконечный

предел  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ , то

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)}$$

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \text{const}$$

Пусть функции  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны в  $(x_0, a]$ , дифференцируемы в  $(x_0, a)$ , причем  $g'(x) \neq 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$  и  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ ; существует конечный или бесконечный

предел  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ , то

—  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

—  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$

—  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = c$

—  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)}$

Применима ли теорема Ролля к функции  $f(x) = 2 + \sqrt[3]{(x-1)^2}$  на отрезке  $[1;2]$

— нет,  $y=f(x)$  разрывна на отрезке  $[1;2]$

— да,  $c=1$

— нет,  $y=f(x)$  недифференцируема в интервале  $(1;2)$

— нет,  $f(1) \neq f(2)$

Применима ли теорема Лагранжа к функции  $f(x) = x^2 + 2x + 1$  на отрезке  $[0;2]$

— нет, функция  $f(x)$  разрывна на  $[0;2]$

— применима

— нет, функция  $f(x)$  недифференцируема в  $(0;2)$

— нет,  $f(0) \neq f(2)$

Применима ли теорема Коши к функциям  $f(x) = 2x + 3$  и  $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$  на отрезке  $[0;2]$

— да,  $c = -\frac{15}{16}$

— нет,  $f(0) \neq f(2)$

— нет, функция  $g(x)$  не определена при  $x \in [0;1)$

— нет, функция  $g(x)$  недифференцируема на  $(0;2)$

Если функция  $y=f(x)$  дифференцируема в интервале  $(a;b)$ , то для возрастания  $f(x)$  в  $(a;b)$  необходимо и достаточно, чтобы для всех  $x \in (a;b)$  выполнялось

—  $f'(x) > 0$

—  $f'(x) = 0$

—  $f'(x) < 0$

—  $f''(x) \geq 0$

Если функция  $y=f(x)$  дифференцируема в интервале  $(a;b)$ , то для убывания  $f(x)$  в  $(a;b)$  необходимо и достаточно, чтобы для всех  $x \in (a;b)$  выполнялось

—  $f'(x) > 0$

—  $f'(x) = 0$

—  $f''(x) \leq 0$

—  $f'(x) < 0$

Дана функция  $f(x) = 2x^4 + x^3 + 1$ , тогда

—  $x=0$  является точкой минимума функции  $f(x)$

—  $x = -\frac{3}{8}$  является точкой минимума функции  $f(x)$

— функции  $f(x)$  не имеет экстремумов

—  $x = -\frac{3}{8}$  является точкой максимума функции  $f(x)$

Функция  $f(x) = \frac{x^3}{3} - 4x$

— возрастает на  $(-\infty; +\infty)$

— возрастает на  $(-2; 2)$

— возрастает на  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

— возрастает на  $[-1; 2]$

Функция  $f(x) = \frac{x^3}{3} - 4x$

— убывает на  $(-2; 2)$

— убывает на  $(-\infty; +\infty)$

— убывает на  $[-\infty; 2)$

— убывает на  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

Функция  $f(x) = 2\sqrt[3]{x-3}$

— выпукла на интервале  $(-\infty; 3)$

— вогнута на интервале  $(3; +\infty)$

— выпукла на интервале  $(3; +\infty)$

— вогнута на интервале  $(3; 5)$

Пусть функция  $y=f(x)$  непрерывна в  $(a;b)$ ,  $x_0$  – внутренняя точка этого промежутка и  $f'(x_0) = 0$  (или  $f'(x_0)$  не существует), то

—  $x_0$  – обязательно точка минимума

—  $x_0$  – обязательно точка максимума

—  $x_0$  – обязательно точка перегиба

— в точке  $x_0$  экстремум может существовать, а может и не существовать

- К функции  $y=f(x)$  на отрезке  $[a; b]$  теорема Ролля применима, если
- $f(x)$  непрерывна на  $[a; b]$ , дифференцируема в  $(a; b)$  и  $f(a)=f(b)$
  - $f(x)$  непрерывна на  $[a; b]$  и  $f(a)=f(b)$
  - $f(x)$  дифференцируема в  $(a; b)$
  - $f(x)$  непрерывна в  $(a; b)$ , дифференцируема в  $(a; b)$  и  $f(a)=f(b)$

Из теоремы Лагранжа следует, что

- любая касательная к графику функции  $f(x)$  в  $(a; b)$  параллельна хорде, стягивающей концы дуги  $f(x)$  на отрезке  $[a; b]$
- касательная к графику функции  $f(x)$  в  $(a; b)$  параллельна любой хорде в этом интервале
- хорда, стягивающая концы дуги  $f(x)$  на  $[a; b]$ , параллельна оси  $OY$
- в интервале  $(a; b)$  найдется касательная, параллельная хорде, стягивающей концы дуги  $f(x)$  на отрезке  $[a; b]$

Если точка  $x_0$  является точкой перегиба графика  $f(x)$  с вертикальной касательной, то

- $f''(x_0) = 0$
- $f'(x_0) = \infty$
- $f'(x_0) = 0$  и  $f''(x_0) = 0$
- $f(x_0) = \infty$

Если точка  $x_0$  является точкой перегиба графика  $f(x)$  с наклонной касательной, то

- $f'(x_0) = \infty$
- $f''(x_0) = 0$  и  $f'(x_0) = 0$
- $f''(x_0) = 0$
- $f(x_0) = \infty$

Точка  $x_0$  называется точкой перегиба графика  $f(x)$  с горизонтальной касательной, если

- $f'(x_0) = 0$  и  $f''(x_0) = 0$
- $f(x_0) = \infty$
- $f'(x_0) = \infty$
- $f''(x_0) = 0$

Применима ли теорема Ролля к функции  $f(x) = 3 + \sqrt{2-x}$  на отрезке  $[0; 2]$

- да,  $c=2$
- нет, функция  $f(x)$  не определена при  $x \in [0; 2]$
- нет, функция  $f(x)$  не дифференцируема в  $(0; 2)$
- нет,  $f(0) \neq f(2)$

Применима ли теорема Лагранжа к функции  $f(x) = 2 - \sqrt{1+x}$  на отрезке  $[-1; 0]$

- нет, функция  $f(x)$  разрывна на  $[-1; 0]$

- применима
- нет, функция  $f(x)$  не дифференцируема в  $(-1;0)$
- нет,  $f(-1) \neq f(0)$

Точками перегиба функции  $y = \frac{x^4}{4} - 6x^2$  являются

- точки  $x_1 = 2\sqrt{3}$  и  $x_2 = -2\sqrt{3}$
- только точка  $x=0$
- точки  $x_1 = -2$  и  $x_2 = 2$
- у функции  $y = \frac{x^4}{4} - 6x^2$  нет точек перегиба

Применима ли теорема Коши к функциям  $f(x) = 2x + 1$  и  $g(x) = \sqrt[3]{x-2}$  на отрезке  $[0;3]$

- нет, функция  $g(x)$  не дифференцируема в  $(0;3)$  и  $g'(x) = 0$  в  $(0;3)$
- да,  $c=3$
- нет, функция  $g(x)$  разрывна на  $[0;3]$
- нет,  $g(x)$  не дифференцируема в  $(0;3)$

Функция  $y = \frac{x^4}{4} - x^3$  имеет точку перегиба с горизонтальной касательной в точке

- $(2;-2)$
- $(0;-3)$
- $\left(1; -\frac{3}{4}\right)$
- $(0;0)$

По правилу Лопиталья предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{5x^2}$  равен

- 0
- $\frac{3}{5}$
- $\frac{9}{10}$
- $\frac{9}{10}$

Функция  $y = x^3 + 2x$  возрастает только при

- $x \in (0; +\infty)$
- $x \in (-3; 2)$
- $x \in (-\infty; +\infty)$
- $x \in (-\infty; 0)$



Кривая  $y = x^4 + 3x^2 - 5$  вогнута при

—  $x \in (-\infty; +\infty)$

—  $x \in \left(-\infty; \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty\right)$

—  $x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

—  $x \in (-\sqrt{3}; \sqrt{3})$

Функция  $y = \frac{1}{x} - x$  убывает при

—  $x \in (-1; 1)$

—  $x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$

—  $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

—  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

При неопределенностях  $\left(\frac{0}{0}\right)$  или  $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$

—  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} (f'(x) - g'(x))$

—  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

—  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} (f'(x) \cdot g'(x))$

—  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$

По правилу Лопиталья  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\ln(1 - 5x)}$  равен

—  $\frac{1}{5}$

—  $-\frac{1}{5}$

—  $\frac{4}{5}$

—  $-\frac{4}{5}$

Функция  $y = f(x)$  называется возрастающей в интервале  $(a; b)$ , если для любых  $x_1 \in (a; b)$  и  $x_2 \in (a; b)$

— из  $x_1 > x_2$  следует  $f(x_1) < f(x_2)$

- из  $x_1 < x_2$  следует  $f(x_1) > f(x_2)$
- из  $x_1 < x_2$  следует  $f(x_1) < f(x_2)$
- из  $x_1 = x_2$  следует  $f(x_1) > f(x_2)$

По правилу Лопиталья  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x}{2x - \pi}$  равен

- $-\frac{3}{2}$
- $\frac{3}{2}$
- $-\frac{3}{\pi}$
- $\frac{3}{\pi}$

Функция  $y = f(x)$  называется убывающей в интервале  $(a; b)$ , если для любых  $x_1 \in (a; b)$  и  $x_2 \in (a; b)$

