

**Казанский государственный университет  
им. В.И. Ульянова-Ленина**

**Кафедра физической географии и геоэкологии**

---

**В.В. Мозжерин**

# ***ПРАКТИКУМ ПО КАРТОГРАФИИ***

**Математическая основа карт**

**(учебно-методическое пособие)**

**Казань – 2005**

УДК  
ББК

Печатается по решению методической комиссии  
факультета географии и геоэкологии  
Казанского государственного университета имени В.И. Ульянова-Ленина,  
протокол № 4 от 18 апреля 2005 года

Рецензенты:

Н.Н. Назаров, заведующий кафедрой физической географии и ландшафтной экологии Пермского государственного университета, доктор географических наук, профессор;

В.И. Стурман, заведующий кафедрой природопользования и экологического картографирования Удмуртского государственного университета, доктор географических наук, профессор, заслуженный деятель науки Удмуртской Республики.

Мозжерин В.В. Практикум по картографии. Математическая основа карт (учебно-методическое пособие). Казань: Изд-во КГУ, 2005. – 99 с.

В учебно-методическом пособии изложены краткие теоретические сведения и представлен комплекс практических работ по математической основе карт. В пособии приведены методические разработки по каждому заданию, образцы их выполнения, варианты заданий, рекомендуемые системы оценки.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов II курса дневного отделения географических факультетов университетов и соответствует государственному образовательному стандарту (ГОС) высшего специального образования по специальностям 012500 – «География» и 013600 – «Геоэкология».

## Оглавление

1. Предисловие .....	4
2. Теория математической основы карт .....	6
2.1. Общие сведения .....	6
2.2. Форма и размеры Земли .....	6
2.3. Понятие об искажениях .....	7
2.4. Картографические проекции .....	10
2.4.1. Общие сведения о картографических проекциях ..	10
2.4.2. Классификация картографических проекций по характеру искажений .....	10
2.4.3. Классификация картографических проекций по виду вспомогательной геометрической поверхности .....	12
2.4.4. Аналитическое выражение картографических проекций .....	17
2.4.5. Распределение искажений в картографических проекциях .....	18
2.4.6. О выборе картографических проекций .....	18
2.5. Координатные сетки .....	21
2.6. Направления автоматизации математической основы карт	22
3. Практические задания .....	23
Задание 1. Определение картографических проекций .....	23
Задание 2. Вычисление размеров искажений .....	31
Задание 3. Построение картографических сеток нормальных проекций .....	37
Задание 4. Нанесение линий положения и определение их длин	53
4. Глоссарий .....	60
5. Математические обозначения и величины .....	62
6. Литература .....	65
7. Приложения .....	66
Приложение 1 .....	66
Приложение 2 .....	79
Приложение 3 .....	84
Приложение 4 .....	85
Приложение 5 .....	91
Приложение 6 .....	92
Приложение 7 .....	94
Приложение 8 .....	99

## 1. Предисловие

Практические занятия по картографии на географическом факультете университета позволяют расширить, углубить и закрепить знания студентов по наиболее важным разделам курса, прививают умение самостоятельно работать над картографическими материалами и картографической литературой и в конечном итоге дают возможность научить будущего географа пониманию всех особенностей карты и методов ее использования. Ряд вопросов картографии можно хорошо усвоить лишь в том случае, если их изучение сопровождается некоторыми практическими занятиями (анализ искажений, изучение способов картографического изображения явлений на тематических картах, составление географических описаний территории по общегеографическим и тематическим картам и т.п.). Именно этой идее подчинены выбор и система практических занятий по картографии.

Основная цель пособия – ознакомить студентов с географическими картами и атласами, рассмотреть их свойства как образно-знаковых моделей действительности, показать законы математического построения карт, привить некоторые приемы составления карт разной тематики и назначения, научить оценке и использованию картографических произведений в научной и практической деятельности.

Методические указания составлены в соответствии с программой курса «Картография» и содержат задания по основным ее разделам. Тематика заданий разработана с учетом многолетнего опыта проведения практических занятий на географическом факультете Казанского государственного университета на базе методических пособий, разработанных методической комиссией кафедры картографии и геоинформатики Московского государственного университета. Темы заданий и варианты существенно обновлены, переработаны и расширены; их набор подобран применительно к условиям проведения практических занятий в Казанском университете. В зависимости от наличия инструментов и приборов, карт и атласов определенного содержания и масштабов, имеющихся в кабинетах географических факультетов, варианты каждого задания могут быть иными. В пособие добавлены также некоторые новые задания, выполнение которых предполагает использование ЭВМ; их включение отражает возрастающую популярность внедрения геоинформационных технологий, использования баз данных, составления программных алгоритмов и т.п. в современные картографические и географические исследования.

Самостоятельно выполняя предлагаемые задания, студенты должны ознакомиться с общими теоретическими представлениями по теме, привлечь необходимые для выполнения этого задания картографические произведения разного типа, провести картографические или вычислительные работы, проанализировать полученные результаты. Следует также самостоятельно проработать рекомендуемую литературу. Основным пособием по данному курсу служат учебники К.А. Салищева «Картография» (М., 1982) и «Картоведение» (М., 1990), А.М. Берлянта «Картография» (М., 2001) и учебник «Картоведение» (под ред. А.М. Берлянта, М., 2003). При изучении отдельных тем возможно обращение и к другим учебным пособиям, указанным в списке литературы.

Пособие состоит из 4 частей, каждое из которых содержит практические задания по одной или нескольким крупным темам курса «Картография». Предлагаемая первая часть пособия – «Математическая основа карт» – посвящена изучению основных картографических проекций, определению размеров искажений на картах и их учету при картометрических работах, а также получению картографических сеток аналитическим путем. Она имеет целью научить студентов распознавать картографические проекции, определять их свойства, самостоятельно вычерчивать

картографические сетки некоторых наиболее употребительных проекций и правильно использовать эти проекции в географических исследованиях.

Вторая часть – «Способы картографического изображения. Способы изображения рельефа» – знакомит будущих географов с основными способами картографического изображения на тематических картах, принципами составления легенд, выбором условных обозначений в соответствии с характером пространственного распределения картографируемого явления. Кроме этого во второй части рассматриваются способы изображения рельефа на общегеографических картах и приводится их сравнительный анализ.

Третья часть пособия – «Картографическая генерализация. Основные карты и атласы в нашей стране и за рубежом» – посвящена изучению важнейших отечественных и зарубежных картографических произведений, серий карт и атласов разного типа. Основной задачей при этом является ознакомление с разнообразными типами карт и атласов, их классификация, анализ на конкретных примерах применения тех или иных способов изображения на тематических картах. Изучая карты и атласы разного масштаба и назначения, студенты имеют возможность проследить основные проявления картографической генерализации, являющейся неизменным слагаемым любого картографического произведения.

В заключительной четвертой части – «Картографический метод исследования» – рассматривается методика использования карт для анализа изображенных на них явлений, получения по картам количественных характеристик и оценки взаимосвязей, а также для комплексного географического изучения территории.

В отдельных частях пособия каждая тема предваряется краткими теоретическими сведениями, необходимыми для выполнения соответствующих заданий, и завершается списком литературы, с которой студент должен предварительно ознакомиться, а также перечнем контрольных вопросов для самопроверки. Сами задания имеют следующую структуру: название и цель задания, его формулировка и порядок выполнения, указания того, что должно быть результатом работы, конкретные примеры выполнения задания, варианты для выполнения, рекомендуемые сроки выполнения и принцип оценки работы. Помимо обязательных заданий каждая тема содержит по одному дополнительному факультативному заданию, по своей сложности превышающему средний уровень и рассчитанному на сильных заинтересованных студентов.

Задания, включенные в этот сборник, начинают выполняться во время практических занятий и в дальнейшем требуют дополнительного времени вне занятий в порядке самостоятельной работы студента и консультаций. Настоящее пособие предназначено для студентов II курса дневного отделения географических факультетов университетов, обучающихся по специальностям 012500 – «География» и 013600 – «Геоэкология». Возможно использование предлагаемого пособия и для студентов-заочников, но количество заданий при этом следует сократить в связи с меньшим количеством часов, отведенных программой на практические занятия.

## 2. Теория математической основы карт

### 2.1. Общие сведения

При практической работе с картой географ должен хорошо знать математические основы ее построения, уметь определять наиболее распространенные картографические проекции по виду сетки, вычислять размеры искажений географических объектов на картах и вносить поправки в измеренные по картам величины, а также строить картографические сетки в некоторых наиболее употребительных проекциях.

Геометрические законы построения и геометрические свойства картографического изображения определяются *математической основой*, элементами которой являются масштаб, геодезическая основа, картографическая проекция, координатная сетка, компоновка, а также разграфка и номенклатура многolistных карт. *Масштаб* определяет степень уменьшения длин и площадей. *Геодезическая основа* определяет переход от физической поверхности Земли к условной поверхности эллипсоида (или шара), а также обеспечивает правильное положение изображаемых на карте объектов по широте, долготе и высоте. *Картографическая проекция* определяет переход от поверхности эллипсоида (или шара) к плоскости, а также характер искажений, возникающих при этом на карте, их величину и закон распределения. Дисциплина, изучающая математическую основу карт, называется *математической картографией*, или *высшей картографией*, тесно связанная с геодезией. Кроме того в задачи математической картографии входит разработка теории и методов автоматизации математической основы карт.

Рекомендуемые к настоящему методическому пособию учебники по картографии дают подробную характеристику элементов математической основы. Приведем лишь некоторые краткие сведения о картографических проекциях, необходимые для выполнения практических работ по данной теме.