- из  $x_1 < x_2$  следует  $f(x_1) < f(x_2)$
- из  $x_1 > x_2$  следует  $f(x_1) > f(x_2)$
- из  $x_1 = x_2$  следует  $f(x_1) < f(x_2)$
- из  $x_1 < x_2$  следует  $f(x_1) > f(x_2)$

По правилу Лопиталья  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{ctg} 2x}{\operatorname{tg} 4x}$  равен

- $-\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{2}$
- $-1$
- $0$

Применима ли теорема Роля к функции  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$  на отрезке  $[-2; 2]$

- да, так как  $f(-2) = f(2)$
- да, так как  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[-2; 2]$  и  $f(-2) = f(2)$
- да, так как  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[-2; 2]$ , дифференцируема в  $(-2; 2)$  и  $f(-2) = f(2)$
- нет, не выполняется условие непрерывности

Абсциссы точек перегиба функции  $f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 3$  равны

- $\pm 1$

- $\pm 1$  и  $0$
- $\pm \frac{1}{3}$
- $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

Применима ли теорема Лагранжа к функции  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$  на отрезке  $[-1;1]$

- нет, функция недифференцируема в  $(-1;1)$
- да, так как  $f(-1) = f(1)$
- да, функция непрерывна на  $[-1;1]$  и  $f(-1) = f(1)$
- да, функция непрерывна на  $[-1;1]$ , дифференцируема в  $(-1;1)$  и  $f(-1) = f(1)$

Условие  $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) < 0$  является условием

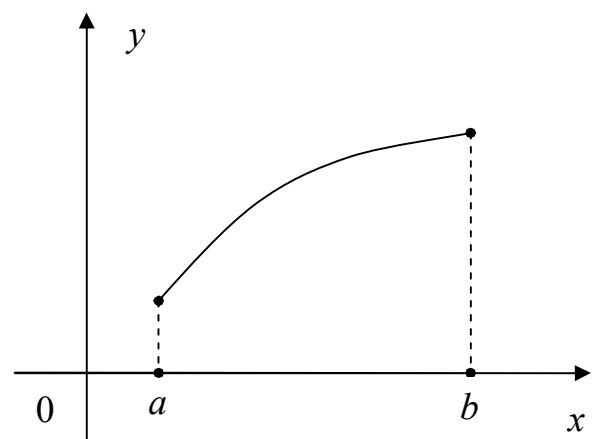
- минимума
- вогнутости
- максимума
- убывания

Условие  $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) > 0$  является условием

- максимума
- выпуклости
- возрастания
- минимума

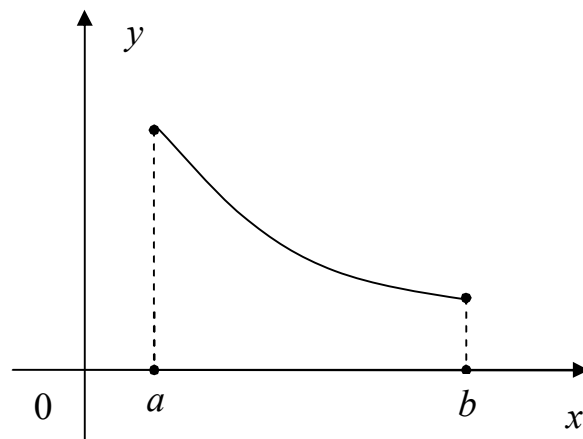
Для графика функции на отрезке  $[a;b]$  одновременно выполняются 3 условия

- $y > 0$ ,  $y' < 0$ ,  $y'' > 0$
- $y > 0$ ,  $y' > 0$ ,  $y'' > 0$
- $y < 0$ ,  $y' > 0$ ,  $y'' < 0$
- $y > 0$ ,  $y' > 0$ ,  $y'' < 0$



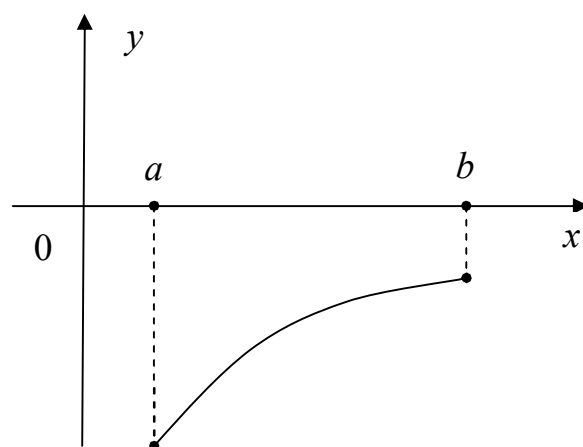
Для графика функции на отрезке  $[a;b]$  одновременно выполняются 3 условия

- $y < 0, y' > 0, y'' < 0$
- $y > 0, y' > 0, y'' > 0$
- $y > 0, y' < 0, y'' > 0$
- $y > 0, y' < 0, y'' < 0$



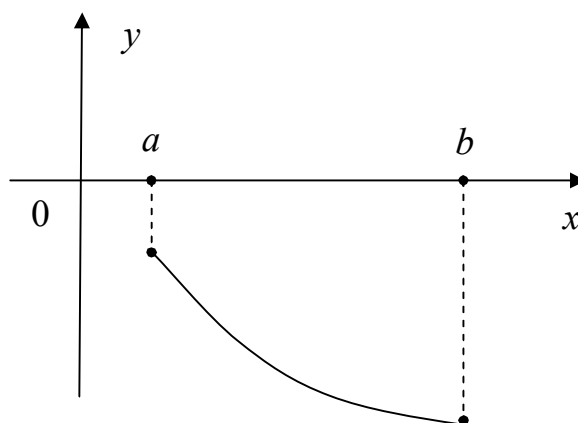
Для графика функции на отрезке  $[a; b]$  одновременно выполняются 3 условия

- $y < 0, y' > 0, y'' < 0$
- $y < 0, y' < 0, y'' < 0$
- $y < 0, y' > 0, y'' > 0$
- $y < 0, y' < 0, y'' > 0$



Для графика функции на отрезке  $[a; b]$  одновременно выполняются 3 условия

- $y < 0, y' > 0, y'' > 0$
- $y < 0, y' < 0, y'' < 0$
- $y < 0, y' < 0, y'' > 0$
- $y < 0, y' > 0, y'' < 0$



## ТЕМА 6. Применение дифференциального исчисления в экономических исследованиях

Функция  $f(x)$  в интервале  $(a, b)$  убывает все быстрее, если

- $f'(x) < 0, f''(x) < 0$
- $f'(x) < 0, f''(x) > 0$
- $f'(x) < 0, f(x) > 0$
- $f'(x) < 0, f(x) < 0$

Функция  $f(x)$  в интервале  $(a, b)$  возрастает все медленнее, если

- $f'(x) > 0, f''(x) > 0$
- $f(x) > 0, f'(x) > 0$
- $f'(x) > 0, f''(x) < 0$
- $f(x) < 0, f'(x) > 0$

Эластичность функции  $y=f(x)$  определяется по формуле

- $E_x(y) = \frac{y}{x} \cdot y'$
- $E_x(y) = \frac{x}{y \cdot y'}$
- $E_x(y) = \frac{y'}{y}$
- $E_x(y) = \frac{x}{y} \cdot y'$

Чтобы функция  $y = f(x)$  была эластичной в точке, показатель эластичности должен быть

- больше нуля
- меньше единицы
- равен единице
- больше единицы

Чтобы функция  $y = f(x)$  была неэластичной в точке, показатель эластичности должен быть

- меньше нуля
- меньше единицы
- больше единицы
- равен единице

Эластичность функции экономически означает

- относительное изменение аргумента при относительном изменении функции
- относительное изменение функции на 1% при относительном изменении аргумента
- относительное изменение функции при относительном изменении аргумента
- относительное изменение функции при относительном изменении аргумента на 1%

Эластичность произведения двух функций  $E_x(uv)$  равна

- $vE_x(u) + u \cdot E_x(v)$
- $E_x(u) \cdot E_x(v)$
- $E_x(u) + E_x(v)$
- $E_v(u) + E_u(v)$

Эластичность частного двух функций  $E_x\left(\frac{u}{v}\right)$  равна

- $\frac{E_x(u)}{E_x(v)}$
- $\frac{E_x(v)}{E_x(u)}$
- $\frac{E_x(u) - E_x(v)}{x^2}$
- $E_x(u) - E_x(v)$

Для получения максимальной прибыли необходимо, чтобы при данном объеме производства  $x_0$

- предельная выручка была больше предельных издержек
- предельная выручка была меньше предельных издержек
- предельная выручка равнялась предельным издержкам
- предельная выручка была наибольшей

Функция  $y = f(x)$  в интервале  $(a;b)$  возрастает, если

- $f'(x) < 0$
- $f'(x) > 0$
- $f''(x) > 0$
- $f''(x) < 0$

Функция  $y = f(x)$  в интервале  $(a;b)$  убывает, если

- $f''(x) < 0$
- $f'(x) > 0$
- $f'(x) < 0$
- $f''(x) > 0$

Функция  $y = f(x)$  в интервале  $(a; b)$  возрастает все быстрее, если

- $f'(x) > 0, f''(x) < 0$
- $f'(x) > 0, f''(x) > 0$
- $f(x) > 0, f'(x) > 0$
- $f'(x) > 0, f''(x) = 0$

Функция  $y = f(x)$  в интервале  $(a, b)$  убывает все медленнее

- $f'(x) < 0, f''(x) > 0$
- $f'(x) < 0, f''(x) < 0$
- $f(x) < 0, f'(x) < 0$
- $f(x) > 0, f'(x) < 0$