### 2.2. Форма и размеры Земли

Известно, что Земля шарообразна, т.е. не обладает формой идеального шара. Фигура ее неправильна, и, как и всякое вращающееся тело, она немного сплюснута у полюсов. Кроме того, из-за неравномерного распределения масс земного вещества Земля имеет обширные, хотя и довольно пологие, выпуклости и вогнутости. Сложную фигуру нашей планеты, ограниченную уровенной поверхностью Мирового океана, мысленно продолженной под материками, называют *геоидом*. Точно определить его форму практически невозможно. При картографировании сложную

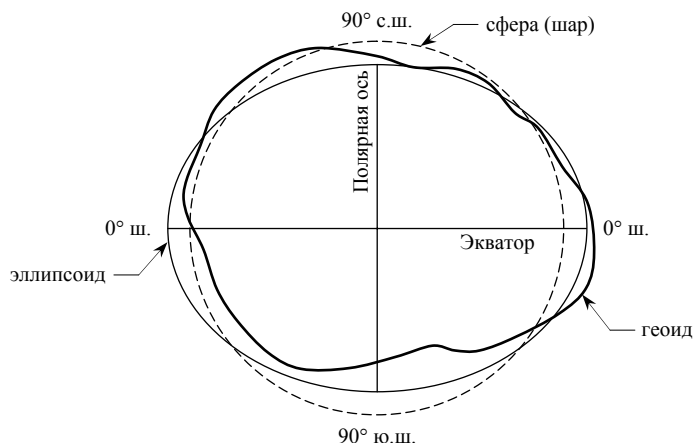


Рис. 1. Меридиональное сечение геоида, земного эллипсоида и сферы (шара).

фигуру геоида заменяют математически более простой — *эллипсоидом вращения* — геометрическим телом, которое образуется при вращении эллипса вокруг его малой оси (рис. 1).

Эллипсоид вращения характеризуют три параметра: большая экваториальная полуось ( $a$ ), малая полярная полуось ( $b$ ) и полярное сжатие ( $\alpha$ ; рис. 2). Эти параметры взаимосвязаны следующим образом:

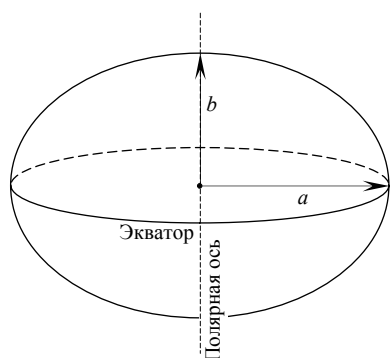


Рис. 2. Эллипсоид вращения:  $a$  – большая полуось;  $b$  – малая полуось.

$$\alpha = \frac{a-b}{a}. \quad [1]$$

Исторически сложилось так, что в разные времена и в разных странах были приняты и законодательно закреплены различные эллипсоиды, параметры которых не совпадают между собой. В бывшем СССР и России принят эллипсоид Ф.Н. Красовского, вычисленный в 1940 г. Вычисление и уточнение размеров земного эллипсоида продолжается по сей день. В настоящее время параметры современной точности имеют эллипсоиды, представленные в таблице 1. Карты, составленные на основе разных эллипсоидов, получаются в несколько различающихся координатных системах. Однако, эти несовпадения бывают заметны главным образом на крупномасштабных картах при определении по ним точных координат объектов. На широко используемых географами средне- и мелкомасштабных картах такие различия не очень чувствительны.

Таблица 1

Параметры основных земных эллипсоидов					
Эллипсоид	Год	Полуоси, м		Сжатие $\alpha$	Страны, где используется эллипсоид
		большая $a$	малая $b$		
Красовского	1940	6 378 245	6 356 863	1 : 298,300	Россия, страны СНГ, страны Восточной Европы, Антарктида
GRS-80 (Geodetic Reference System)	1979	6 378 137	6 356 752	1 : 298,257	Австралия, Европа, страны Северной и Центральной Америки
WGS-84 (World Geodetic System)	1984	6 378 137	6 356 752	1 : 298,257	Международный
ПЗ-90 (Параметры Земли)	1990	6 378 136	6 356 751	1 : 298,258	Россия

Для решения задач на эллипсоиде используют довольно громоздкие формулы. Поэтому во всех случаях, когда точность позволяет, эллипсоид или его часть заменяют шаром (рис. 1). Эта замена особенно актуальна при мелкомасштабном картографировании (мельче 1 : 10 000 000); погрешности в этом случае столь малы, что практически никак не проявляются. При замене эллипсоида шаром нужно выбрать подходящий радиус шара и перейти от широт ( $B$ ) и долгот ( $L$ ) эллипсоида к широтам ( $\varphi$ ) и долготам ( $\lambda$ ) на шаре. При решении первой задачи в качестве среднего радиуса Земли  $R$  принимают величину 6 371 км. Шар такого радиуса по размерам, площади поверхности и объему очень близок к земному эллипсоиду. Для решения второй задачи сферические долготы и широты приравнивают к соответствующим долготам и широтам эллипсоида:

$$\lambda = L, \quad \varphi = B. \quad [2]$$

Построенная через одинаковые значения широт и долгот сетка параллелей и меридианов на земном эллипсоиде или шаре называется *географической сеткой*, а ее изображение на карте в избранной проекции – *картографической сеткой*.