Эластичность спроса  $S(p)$  относительно цены  $p$  определяется по формуле

- $E_p(S) = -\frac{S}{p} \cdot S'(p)$
- $E_p(S) = -\frac{p}{S \cdot S'(p)}$
- $E_p(S) = -\frac{p}{S} \cdot S'(p)$
- $E_p(S) = -\frac{S'(p)}{S}$

Если  $K(x)$  – полные издержки,  $V(x)$  – полная выручка, то прибыль  $Z(x)$  определяется по формуле

- $Z(x) = K(x) - V(x)$
- $Z(x) = K(x) + V(x)$
- $Z(x) = K(x) \cdot V(x)$
- $Z(x) = V(x) - K(x)$

Если  $K(x)$  – полные издержки, то предельные издержки определяются как

- $K'(x)$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} K(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 0} K(x)$
- $\int K(x) dx$

Эластичность постоянной величины равна

- постоянной величине
- нулю
- единице
- двум

Если  $K(x)$  – полные издержки, то средние издержки определяются как

—  $xK(x)$

—  $\sqrt{K(x)}$

—  $\frac{K(x)}{x}$

—  $K'(x)$

Для получения максимальной прибыли достаточно, чтобы при данном объеме производства  $x_0$

—  $V''(x_0) = K''(x_0)$

—  $V''(x_0) > K''(x_0)$

—  $V''(x_0) < K''(x_0)$

—  $V''(x_0) + K''(x_0) = 0$

Экономически обусловленной областью определения функции полных издержек  $K(x)$  является

—  $x \geq 0$

—  $x \neq 0$

—  $\begin{cases} x \geq 0, \\ K(x) \neq 0 \end{cases}$

—  $\begin{cases} x \geq 0, \\ K(x) > 0 \end{cases}$

Функция полных издержек  $K(x)$  в интервале  $(a;b)$  возрастает, если

—  $K'(x) < 0$

—  $K''(x) > 0$

—  $K''(x) < 0$

—  $K'(x) > 0$

Функция полной выручки  $V(x)$  убывает в интервале  $(a;b)$ , если

—  $V''(x) > 0$

—  $V''(x) < 0$

—  $V'(x) < 0$

—  $V'(x) = 0$

Функция полных издержек  $K(x)$  в интервале  $(a;b)$  возрастает все медленнее, если

—  $K'(x) > 0, K''(x) > 0$

—  $K(x) > 0, K'(x) > 0$

—  $K(x) = 0, K'(x) > 0$

—  $K'(x) > 0, K''(x) < 0$



Функция полных издержек  $K(x)$  в интервале  $(a;b)$  возрастает все быстрее, если

- $K'(x) > 0, K''(x) = 0$
- $K'(x) > 0, K''(x) > 0$
- $K'(x) > 0, K''(x) < 0$

Полная выручка  $V(x)$  при  $x_0$  будет максимальной, если

- $V(x_0) = 0, V'(x_0) < 0$
- $V'(x_0) = 0, V''(x_0) > 0$
- $V'(x_0) = 0, V''(x_0) = 0$
- $V'(x_0) = 0, V''(x_0) < 0$

Спрос  $S(p)$  будет эластичным при цене  $p_0$ , если показатель эластичности

- больше нуля
- меньше единицы
- больше единицы
- равен единицы

Спрос  $S(p)$  будет неэластичным при цене  $p_0$ , если показатель эластичности

- меньше нуля
- больше единицы
- меньше единицы
- равен единице

Эластичность функции спроса  $S(p) = 4 - p$  относительно цены  $p$  определяется как

- $E_p(S) = \frac{4}{4-p}$
- $E_p(S) = \frac{p}{4-p}$
- $E_p(S) = \frac{1}{4-p}$
- $E_p(S) = \frac{4-p}{p}$

Эластичностью функции  $f(x)$  относительно аргумента  $x$  называется

- предел относительного приращения функции при  $\Delta x \rightarrow 0$
- предел отношения относительного приращения аргумента к относительному приращению функции при  $\Delta x \rightarrow 0$
- предел функции при  $\Delta x \rightarrow 0$
- предел отношения относительного приращения функции к относительному приращению аргумента при  $\Delta x \rightarrow 0$

Экономически обусловленной областью для функции спроса  $S(p) = 8 - 2p$  будет

- $p \geq 0$
- $p \leq 4$
- $p \geq 4$
- $0 \leq p \leq 4$

Средние издержки  $K_{cp}(x)$  при  $x_0$  будут минимальны, если

- $K_{cp}(x_0) = 0$
- $K'_{cp}(x_0) < 0$
- $K'_{cp}(x_0) = 0, K''_{cp}(x_0) < 0$
- $K'_{cp}(x_0) = 0, K''_{cp}(x_0) > 0$

Полная выручка  $V(p)$  в интервале  $(a;b)$  возрастает все медленнее, если

- $V'(p) > 0, V''(p) < 0$
- $V'(p) > 0, V''(p) = 0$
- $V'(p) > 0, V''(p) < 0$
- $V'(p) > 0, V''(p) > 0$

Полная выручка  $V(p)$  в интервале  $(a;b)$  убывает все быстрее, если

- $V'(p) < 0, V''(p) > 0$
- $V'(p) < 0, V''(p) < 0$
- $V'(p) < 0, V''(p) > 0$
- $V'(p) < 0, V''(p) = 0$

Экономически обусловленной областью для функции полной выручки

$V(p) = 12p - p^2$  будет

- $(-\infty; +\infty)$
- $(0; +\infty)$
- $[0; 12]$
- $(12; +\infty)$

Эластичность функции спроса  $S(p) = \frac{1}{p+2}$  относительно цены  $p$  определяется как

- $E_p(S) = \frac{p}{(p+2)^3}$
- $E_p(S) = \frac{p+2}{p}$
- $E_p(S) = \frac{p}{p+2}$

—  $E_p(S) = \frac{1}{(p+2)^2}$

Показатель эластичности функции  $y = x^3 + x$  при  $x = 1$  равен

- 8
- 2
- $\frac{1}{8}$
- 1

Показатель эластичности функции  $y = x^3 - 2$  при  $x = 2$  равен

- 4
- 36
- $\frac{1}{72}$
- $\frac{1}{3}$

Если показатель эластичности функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  больше единицы, то функция в точке  $x_0$

- неэластична
- нейтральна
- эластична
- положительна

Если показатель эластичности функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  меньше единицы, то функция в точке  $x_0$

- эластична
- неэластична
- отрицательна
- нейтральна

Показатель эластичности спроса  $S = 8 - 2p$  при цене  $p = 3$  равен

- $\frac{1}{6}$
- 2
- 4
- 3

Показатель эластичности функции  $y = \ln(x^2 + 1)$  при  $x=1$  равен

- $\frac{1}{\ln 2}$
- $\ln 2$

—  $\frac{\ln 2}{2}$   
—  $\frac{1}{2 \ln 2}$

Спрос  $S(p) = 6 - p$  относительно цены  $p$  будет эластичным при

- $p \in (3; +\infty)$
- $p \in (0; 3)$
- $p \in (3; 6)$
- $p \in (-\infty; 3)$

Полная выручка  $V(p)$  при заданном спросе  $S(p) = 16 - 2p$  будет наибольшей при цене  $p$ , равной

- 4
- 8
- 2
- 6

Спрос  $S(p) = 8 - p$  относительно цены  $p$  будет неэластичным при

- $p \in (4; 8)$
- $p \in (0; 4)$
- $p \in (4; +\infty)$
- $p \in (-\infty; 4)$

Показатель эластичности полной выручки  $V(p)$  при заданном спросе  $S(p) = 16 - 4p$  при цене  $p = 1$  равен

- $\frac{2}{3}$
- $-\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{3}$
- $-\frac{2}{3}$

Функция полных издержек  $K(x) = 2x^3 - 24x^2 + 100x + 36$ , где  $x$  – объем производства, возрастает все медленнее в интервале

- $(4; +\infty)$
- $(0; 4)$
- $(-\infty; 4)$
- $(0; +\infty)$

Полные издержки  $K(x) = \frac{x^3}{3} - 6x^2 + 39x + 13$ , где  $x$  – объем производства, возрастают все быстрее в интервале

- $(0;6)$
- $(-\infty;6)$
- $(6;+\infty)$
- $(-\infty;+\infty)$

Полные издержки  $K(x) = 2x^3 - 24x^2 + 120x + 40$ , где  $x$  – объем производства, возрастают все быстрее в интервале

- $(4;+\infty)$
- $(0;4)$
- $(-\infty;4)$
- $(0;+\infty)$

Спрос  $S(p) = 24 - 4p$  относительно цены  $p$  будет неэластичным при

- $p \in (3;6)$
- $p \in (3;+\infty)$
- $p \in (0;3)$
- $p \in (-\infty;3)$

Показатель эластичности функции  $y = \frac{x}{x^2 + 9}$  при  $x = 2$  равен

- $\frac{5}{13}$
- 1
- $-\frac{5}{13}$
- $\frac{13}{5}$

Если полные издержки и выручка соответственно составляют

$K(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 12x + 20$ ;  $V(x) = \frac{x^3}{3} - 4x^2 + 22x + 11$ , то прибыль  $Z(x)$  будет