### 2.3. Понятие об искажениях

Поверхность эллипсоида (или шара) нельзя развернуть в плоскость с сохранением подобия всех очертаний. Если поверхность глобуса (модели земного эллипсоида; рис. 3а), разрезанную на полоски по меридианам (или параллелям), развернуть в плоскость, в картографическом изображении произойдут разрывы или пере-

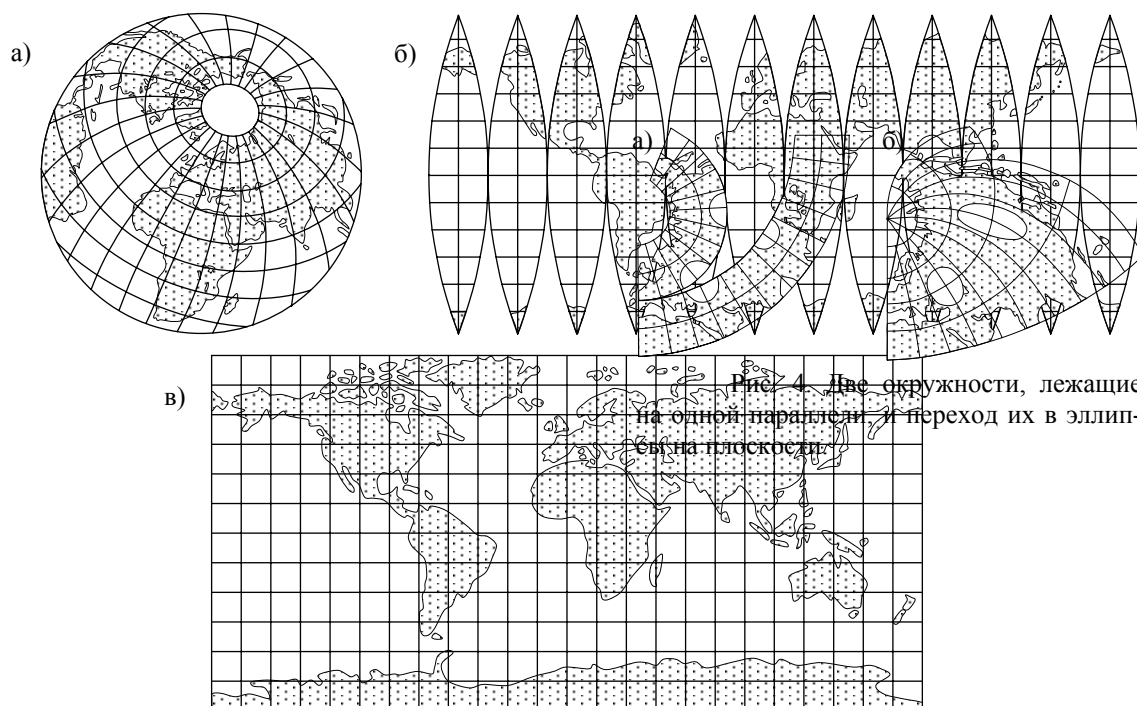


Рис. 3. Поверхность глобуса (а), разрезанная на полоски по меридианам, которые соединены на плоскости соприкосновением по экватору (б), и карта мира, полученная после заполнения разрывов равномерным растяжением (в).

крытия, и с удалением от экватора (или от среднего меридиана) они будут возрастать (рис. 3б). Вследствие этого необходимо производить растяжение или сжатие полосок (рис. 3в), чтобы заполнить разрывы по меридианам или параллелям.

В результате растяжений или сжатий в картографическом изображении возникают искажения в длинах  $\mu$ , площадях  $p$ , углах  $\omega$  и формах  $k$ . В связи с этим масштаб карты, характеризующий степень уменьшения объектов при переходе от природы к изображению, не остается постоянным: он меняется от точки к точке и даже (как будет показано ниже) в одной точке по разным направлениям. Поэтому следует различать *главный масштаб*  $ds$ , равный заданному масштабу, в котором происходит уменьшение земного эллипсоида, и *частные*  $ds'$ , все прочие. На картах всегда подписывается главный масштаб. Отношение частного масштаба к главному характеризует искажение длин  $\mu$ :

$$\mu = \frac{ds'}{ds}. \quad [3]$$

Иными словами, величина  $\mu$  есть отношение длины бесконечно малого отрезка на карте к длине соответствующего ему бесконечно малого отрезка на поверхности эллипсоида или шара. Аналогично определяется искажение площади  $p$ :

$$p = \frac{dp'}{dp}, \quad [4]$$

как отношение бесконечно малых площадей на карте и на эллипсоиде или шаре.

Искажением угла  $\omega$  называется наибольшее из всех возможных значение разности между углом, образованным двумя линиями на эллипсоиде, и изображением этого угла на карте  $u'$ :

$$\omega = |u - u'|_{\max}. \quad [5]$$

Искажение форм  $k$  напрямую связано с искажениями углов (конкретным



значениям  $\omega$  соответствуют определенные значения  $k$ ) и характеризует деформацию фигур на карте по отношению к соответствующим фигурам на местности.

Искажения на географических картах тем больше, чем больше изображаемая территория, а в пределах одной карты искажения возрастают с удалением от центра к краям карты, причем скорость нарастания меняется по разным направлениям. О размерах искажений позволяет судить *эллипс искажений*. Если с поверхности эллипсоида (или шара) перенести на плоскость окружность бесконечно малого радиуса, то в результате искажений она изобразится бесконечно малым эллипсом (рис. 4). Размеры и степень вытянутости этого эллипса по сравнению с окружностью отражают все виды искажений, свойственные карте в этом месте. Радиусы эллипса соответствуют частным масштабам в данной точке; поскольку величина радиуса не остается постоянной по разным направлениям, меняются и частные масштабы. Наибольший масштаб в эллипсе искажений совпадает с направлением большой оси эллипса, а наименьший – с направлением малой оси. Эти направления называются *главными направлениями*. Экстремальные масштабы по главным направлениям обозначают соответственно через  $a$  и  $b$ . В общем случае главные направления могут не совпадать с меридианами и параллелями; тогда частный масштаб по меридиану обозначают через  $m$ , а по параллели – через  $n$  (рис. 5). Определив величины  $m$  и  $n$ , а также измерив угол  $\theta$ , под которым пересекаются на карте меридиан и параллель, всегда можно рассчитать значения наибольшего  $a$  и наименьшего  $b$  частных масштабов длин, частный масштаб длин  $\mu$  вдоль заданного направления  $\alpha$ , частный масштаб площадей  $p$ , искажение форм  $k$ , а также величины искажения углов  $\omega$  и азимута направления наибольшего частного масштаба  $\alpha_0$  в данной точке:

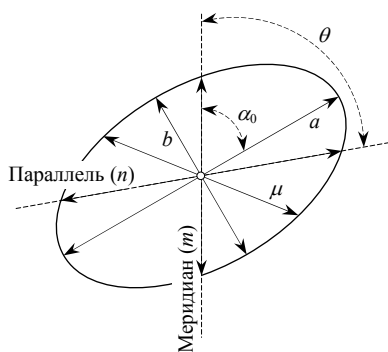


Рис. 5. Эллипс искажений, характеризующий искажения масштабов в данной точке (в центре эллипса):  $a$  – на-

правление наибольшего растяжения масштабов;  $\alpha_0$  – азимут этого направления;  $b$  – направление наибольшего сжатия масштабов;  $m$  – частный масштаб по меридиану;  $n$  – частный масштаб по параллели;  $\mu$  – частный масштаб по произвольному направлению;  $\theta$  – угол, образованный меридианом и параллелью на карте.

$$p = mns \sin \theta = ab,$$

$$\begin{cases} a + b = \sqrt{m^2 + 2p + n^2} \\ a - b = \sqrt{m^2 - 2p + n^2} \end{cases}, \quad [7]$$

$$\mu^2 = m^2 \cos^2 \alpha + mn \cos \theta \cdot \sin 2\alpha + n^2 \sin^2 \alpha, \quad [8]$$

Если главные оси эллипса ориентированы по меридиану и параллели (что всегда бывает в ортогональных картографических сетках), то либо  $a = m$  и  $b = n$ , либо  $a = n$  и  $b = m$ ; отсюда:

$$p = mn, \quad \alpha_0 = 0^\circ \text{ (или } \pm 90^\circ \text{)}. \quad [12]$$

Значения  $\mu$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $p$  и  $k$  являются безразмерными величинами, их выражают в долях главного масштаба или в процентах. Отклонение этих коэффициентов от единицы или от 100 % показывает степень преувеличения или наоборот преумень-

шения относительно главного масштаба. Значения  $\omega$  и  $\alpha_0$  измеряют в градусах.

Определение указанных величин (в первую очередь искажений площадей  $p$  и углов  $\omega$ ) для ряда точек карты и последующее проведение по ним *изокол* – линий, соединяющих точки с одинаковыми значениями искажений, дает наглядную картину распределения искажений и позволяет учитывать искажения при пользовании картой (см. § 2.4.5). В то же время в ряде проекций существуют линии и точки, где искажения отсутствуют и сохраняется главный масштаб карты, – это *линии и точки нулевых искажений*. В точках и на линиях нулевых искажений  $\mu = m = n = a = b = 1$ ,  $p = 1$ ,  $k = 1$ ,  $\omega = 0^\circ$  и  $\alpha_0 = 0^\circ$  (или  $\pm 90^\circ$ ).

## 2.4. Картографические проекции

2.4.1. Общие сведения о картографических проекциях. Картографические проекции, как уже указывалось, обеспечивают математически определенное отображение поверхности эллипсоида (или шара) на плоскость карты. Проекция устанавливает однозначное соответствие между геодезическими координатами широты  $B$  и долготы  $L$  (или сферическими координатами широты  $\varphi$  и долготы  $\lambda$ ) точек и их прямоугольными координатами  $X$  и  $Y$  на карте:

$$X = f_1(B, L) \text{ и } Y = f_2(B, L) \quad [13]$$

$$\text{или } X = f_1(\varphi, \lambda) \text{ и } Y = f_2(\varphi, \lambda). \quad [14]$$

Конкретные реализации функций  $f_1$  и  $f_2$  часто выражены довольно сложными математическими зависимостями, их число бесконечно, а следовательно, разнообразие картографических проекций практически неограниченно. Необходимо лишь, чтобы каждая точка  $B$  и  $L$  эллипсоида ( $\varphi$ ,  $\lambda$  шара) изображалась на плоскости однозначно соответствующей точкой  $X$  и  $Y$  и чтобы изображение было непрерывным.

Картографические проекции обычно различают по характеру искажений и по виду вспомогательной геометрической поверхности, с помощью которой сеть меридианов и параллелей с эллипсоида (или шара) переносят на плоскость. Практически ценным является подразделение по территориальному охвату. По *территориальному охвату* выделяются картографические проекции для карт мира, полушарий, материков и океанов, карт отдельных государств и их частей. По этому принципу построены таблицы-определители картографических проекций. Кроме того в последнее время предпринимаются попытки к разработке генетических классификаций картографических проекций, построенных на виде описывающих их дифференциальных уравнений. Эти классификации охватывают все возможное множество проекций, но являются крайне ненаглядными, т.к. не связаны с видом сетки меридианов и параллелей.