максимальной при объеме производства  $x$ , равном

- 2
- 8
- 4
- 5

Если  $E_{x_0}(Y) = -3$  и  $Y = f(x) > 0$ , то функция

- неэластична

- абсолютно неэластична
- убывающая
- возрастающая

Если полные выручка и издержки соответственно составляют

$$V(x) = \frac{x^3}{2} - 7x^2 + 30x + 27, K(x) = \frac{x^3}{2} - 6x^2 + 26x + 30, \text{ то прибыль } Z(x) \text{ максимальна}$$

при объеме производства  $x$ , равном

- 2
- 3
- 1
- 4

Если полные выручка и издержки соответственно составляют

$$V(x) = \frac{x^3}{3} - 6x^2 + 36x + 4, K(x) = \frac{x^3}{3} - 5x^2 + 28x + 11, \text{ то наибольшая прибыль равна}$$

- -9
- 10
- 9
- 4

Показатель эластичности функции  $y = \frac{x^2}{x-3}$  при  $x = 2$  равен

- -4
- 4
- -2
- 2

Показатель эластичности спроса  $S = \frac{1}{p+3}$  при цене  $p = 2$  равен

- $-\frac{2}{5}$
- $\frac{2}{125}$
- $\frac{2}{5}$
- $-\frac{2}{125}$

## ТЕМА 7. Неопределенные интегралы

Функция  $F(x)$  является первообразной для функции  $f(x)$  в некотором промежутке, если в любой точке этого промежутка выполняется

—  $f'(x) = F'(x) \mid F(x) = f(x)dx$

—  $F'(x) = f(x)$

—  $dF(x) = f(x)$

Если  $\int f(x)dx = F(x) + C$ , то выполняется

—  $F(x) = f'(x)$

—  $F(x) = f(x)dx$

—  $d(F(x) + C) = f(x)dx$

—  $F'(x) = f'(x)$

$\int dF(x)$  равен

—  $f'(x)$

—  $f(x) + C$

—  $F(x) + C$

—  $f(x)$

Если неопределенный интеграл имеет вид  $\int f(x)dx$ , то дифференциал этого интеграла равен

—  $F(x)dx$

—  $f'(x)$

—  $f'(x)dx$

—  $f(x)dx$

Производная от неопределенного интеграла  $\int f(x)dx$  равна

—  $F(x)$

—  $F(x) + C$

—  $f(x)$

—  $f'(x)$

Интегрирование по частям в неопределенных интегралах выполняется по формуле

—  $uv - \int vdu$

—  $uv + \int vdu$

—  $uv - \int udv$

—  $uv + \int udv$

Выберите верное утверждение

—  $\int uvdx = \int udx \cdot \int vdx$

—  $\int uvdx = \int udx + \int vdx$

$$\text{— } \int uv' dx = uv - \int v du$$

$$\text{— } \int \frac{u}{v} dx = \frac{\int u dx}{\int v dx}$$

Интеграл  $\int kf(x) dx$  равен

$$\text{— } k + \int f(x) dx$$

$$\text{— } k \int f(x) dx$$

$$\text{— } k^2 \int f(x) dx$$

$$\text{— } k - \int f(x) dx$$

Интеграл  $\int (f(x) + \varphi(x)) dx$  равен

$$\text{— } \int f(x)\varphi(x) dx - f(x)$$

$$\text{— } \int f(x)\varphi(x) - \int \varphi(x) dx$$

$$\text{— } \int f(x) dx + \int \varphi(x) dx$$

$$\text{— } \int f(x) dx \int \varphi(x) dx$$

Выберите правильное утверждение

$$\text{— } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + c$$

$$\text{— } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = 3x^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{— } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = 3x^{\frac{1}{3}} + c$$

$$\text{— } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + c$$

Выберите правильное утверждение

$$\text{— } \int \sqrt[5]{x^3} dx = \frac{5}{8} \sqrt[5]{x^3}$$

$$\text{— } \int \sqrt[5]{x^3} dx = \frac{3}{5} \frac{1}{\sqrt[5]{x^3}} + c$$

$$\text{— } \int \sqrt[5]{x^3} dx = \frac{5}{8} \sqrt[5]{x^8} + c$$

$$\text{— } \int \sqrt[5]{x^3} dx = \frac{2}{5} \sqrt[5]{x^3} + c$$

Непрерывная функция имеет

— только одну первообразную

— бесконечное множество первообразных



- две первообразных
- конечное число первообразных

Две различные первообразные одной и той же функции

- равны между собой
- отличаются на константу
- отличаются на некоторую функцию
- отличаются на переменную интегрирования

Дифференциал от неопределенного интеграла равен

- подынтегральному выражению
- подынтегральной функции
- нулю
- бесконечности

К интегрируемым функциям относятся все

- постоянные
- непрерывные
- прерывные
- непостоянные функции

Интеграл  $\int \frac{dx}{2x+1}$  равен

- $\frac{1}{(2x+1)^2} + C$
- $\frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$
- $\ln|2x+1| + C$
- $\frac{1}{2(2x+1)^2} + C$

Интеграл  $\int \operatorname{tg} x dx$  равен

- $-\ln|\cos x| + C$
- $\ln|\sin x| + C$
- $-\ln|\sin x| + C$
- $\frac{\operatorname{tg}^2 x}{2} + C$

Интеграл  $\int \frac{dx}{2-3x}$  равен

$$— \ln|2 - 3x| + C$$

$$— \frac{1}{3} \ln|2 - 3x| + C$$

$$— -\frac{1}{3} \ln|2 - 3x| + C$$

$$— \frac{1}{(2 - 3x)^2} + C$$

Интеграл  $\int \operatorname{ctg} x dx$  равен

$$— -\ln|\cos x| + C$$

$$— -\ln|\sin x| + C$$

$$— \frac{\operatorname{ctg}^2 x}{2} + C$$

$$— \ln|\sin x| + C$$

Интеграл  $\int \frac{dx}{(2 - x)^2}$  равен

$$— \frac{1}{2 - x} + C$$

$$— \frac{1}{x - 2} + C$$

$$— \frac{1}{2(2 - x)} + C$$

$$— \frac{1}{2(x - 2)} + C$$

Интеграл  $\int \frac{\varphi'(x) dx}{\varphi(x)}$  равен

$$— \frac{\varphi(x)}{\varphi'(x)} + C$$

$$— \varphi(x) + C$$

$$— \frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)} + C$$

$$— \ln|\varphi(x)| + C$$

Интеграл  $\int \frac{\ln x dx}{x}$  равен

$$— \frac{\ln x}{x} + C$$

- $\ln^2 x + C$
- $\ln|\ln x| + C$
- $\frac{1}{2}\ln^2 x + C$

Интеграл  $\int e^{3x-2} dx$

- $\frac{1}{3}e^{3x-2} + C$
- $e^{3x-2} + C$
- $-\frac{1}{2}e^{3x-2} + C$
- $\frac{1}{3}e^{3x} + C$

Интеграл  $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$  равен

- $\arcsin \frac{x}{a} + C$
- $\frac{1}{a} \arcsin \frac{x}{a} + C$
- $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
- $\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$

Интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$  равен

- $\frac{1}{a} \arcsin \frac{x}{a} + C$
- $-\frac{1}{a} \arcsin \frac{x}{a} + C$
- $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
- $\arcsin \frac{x}{a} + C$

Интеграл  $\int (\kappa + f(x)) dx$  равен

- $\int f(x) dx$
- $\kappa + \int f(x) dx$
- $\kappa x + \int f(x) dx$

$$— \int kf(x)dx$$

Интеграл  $\int \frac{\arctg x dx}{1+x^2}$  равен

$$— \frac{1}{2} \arctg^2 x + C$$

$$— \arctg x + C$$

$$— \arctg^2 x + C$$

$$— 2 \arctg^2 x + C$$

Интеграл  $\int \frac{dx}{x \ln x}$  равен

$$— \frac{1}{\ln x} + C$$

$$— \frac{1}{\ln^2 x} + C$$

$$— \frac{1}{2 \ln^2 x} + C$$

$$— \ln|\ln x| + C$$

Интеграл  $\int \cos 3x dx$  равен

$$— \frac{1}{3} \sin 3x + C$$

$$— \sin 3x + C$$

$$— \frac{1}{2} \cos^2 3x + C$$

$$— 3 \sin 3x + C$$

Интеграл  $\int \operatorname{ctg} 2x dx$  равен

$$— \ln|\sin 2x| + C$$

$$— \frac{1}{2} \ln|\sin 2x| + C$$

$$— -\frac{1}{2} \ln|\sin 2x| + C$$

$$— 2 \ln|\sin 2x| + C$$

Интеграл  $\int \frac{dx}{a-x}$  равен

$$— \ln|a-x| + C$$

$$— -\ln|a-x| + C$$

$$\text{--- } \frac{1}{(a-x)^2} + C$$

$$\text{--- } -\frac{1}{2(a-x)^2} + C$$

Интеграл  $\int \frac{dx}{x-a}$  равен

$$\text{--- } \ln|x-a| + C$$

$$\text{--- } \frac{1}{(x-a)^2} + C$$

$$\text{--- } -\ln|x-a| + C$$

$$\text{--- } -\frac{1}{2(x-a)^2} + C$$

Интеграл  $\int \frac{xdx}{x^2+4}$  равен

$$\text{--- } \ln(x^2+4) + C$$

$$\text{--- } \frac{1}{(x^2+4)^2} + C$$

$$\text{--- } \frac{1}{2}\ln(x^2+4) + C$$

$$\text{--- } \ln\left|x + \frac{4}{x}\right| + C$$

Если  $F'(x) = f(x)$ , то неопределенным интегралом  $\int f(x)dx$  называется совокупность функций вида