### 2.4.2. Классификация картографических проекций по характеру искажений.

По характеру искажений проекции делятся на равноугольные, равновеликие и произвольные. *Равноугольные* (или *конформные*) проекции сохраняют величину углов и формы бесконечно малых фигур. Масштаб длин в каждой точке постоянен по всем направлениям (что обеспечивается закономерным увеличением расстояний между соседними параллелями по меридиану) и зависит только от положения точки. Эллипсы искажений выражаются окружностями различных радиусов (рис. 6а). Для каждой точки в равноугольных проекциях справедливы зависимости:

$$\mu = a = b = m = n; \omega = 0^\circ; \theta = 90^\circ; k = 1 \text{ и } \alpha_0 = 0^\circ \text{ (или } \pm 90^\circ \text{)}.$$

Такие проекции особенно удобны для определения направлений и прокладки маршрутов по заданному азимуту (например, при решении навигационных задач).

*Равновеликие* (или *эквивалентные*) проекции не искажают площади. В этих

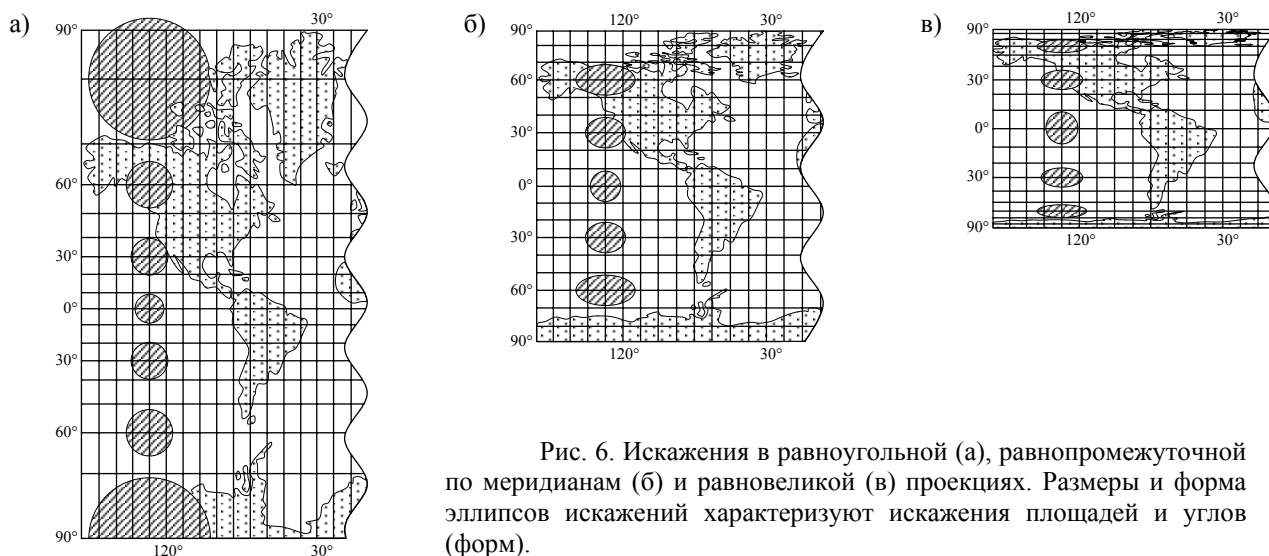


Рис. 6. Искажения в равноугольной (а), равнопромежуточной по меридианам (б) и равновеликой (в) проекциях. Размеры и форма эллипсов искажений характеризуют искажения площадей и углов (форм).

проекциях площади эллипсов искажений равны. Увеличение масштаба длин по одной оси эллипса искажений компенсируется уменьшением масштаба длин по другой оси, что вызывает закономерное уменьшение расстояний между соседними параллелями по меридиану и, как следствие, – сильное искажение форм (рис. 6в). Для каждой точки в равновеликих проекциях имеет место равенство:

$$p = 1 \quad (p = \text{const}). \quad [16]$$

Такие проекции удобны для измерения площадей объектов (что, например, существенно для некоторых экономических или морфометрических карт).

В теории математической картографии доказывается, что нет и не может быть проекции, которая была бы одновременно и равноугольной, и равновеликой. Вообще, чем больше искажения углов, тем меньше искажения площадей и наоборот (рис. 7).

Произвольные проекции искажают и углы, и площади. При их построении стремятся найти наиболее выгодное для каждого конкретного случая распределение искажений, достигая как бы некоторого компромисса (рис. 7); эта группа проекций используется в случаях, когда чрезмерные искажения углов и площадей одинаково нежелательны. По своим свойствам произвольные проекции лежат между равноугольными и равновеликими. Среди них можно выделить *равнопромежуточные* (или *эквидистантные*) проекции, во всех точках которых масштаб по одному из главных направлений, обычно по меридианам или параллелям, постоянен и равен главному (рис. 6б), т.е.

$$m = 1 \quad (m = \text{const}) \quad \text{или} \quad n = 1 \quad (n = \text{const}).$$

Равнопромежуточные проекции имеют, как правило ортогональную картографическую сетку (т.е.  $\theta = 90^\circ$ ), поэтому в них либо  $m = a$  и  $n = b$  либо  $n = a$  и  $m = b$ . В таких проекциях присутствуют искажения площадей и углов, но они как бы уравниваются (рис. 7).

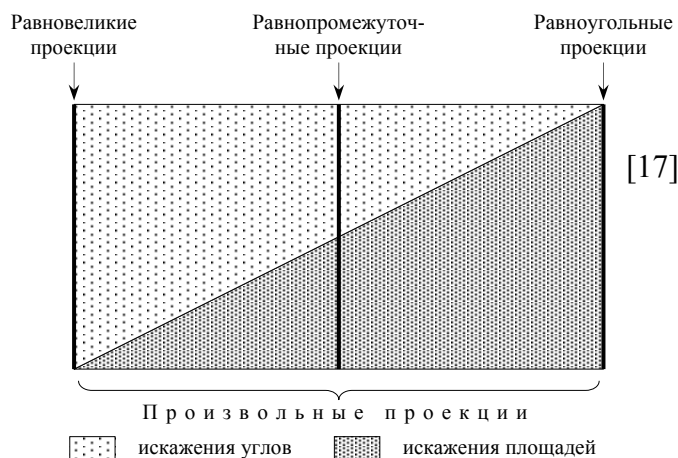


Рис. 7. Соотношение искажений углов и площадей в равновеликих, равноугольных и произвольных (в т.ч. равнопромежуточных) проекциях.

При замене земного эллипсоида сферой в целях обеспечения равноугольности, равновеликости или равнопромежуточности по меридианам картографического изображения радиус шара в каждом случае выгодно брать различным (табл. 2).

Таблица 2

Величина радиуса сферы при отображении на ней земного эллипсоида		
Изображение	Обозначение	Радиус сферы, м
Произвольное	$R$	6 371 120
Равноугольное	$R'$	6 378 245
Равновеликое	$R''$	6 371 116
Равнопромежуточное по меридианам	$R'''$	6 367 558

В качестве единого показателя величины и характера искажений в любой точке произвольной проекции можно использовать вектор  $\vec{\rho}$ , проекциями которого

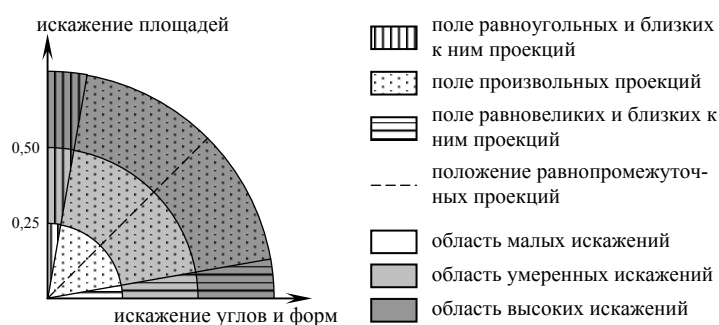


Рис. 8. Оценка характера искажений любых проекций посредством единого показателя – вектора  $\vec{\rho}$ .

являются искажения площадей  $p-1$  и форм  $k-1$ . Длина вектора:

$$\vec{\rho} = \sqrt{(p-1)^2 + (k-1)^2} \quad [18]$$

принята за меру комплексного искажения форм и площадей одновременно, а его направление:

$$\beta = \arctg\left(\frac{k-1}{p-1}\right) \quad [19]$$

– как количественная мера характера искажений (рис. 8).

**2.4.3. Классификация картографических проекций по виду вспомогательной геометрической поверхности.** По виду вспомогательной геометрической поверхности различают проекции: цилиндрические, азимутальные и конические. *Цилиндрическими* называют проекции, в которых сеть меридианов и параллелей с поверхности эллипсоида переносится на боковую поверхность касательного (или секущего) цилиндра, а затем цилиндр разрезается по образующей и разворачивается в плоскость (рис. 9). Искажения минимальны вблизи линии касания или двух линий сечения цилиндра земного эллипсоида, являющихся линиями нулевых искажений.

В зависимости от ориентировки цилиндра относительно оси земного эллипсоида различают проекции:

- нормальные, когда ось цилиндра совпадает с малой осью земного эллипсоида; меридианы в этом случае представляют собой равноотстоящие параллельные прямые, а параллели – прямые, им перпендикулярные (рис. 9а, 9б);
- поперечные, когда ось цилиндра лежит в плоскости экватора; вид сетки: средний меридиан и экватор – взаимно перпендикулярные прямые, остальные меридианы и параллели – кривые линии (рис. 9в);
- косые, когда ось цилиндра составляет с осью эллипсоида острый угол; в косых цилиндрических проекциях меридианы и параллели – кривые линии (рис. 9г).

*Азимутальными* называют проекции, в которых сеть меридианов и параллелей переносится с поверхности эллипсоида на касательную (или секущую) плоскость (рис. 10). Изображение около точки касания (или линии сечения) плоскости земного эллипсоида почти совсем не искажается. Точка касания (или линия сечения) является точкой (линией) нулевых искажений.