$$\text{--- } f(x) + C$$

$$\text{--- } F(x) + C$$

$$\text{--- } F'(x) + C$$

$$\text{--- } f'(x) + C$$

Интеграл  $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx$  равен

$$\text{--- } \frac{\cos^3 \frac{x}{2}}{3} + C$$

$$\text{--- } \frac{2}{3} \cos^3 \frac{x}{2} + C$$

$$\text{--- } \frac{1}{2}(x + \sin x) + C$$

$$— \frac{1}{2}(x - \sin x) + C$$

—

Интеграл  $\int tg^2 x dx$  равен

$$— tgx - x + C$$

$$— -ctgx - x + C$$

$$— \frac{tg^3 x}{3} + C$$

$$— ctg^2 x + C$$

Интеграл  $\int e^{\sin x} \cos x dx$  равен

$$— e^{\cos x} \sin x + C$$

$$— -e^{\sin x} + C$$

$$— e^{\sin x} + C$$

$$— e^{\sin x} \sin x + C$$

Интеграл  $\int e^{-3x} dx$  равен

$$— -\frac{1}{3}e^{-3x} + C$$

$$— \frac{1}{3}e^{-3x} + C$$

$$— e^{-3x} + C$$

$$— 3e^{-3x} + C$$

Интеграл  $\int \sin^2 x dx$  равен

$$— \frac{1}{2}(x + \sin 2x) + C$$

$$— \frac{1}{2}(x - \frac{1}{2}\sin 2x) + C$$

$$— \frac{\sin^3 x}{3} + C$$

$$— \frac{\cos^3 x}{3} + C$$

Интеграл  $\int \frac{xdx}{4-x^2}$  равен

$$— \frac{1}{2(4-x^2)^2} + C$$

$$— \frac{1}{2}\ln|4-x^2| + C$$

$$— -\frac{1}{2}\ln|4-x^2|+C$$

$$— 2\ln|4-x^2|+C$$

Интеграл  $\int \frac{2x+3}{x^2+3x+5} dx$  равен

$$— \ln|x^2+3x+5|+C$$

$$— \frac{1}{2}\ln|x^2+3x+5|+C$$

$$— \ln|x^2+3x|+\frac{x^2}{5}+x+C$$

$$— \frac{1}{2(x^2+3x+5)^2}+C$$

Интеграл  $\int \frac{dx}{\operatorname{tg}x}$  равен

$$— \ln|\operatorname{tg}x|+C$$

$$— \operatorname{ctg}x+C$$

$$— -\ln|\sin x|+C$$

$$— \ln|\sin x|+C$$

Интеграл  $\int \frac{dx}{\operatorname{ctg}x}$  равен

$$— \ln|\operatorname{ctg}x|+C$$

$$— \operatorname{tg}x+C$$

$$— -\ln|\cos x|+C$$

$$— \ln|\cos x|+C$$

Интеграл  $\int \frac{dx}{\operatorname{tg}^2x}$  равен

$$— \operatorname{tg}x-x+C$$

$$— -\operatorname{ctg}x-x+C$$

$$— -\frac{1}{\operatorname{tg}x}+C$$

$$— -\operatorname{tg}x-x+C$$

Интеграл  $\int \frac{dx}{(3x-2)^3}$  равен

$$- \frac{1}{2(3x-2)^2} + C$$

$$- \ln|3x-2|^3 + C$$

$$- \frac{1}{6(3x-2)^2} + C$$

$$- \frac{1}{12(3x-2)^4} + C$$

Интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{5-4x}}$  равен

$$- \frac{\sqrt{5-4x}}{2} + C$$

$$- \frac{1}{2} \ln(5-4x) + C$$

$$- \frac{1}{6\sqrt{(5-4x)^3}} + C$$

$$- 2\sqrt{5-4x} + C$$

Интеграл  $\int \frac{x dx}{\sqrt{9-x^2}}$  равен

$$- \arcsin \frac{x}{3} + C$$

$$- \sqrt{9-x^2} + C$$

$$- \frac{\sqrt{9-x^2}}{4} + C$$

$$- -\sqrt{9-x^2} + C$$

Интеграл  $\int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx$  равен

$$- \frac{1}{2} \cos^2 \frac{1}{x} + C$$

$$- \sin \frac{1}{x} + C$$

$$- 2 \cos^2 \frac{1}{x} + C$$

$$- -\sin \frac{1}{x} + C$$



Интеграл  $\int \sec^2 x dx$  равен

—  $\frac{1}{3} \sec^3 x + C$

—  $-\operatorname{ctgx} + C$

—  $-\operatorname{tgx} + C$

—  $\operatorname{tgx} + C$

Интеграл  $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$  равен

—  $\cos \frac{1}{x} + C$

—  $-\cos \frac{1}{x} + C$

—  $\frac{1}{2} \sin^2 \frac{1}{x} + C$

—  $-\cos \frac{1}{x^2} + C$

Множество первообразных функции  $f(x) = \frac{x+7}{x+3}$  имеет вид

—  $x + 4 \ln|x+3| + C$

—  $x - \frac{2}{(x+3)^2} + C$

—  $\frac{x^2}{2} + 7x + C$

—  $x + 7 \ln|x+3| + C$

Множество первообразных функции  $f(x) = \frac{x-6}{x-2}$  имеет вид

—  $x - 6 \ln|x-2| + C$

—  $x - 4 \ln|x-2| + C$

—  $x + \frac{2}{(x-2)^2} + C$

—  $x + 4 \ln|x-2| + C$

Интеграл  $\int e^{\cos x} \sin x dx$  равен

—  $-e^{\sin x} \cos x + C$

—  $e^{\cos x} + C$

—  $-e^{\cos x} + C$

$$- e^{\cos x} \cos x + C$$

## ТЕМА 8. Определенные и несобственные интегралы

В выражении  $\int_a^b f(x)dx$  функция  $f(x)$  называется

- подынтегральным выражением
- интегральной суммой
- подынтегральной функцией
- переменной интегрирования

Если на отрезке  $[a; b]$ , где  $a < b$ ,  $\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$ , то

- $f(x) > g(x)$
- $f(x) < g(x)$
- $f(x) \leq g(x)$
- $f(x) \geq g(x)$

Если функция интегрируема на отрезке  $[a; b]$ , где  $a < b$ , и  $m$  и  $M$  — соответственно наименьшее и наибольшее значения на отрезке  $[a; b]$ , то

- $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$
- $m(a-b) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(a-b)$
- $m(b-a) \leq \int_b^a f(x)dx \leq M(b-a)$
- $M(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq m(b-a)$

Функция  $y = f(x)$  интегрируема на отрезке  $[a; b]$ , если она

- непрерывна на этом отрезке
- монотонна на этом отрезке
- неотрицательна на этом отрезке
- положительна на этом отрезке

В формуле интегрирования по частям для определенного интеграла

$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$  функции  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$

- непрерывны и дифференцируемы на отрезке  $[a; b]$
- неположительны на отрезке  $[a; b]$
- постоянны на отрезке  $[a; b]$
- неотрицательны на отрезке  $[a; b]$

Значение определенного интеграла зависит

- только от отрезка  $[a; b]$
- только от подынтегральной функции  $f(x)$
- от отрезка интегрирования  $[a; b]$  и от подынтегральной функции  $f(x)$
- от способа вычисления определенного интеграла

Если функция  $f(x)$  интегрируема и неотрицательна на  $[a; b]$ , где  $a < b$ , то значение определенного интеграла будет

- положительным
- неотрицательным
- отрицательным
- любым

Теорема о среднем значении определенного интеграла выполняется, если функция

- имеет конечное число точек разрыва первого рода
- ограничена на отрезке  $[a; b]$
- неотрицательна на  $[a; b]$
- непрерывна на отрезке  $[a; b]$

Если функция  $f(x)$  интегрируема и отрицательна на  $[a; b]$ , где  $b < a$ , то значение определенного интеграла будет

- отрицательным
- положительным
- равно 0
- неположительным

Несобственный интеграл  $\int_a^{\infty} f(x) dx$  сходится, если

- $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx = \infty$
- $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx$  — конечное число
- $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx = -\infty$
- $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx$  не существует

Если  $F(x)$  — первообразная к функции  $f(x)$  на  $[a, b]$ , то значение определенного

интеграла  $\int_a^b f(x) dx$  равно

- $F(a) - F(b)$
- $F(x) + C$
- $F(b) - F(a)$
- $F(x) - C$

Функция  $f(x)$  интегрируема на отрезке  $[1;8]$ ,  $\int_1^8 f(x)dx = 13$  и  $\int_1^3 f(x)dx = 4$ . Тогда

интеграл  $\int_3^8 f(x)dx$  равен

- 9
- -9
- 17
- -17

Интеграл  $\int_a^a f(x)dx$  равен

- 0
- $2f(a)$
- $2a$
- 1

Если функция  $f(x)$  интегрируема на  $[a, b]$ , то  $f(x)$  интегрируема и на  $[b, a]$  и выполняется

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(-x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(-x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{-b}^{-a} f(x)dx$$

Несобственный интеграл  $\int_a^\infty f(x)dx$  расходится, если

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx \text{ – конечное число}$$

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx = \infty$$

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx = 0$$

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx \text{ – конечное отрицательное число}$$

Если фигура образуется кривыми  $y = f_1(x)$  и  $y = f_2(x)$  и на отрезке  $[a, b]$ , где  $a = x_1$  и  $b = x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) – абсциссы точек пересечения двух кривых,  $f_2(x) \geq f_1(x)$ , то площадь этой фигуры определяется по формуле

$$— S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx$$

$$— S = \int_a^b (f_2(x) + f_1(x)) dx$$

$$— S = \int_a^b (f_1(x) f_2(x)) dx$$

$$— S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx$$

Если сходятся интегралы:  $\int_a^{+\infty} f(x) dx$  и  $\int_a^{+\infty} g(x) dx$ , то интеграл  $\int_a^{+\infty} (f(x) + g(x)) dx$

— расходится

— равен нулю

— равен  $\infty$

— сходится

Определенный интеграл по частям вычисляется по формуле

$$— (uv) \Big|_a^b + \int_a^b v du$$

$$— (uv) \Big|_a^b + \int_a^b u dv$$

$$— (uv) \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

$$— (uv) \Big|_a^b - \int_a^b d(uv)$$

Выберите верное утверждение

$$— \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$$

$$— \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

$$— \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

$$— \int_a^b f(x) dx = \int_c^a f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$$

Для непрерывной на отрезке  $[a; b]$ , где  $a < b$ , функции  $f(x)$  найдется хотя бы одна точка  $t$  такая, что

$$— \int_a^b f(x) dx = f(t)(b - a)$$

$$— \int_a^b f(x) dx = \frac{f(t)}{b - a}$$

$$— \int_a^b f(x) dx = f(t)(a + b)$$

$$— \int_a^b f(x) dx = f(t)(b - a)$$

$\int_a^b f(x) dx$  численно равен площади фигуры, образованной кривой  $y = f(x)$ , прямыми

$x = a$ ,  $x = b$ ,  $y = 0$  ( $a < b$ ), если

$$— f(x) < 0$$

$$— f(x) \leq 0$$

—  $f(x)$  – возрастающая функция

$$— f(x) \geq 0$$

Если фигура образована кривой  $y = f(x)$  ( $f(x) \leq 0$ ), прямыми  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ),  $y = 0$ , то площадь этой фигуры равна

$$— \int_a^b f(x) dx$$

$$— - \int_b^a f(x) dx$$

$$— - \int_a^b f(x) dx$$

$$— \int_a^b (1 - f(x)) dx$$

Если фигура образуется кривыми  $y = f_1(x)$  и  $y = f_2(x)$  и на отрезке  $[a, b]$ , где  $a = x_1$  и  $b = x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) – абсциссы точек пересечения двух кривых,  $f_1(x) \geq f_2(x)$ , то площадь этой фигуры определяется по формуле

$$— S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx$$

$$— S = \int_a^b (f_2(x) + f_1(x)) dx$$

$$— S = \int_a^b (f_1(x) f_2(x)) dx$$

$$— S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx$$

Если  $\int_1^4 f(x) dx = 5$ , а  $\int_4^6 f(x) dx = 3$ , то  $\int_1^6 f(x) dx$  равен

- 2
- -2
- 15
- 8

Если  $\int_0^5 f(x) dx = 10$ , а  $\int_0^2 f(x) dx = 4$ , то  $\int_2^5 f(x) dx$  равен

- 14
- -6
- 6
- 3

Если  $\int_1^3 f(x) dx = 4$ , то  $\int_1^3 (f(x) - 1) dx$  равен

- 4
- 6
- 32

Если  $\int_2^6 f(x) dx = 5$ , то  $\int_2^6 (1 - f(x)) dx$  равен

- 4
- -4
- -1
- 1

Если  $\int_1^6 f(x) dx = 12$ , а  $\int_3^6 f(x) dx = 7$ , то  $\int_1^3 f(x) dx$  равен

- -5
- 19
- 3
- 5

Интеграл  $\int_a^b (k + f(x)) dx$  равен

$$— k + \int_a^b f(x) dx$$



$$\text{— } \int_a^b f(x) dx$$

$$\text{— } b - a + k \int_a^b f(x) dx$$

$$\text{— } k(b - a) + \int_a^b f(x) dx$$

Несобственным интегралом  $\int_a^{+\infty} f(x) dx$  непрерывной на  $[a; +\infty)$  функции

$f(x)$  называется

— интеграл, который не дифференцируется

— интеграл, который не вычисляется

— конечный или бесконечный предел  $\lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x) dx$

— интеграл, не имеющий первообразную

Интеграл  $\int_0^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx$  равен

$$\text{— } \frac{\pi}{2}$$

$$\text{— } \frac{1}{2}$$

$$\text{— } 0$$

$$\text{— } \frac{\pi + 1}{2}$$

Интеграл  $\int_0^{+\infty} e^{-3x} dx$  равен

$$\text{— } -\infty$$

$$\text{— } -\frac{1}{3}$$

$$\text{— } 0$$

$$\text{— } \frac{1}{3}$$

Интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$  равен

$$\text{— } \frac{\pi}{2}$$

- $\frac{\pi}{4}$
- $+\infty$
- $-\infty$

Интеграл  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos 2x dx$  равен

- $-1$
- $1$
- $\frac{1}{2}$
- $0$

Несобственным интегралом  $\int_{-\infty}^b f(x) dx$  непрерывной на  $(-\infty; b]$  функции

$f(x)$  называется

- интеграл, не имеющий первообразную
- интеграл, от которой не существует дифференциал
- интеграл от возрастающей функции

— конечный или бесконечный предел  $\lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^b f(x) dx$

Интеграл  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2}$  равен

- $\frac{\pi}{4}$
- $+\infty$
- $-\frac{\pi}{8}$
- $\frac{\pi}{8}$

Интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$  равен

- $\frac{\pi}{12}$
- $\frac{\pi}{6}$
- $\frac{\pi}{3}$

—  $\frac{\pi}{4}$

Интеграл  $\int_1^{+\infty} \frac{x^2 dx}{4+x^3}$  равен

—  $-\frac{1}{3} \ln 5$

—  $\infty$

—  $-\infty$

—  $\frac{1}{3} \ln \frac{4}{5}$

Интеграл  $\int_0^1 e^{x^2} x dx$  равен

—  $\frac{e-1}{2}$

—  $e-1$

—  $\frac{1-e}{2}$

—  $1-e$

Если  $\int_2^4 f(x) dx = 7$ , то  $\int_2^4 (f(x) - 2) dx$  равен

— 2

— 5

— 3

— 10

Интеграл  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\operatorname{tg} x dx}{\cos^2 x}$  равен

—  $-\frac{1}{3}$

— 2

— 4

— 1

Интеграл  $\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x dx}{1+x^2}$  равен

—  $\frac{\pi^2}{32}$

$$\begin{aligned} & \text{--- } \frac{\pi^2}{16} \\ & \text{--- } \frac{\pi^2}{8} \\ & \text{--- } \frac{\pi^2}{4} \end{aligned}$$

Интеграл  $\int_0^1 e^{-x^2} x dx$  равен

$$\begin{aligned} & \text{--- } \frac{1-e}{2e} \\ & \text{--- } \frac{1-e}{e} \\ & \text{--- } \frac{e-1}{2e} \\ & \text{--- } \frac{e-1}{e} \end{aligned}$$

Интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^2 x dx$  равен

$$\begin{aligned} & \text{--- } \frac{4-\pi}{4} \\ & \text{--- } \frac{\pi-4}{4} \\ & \text{--- } \frac{1}{3} \\ & \text{--- } -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Интеграл  $\int_0^2 \frac{x dx}{\sqrt{4+x^2}}$  равен

$$\begin{aligned} & \text{--- } 2(1-\sqrt{2}) \\ & \text{--- } \frac{1}{2} \ln 4 \\ & \text{--- } \frac{1}{2} \ln \frac{1}{4} \\ & \text{--- } 2(\sqrt{2}-1) \end{aligned}$$

Интеграл  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg}^2 x dx$  равен

—  $\frac{\pi - 4}{4}$

—  $-\frac{1}{3}$

—  $\frac{1}{3}$

—  $\frac{4 - \pi}{4}$

Интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos 2x) dx$  равен

—  $\frac{\pi^2}{8}$

—  $\frac{\pi^2}{2}$

—  $-\frac{\pi^2}{8}$

—  $\frac{\pi^2 - 4}{8}$

Интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (2x - \sin 2x) dx$  равен

—  $\frac{8 - \pi^2}{16}$

—  $\frac{\pi^2 - 8}{8}$

—  $\frac{\pi^2 - 8}{16}$

—  $\frac{8 - \pi^2}{8}$

Интеграл  $\int_1^e \frac{\ln^2 x dx}{x}$  равен

—  $\frac{1}{3}$

— 0

— 1

— 3

Интеграл  $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-x^2}}$  равен

—  $\frac{\sqrt{5}-2}{4}$

—  $2-\sqrt{5}$

—  $\frac{2-\sqrt{5}}{4}$

—  $\sqrt{5}-2$

Интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$  равен

—  $\frac{2-\pi}{2}$

—  $\frac{\pi+2}{2}$

—  $\frac{\pi-2}{2}$

—  $\frac{\pi}{2}$

Интеграл  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$  равен

—  $\frac{2-\sqrt{2}}{6}$

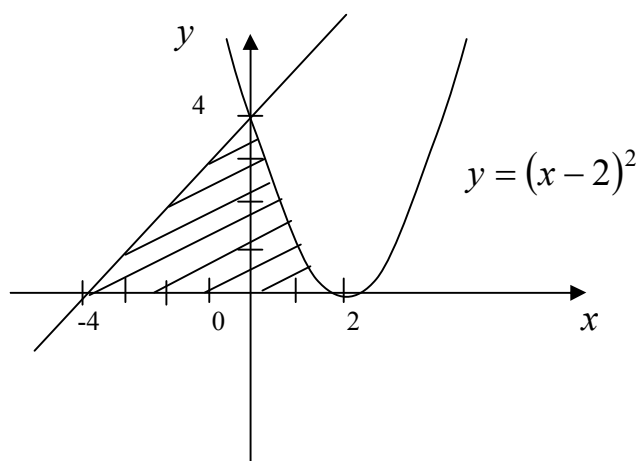
—  $\frac{\pi+2}{8}$

—  $\frac{\pi-2}{8}$

—  $\frac{2-\pi}{8}$

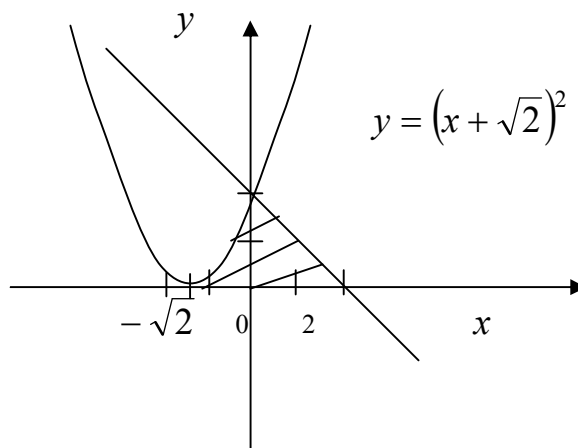
Площадь заштрихованной части фигуры определяется интегралом

$$\begin{aligned} & \text{--- } \int_{-4}^2 ((x-2)^2 - (x+4)) dx \\ & \text{--- } \int_{-4}^0 (x+4) dx - \int_0^2 (x-2)^2 dx \\ & \text{--- } \int_{-4}^0 ((x-4) - (x-2)^2) dx \\ & \text{--- } \int_{-4}^0 (x+4) dx + \int_0^2 (x-2)^2 dx \end{aligned}$$



Площадь заштрихованной части фигуры определяется интегралом

$$\begin{aligned} & \text{--- } \int_{-\sqrt{2}}^0 (x + \sqrt{2})^2 dx + \int_0^2 (2-x) dx \\ & \text{--- } \int_{-\sqrt{2}}^2 (x + \sqrt{2})^2 dx \\ & \text{--- } \int_{-\sqrt{2}}^2 (2-x) dx \\ & \text{--- } - \int_{-\sqrt{2}}^2 (x + \sqrt{2})^2 dx + \int_0^2 (2-x) dx \end{aligned}$$



Интеграл  $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\operatorname{ctg} x dx}{\sin^2 x}$  равен

$$\begin{aligned} & \text{--- } \frac{1}{3} \\ & \text{--- } -\frac{1}{3} \\ & \text{--- } \frac{4}{3} \\ & \text{--- } -1 \end{aligned}$$

Интеграл  $\int_{1/\sqrt{3}}^{1/\sqrt{2}} \frac{dx}{x \sqrt{\frac{1}{x^2} - 1}}$  равен

$$\begin{aligned} & \text{--- } \arcsin \sqrt{2} - \arcsin \sqrt{3} \\ & \text{--- } \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}} - \arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\text{--- arcsin } \frac{1}{\sqrt{2}} - \text{arcsin } \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{--- arcsin } \sqrt{3} - \text{arcsin } \sqrt{2}$$



## ТЕМА 9. Числовые ряды

Числовой ряд сходится, если

- предел его общего члена равен нулю
- последовательность его частичных сумм ограничена
- последовательность его частичных сумм имеет конечный предел
- члены ряда монотонно убывают по абсолютной величине

Числовой ряд с положительными членами сходится, если

- сходится ряд, члены которого меньше членов данного ряда
- сходится ряд, члены которого больше членов данного ряда
- предел его общего члена равен нулю
- этот ряд является гармоническим

Согласно интегральному признаку сходимости, числовой ряд с положительными

членами  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  расходится, если несобственный интеграл  $\int_1^{\infty} f(x)dx$ , где  $f(n)=a_n$

- больше 1
- равен 1
- равен конечному числу
- является бесконечно большим

Согласно признаку сравнения числовой ряд с положительными членами расходится, если

- расходится гармонический ряд
- расходится ряд, члены которого больше членов данного ряда
- расходится ряд, члены которого меньше членов данного ряда
- расходится ряд, составленный из членов геометрической прогрессии

По признаку Даламбера, если  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \ell > 1$ , то ряд с положительными членами

- сходится
- расходится
- сходится условно
- может как сходиться, так и расходиться

Если числовой ряд сходится, то предел общего члена ряда равен

- 1
- -1
- 0
- $-\infty$

Числовой ряд  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$  называется

- натуральным

- гармоническим
- сходящимся
- рациональным

В числовом ряде  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3n-1}$  предел общего члена равен

- 0
- $\infty$
- 1
- $\frac{2}{3}$

Общим членом ряда  $\frac{2}{1} + \frac{4}{3} + \frac{6}{5} + \frac{8}{7} + \dots +$  будет

- $\frac{2^n}{2n+1}$
- $2n$
- $\frac{1}{2n-1}$
- $\frac{2n}{2n-1}$

Гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  является

- сходящимся
- расходящимся
- условно сходящимся
- абсолютно сходящимся

В числовом ряде  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3n^2-1}$  предел общего члена равен

- $\frac{2}{3}$
- $\infty$
- 0
- 1

Если числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится, а  $C$  – постоянное число, то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} Ca_n$

- расходится
- сходится или расходится
- сходится только условно
- сходится

Если ряды  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  сходятся, то

— ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$  сходится, а  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n)$  расходится

— ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$  сходится

— ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$  расходится

— ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$  сходится условно

Необходимым признаком сходимости числовых рядов является

—  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

—  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$

—  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$

—  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$

Числовой ряд расходится, если

— предел его общего члена равен нулю

— последовательность его частичных сумм имеет конечный предел

— предел последовательности его частичных сумм бесконечен

— число членов бесконечно

Сумма членов бесконечной убывающей геометрической прогрессии определяется по формуле

—  $b_1 q^n$

—  $\frac{b_1}{1 - q}$

—  $\frac{b_1 + b_n}{2} \cdot n$

—  $b_1 + q(n - 1)$

Выражение  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$  называется

— последовательностью

— числовым рядом

— арифметической прогрессией

— геометрической прогрессией

Суммой ряда  $S$  называется

— сумма первых  $n$  членов

— конечный предел последовательности частичных сумм

— предел общего члена ряда

— остаток ряда

Если в числовом ряде предел общего члена равен нулю, то ряд

- обязательно расходится
- обязательно сходится
- может сходиться, а может расходиться
- сходится абсолютно

Если в числовом ряде предел общего члена не равен нулю, то ряд

- сходится
- расходится
- может сходиться, а может расходиться
- сходится условно

Если несобственный интеграл  $\int_1^{\infty} f(x)dx$  равен конечному числу, то согласно

интегральному признаку сходимости числовой ряд с положительными членами  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,

где  $a_n = f(n)$

- сходится условно
- расходится
- сходится
- может сходиться, а может расходиться

Согласно признаку сравнения числовой ряд с положительными членами сходится, если

- сходится ряд, составленный из членов геометрической прогрессии
- сходится ряд, члены которого меньше членов данного ряда
- члены данного ряда меньше членов другого ряда
- сходится ряд, члены которого больше членов данного ряда

Чтобы знакочередующийся числовой ряд сходился абсолютно, он должен

- сходиться условно
- расходиться
- сходиться
- расходиться условно

Для исследования сходимости знакочередующихся рядов применяется

- интегральный признак Коши
- признак сравнения
- признак Даламбера
- признак Лейбница

Признак Даламбера является достаточным признаком сходимости

- знакочередующихся рядов
- степенных рядов

- рядов с положительными членами
- гармонического ряда

Интегральный признак Коши применяется для исследования сходимости

- знакопередающихся рядов
- числовых рядов с положительными, монотонно убывающими членами
- степенных рядов
- сходящихся рядов

Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ , то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

- сходится
- сходится условно
- расходится
- сходится абсолютно

Знакопередающийся ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$  сходится условно, если

- он расходится
- ряд расходится, а ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда, сходится
- ряд сходится, и сходится ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда
- ряд сходится, а ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда, расходится

Знакопередающийся числовой ряд сходится абсолютно, если

- сходится ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда
- предел его общего члена по абсолютной величине равен нулю
- члены ряда по абсолютной величине монотонно убывают
- выполняется признак Лейбница

Признак Лейбница является

- необходимым признаком сходимости знакопередающихся рядов
- достаточным признаком абсолютной сходимости знакопередающихся рядов
- достаточным признаком расходимости рядов
- достаточным признаком сходимости знакопередающихся рядов

По признаку Даламбера, если  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \ell < 1$ , то ряд с положительными членами

- расходится
- может как сходиться, так и расходиться
- сходится
- сходится условно

В числовом ряде  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3n-2}$  предел общего члена равен

- 0
- $\frac{1}{3}$
- $\infty$
- $\frac{2}{3}$

Сумма числового ряда существует, если ряд

- сходится
- расходится
- содержит бесконечное число членов
- содержит только положительные члены

Если числовой ряд сходится, то его n-й остаток

- стремится к бесконечности
- равен нулю
- стремится к нулю
- стремится к единице

Согласно признаку сравнения, числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится, если

- $a_n < \frac{1}{n}$
- $a_n > \frac{1}{n}$
- $a_n < \frac{1}{n^2}$
- $a_n > \frac{1}{n^2}$

Одним из условий признака Лейбница сходимости знакочередующихся рядов является

- $a_{n+1} < a_n$
- $a_{n+1} > a_n$
- $a_{n+1} = a_n$
- $a_{n+1} \geq a_n$

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$

- сходится по необходимому признаку сходимости
- сходится по интегральному признаку

- расходится
- условно сходится

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n}$

- сходится
- условно сходится
- сходится абсолютно
- расходится

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2n+1}$

- сходится условно
- сходится абсолютно
- сходится по необходимому признаку сходимости
- расходится

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3}}$

- расходится
- сходится по признаку Даламбера
- сходится по необходимому признаку
- сходится по признаку сравнения

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3n-2}$

- расходится
- сходится по признаку Даламбера
- сходится по признаку Лейбница
- абсолютно сходится

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n}{2n-1}$

- расходится
- сходится по признаку Даламбера
- сходится по признаку Лейбница
- абсолютно сходится

Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{5^n}$

- расходится
- сходится условно
- сходится абсолютно
- может как сходиться, так и расходиться

Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2 + 1}$

- расходится
- сходится по признаку Лейбница
- сходится по признаку Даламбера
- сходится по интегральному признаку

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 + 1}$

- расходится
- сходится абсолютно
- сходится условно
- может как сходиться, так и расходиться

Сумма числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3}$

- равна конечному числу
- не существует
- бесконечна
- равна нулю

Сумма числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + 1}$

- равна конечному числу
- бесконечна
- равна нулю
- равна 1

Сумма числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

- не существует
- бесконечна
- равна конечному числу
- равна 2

Общим членом ряда  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$  будет

- $\frac{1}{2n + 1}$
- $\frac{(-1)^{n+1}}{2n - 1}$
- $\frac{(-1)^{n+1}}{2n + 1}$



$$-\frac{1}{2n-1}$$

## ТЕМА 10. Функциональные ряды

Областью сходимости ряда Маклорена для функции  $f(x) = e^x$  является

- $(0; +\infty)$
- $(-\infty; +\infty)$
- $(-\infty; 0)$
- $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

Областью сходимости ряда Маклорена для функции  $f(x) = \sin x$  является

- $(-\infty; +\infty)$
- $[-1; 1]$
- $(-1; 1)$
- $[0; +\infty)$

Областью сходимости ряда Маклорена для функции  $f(x) = \cos 2x$  является

- $[-1; 1]$
- $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$
- $(-\infty; +\infty)$
- $[-2; 2]$

Теорема Абеля позволяет определить в степенных рядах

- интервал сходимости
- область сходимости
- область определения
- множество значений

Областью сходимости ряда Маклорена для функции  $f(x) = \frac{1}{1+x}$  является

- $(-\infty; +\infty)$
- $(-1; +\infty)$
- $(-\infty; -1)$
- $(-1; 1)$

Областью сходимости ряда Маклорена для функции  $f(x) = \sqrt[5]{1+x}$  является

- $(-1; +\infty)$
- $[-1; +\infty)$
- $(-1; 1)$
- $[-1; 1]$

Коэффициент  $c_5$  в разложении функции  $f(x) = 3x^4 - 2$  в ряд Тейлора по степеням  $(x - 1)$  равен

- 1
- 0,6
- 0
- 3

Первые три члена разложения функции  $y = e^{\frac{x}{2}}$  в ряд по степеням  $x$  равны

—  $1 + x + \frac{x^2}{2}$

—  $\frac{x}{2} + \frac{x^2}{8}$

—  $1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{8}$

—  $x + \frac{x^2}{2}$

Коэффициент  $c_3$  в разложении функции  $f(x) = x^4 - 3x$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x = 2$  равен

— 24

— 1

— 8

— 0

Первые три члена разложения функции  $f(x) = e^{\sin x}$  в ряд по степеням  $x$  равны

—  $1 + x + \frac{x^2}{2}$

—  $e - \frac{ex^2}{2} + \frac{ex^4}{6}$

—  $e - x + \frac{x^2}{2}$

—  $1 - x + \frac{x^2}{2}$

Если ограничиться тремя членами разложения в ряд Маклорена функции

$f(x) = (1+x)^m$ , то приближенное значение  $\sqrt{0,964}$  равно

— 0,982162

— 0,981838

— 0,982324

— 0,964648

Коэффициент  $c_4$  в разложении функции  $f(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^3$  в ряд Тейлора по степеням  $x + 2$  равен

— 4

—  $-\frac{1}{4}$

—  $\frac{1}{4}$

$$\text{— } \frac{3}{2}$$

Первые четыре члена разложения функции  $f(x) = e^{-2x}$  в ряд по степеням  $x$  имеют вид

$$\text{— } 1 - 2x + 2x^2 - \frac{4}{3}x^3$$

$$\text{— } 1 + 2x - 2x^2 - \frac{8}{3}x^3$$

$$\text{— } 1 - 2x - 2x^2 + \frac{4}{3}x^3$$

$$\text{— } 1 - 2x + 4x^2 - 8x^3$$

Коэффициенты  $c_n$ , где  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ , разложения функции  $f(x)$  в ряд по степеням  $x$  имеют вид

$$\text{— } c_n = \frac{f^{(n)}(1)}{n!}$$

$$\text{— } c_n = \frac{f^{(n)}(2)}{n!}$$

$$\text{— } c_n = \frac{f^{(n)}(3)}{n!}$$

$$\text{— } c_n = \frac{f^{(n)}(0)}{n!}$$

Первые три члена разложения функции  $f(x) = e^{x^2}$  в ряд по степеням  $x$  имеют вид

$$\text{— } 1 + x + x^2$$

$$\text{— } 1 + x + \frac{e}{2!}x^2$$

$$\text{— } 1 + x^2 + \frac{1}{2}x^4$$

$$\text{— } 1 + 2x^2 + 12x^4$$

Областью сходимости степенного ряда является

— множество всех действительных значений неизвестного, при которых степенной ряд сходится

— интервал сходимости

— множество всех неотрицательных значений переменной

— множество всех действительных значений переменной

Коэффициенты  $c_n$ , где  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ , разложения функции  $f(x)$  в ряд по степеням  $(x - x_0)$  имеют вид

$$\text{— } \frac{f^{(n)}(x - x_0)}{n!}$$

$$\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}$$

$$\frac{f^{(n)}(-x_0)}{n!}$$

$$\frac{f^{(n)}(0)}{n!}$$

Если взять четыре члена разложения в ряд Маклорена функции  $f(x) = (1+x)^m$ , то приближенное значение  $\sqrt[3]{1,027}$  равно

- 1,00892
- 1,00900
- 1,00908
- 1,00895

Первые три члена разложения функции  $f(x) = \cos \frac{x}{2}$  в ряд по степеням  $x$  имеют вид

$$1 + \frac{x^2}{8} - \frac{x^4}{384}$$

$$1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$$

$$1 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24}$$

$$1 - \frac{x^2}{8} + \frac{x^4}{384}$$

На границах области сходимости степенной ряд

- сходится
- расходится
- может сходиться и может расходиться
- сходится абсолютно

Первые три члена разложения функции  $f(x) = \ln(1-2x)$  в ряд по степеням  $x$  имеют вид

$$2x + 2x^2 - \frac{8}{3}x^3$$

$$x - x^2 + x^3$$

$$-2x - 2x^2 - \frac{8}{3}x^3$$

$$-x + x^2 - x^3$$

Коэффициент  $c_5$  в разложении функции  $f(x) = 1 + 3x^2 - 4x^5$  в ряд Тейлора по степеням  $(x+1)$  равен

- 480
- 20
- -480
- -4
- 

Для нахождения радиуса сходимости степенного ряда применяется

- признак сравнения
- признак Лейбница
- интегральный признак Коши
- признак Даламбера

Интервалом сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{\sqrt{n}}$  является

- $(-3;3)$
- $(-\infty;+\infty)$
- $(-\frac{1}{5};\frac{1}{5})$
- $(1;+\infty)$

Интервалом сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \sqrt{n}}$  является

- $(-2;2)$
- $(-\infty;+\infty)$
- $(-\frac{1}{2};\frac{1}{2})$
- $(0;+\infty)$

Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n x^n}{3^n}$  равен

- $\frac{4}{3}$
- $\frac{3}{4}$
- 4
- 3

Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n!}$  равен

- $\infty$
- 0
- 2
- $\frac{1}{2}$

Областью сходимости разложения в ряд Маклорена функции  $f(x) = \frac{1}{(1+x)^3}$  является

- $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$
- $(-\infty; +\infty)$
- $(-1; 1)$
- $(-1; 1]$

Интервалом сходимости степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{n+1}}$  является

- $(-3; 3)$
- $(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3})$
- $(-\infty; +\infty)$
- $(-1; +\infty)$

Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n! x^n}{4^n}$  равен

- 4
- $\frac{1}{4}$
- $\infty$
- 0

В интервале сходимости степенной ряд  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$

- сходится условно
- сходится абсолютно
- предел отношения  $(n+1)$ -го члена к  $n$ -му члену больше единицы
- предел отношения  $(n+1)$ -го члена к  $n$ -му члену равен единице