В зависимости от положения точки касания плоскости на поверхности зем-

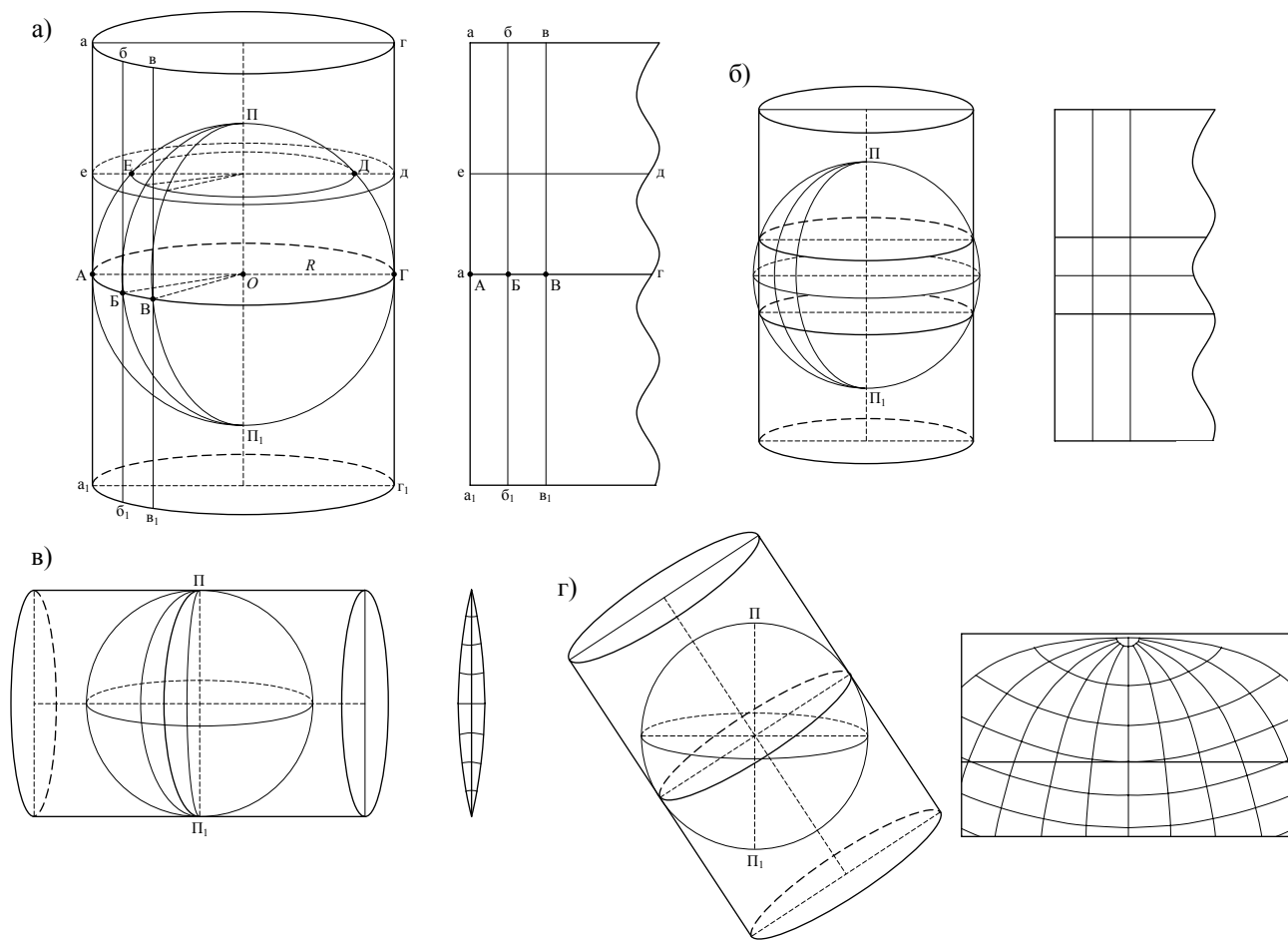


Рис. 9. Построение картографических сеток в цилиндрических проекциях: а) нормальная цилиндрическая проекция на касательном цилиндре; б) нормальная цилиндрическая проекция на секущем цилиндре; в) поперечная цилиндрическая проекция на касательном цилиндре; г) косая цилиндрическая проекция на касательном цилиндре.

ного эллипсоида среди азимутальных проекций различают:

- нормальные, или полярные, когда плоскость касается Земли в одном из полюсов; вид сетки: меридианы – прямые линии, радиально расходящиеся из полюса, параллели – концентрические окружности с центрами в полюсе (рис. 10а, 10б);
- поперечные, или экваториальные, когда плоскость касается эллипсоида в одной из точек экватора; вид сетки: средний меридиан и экватор – взаимно перпендикулярные прямые, остальные меридианы и параллели – кривые линии (в некоторых случаях параллели изображаются прямыми линиями; рис. 10в);
- косые, или горизонтные, когда плоскость касается эллипсоида в какой-либо точке, лежащей между полюсом и экватором. В косых проекциях только средний меридиан, на котором расположена точка касания, представляет собой прямую, остальные меридианы и параллели – кривые линии (рис. 10г).

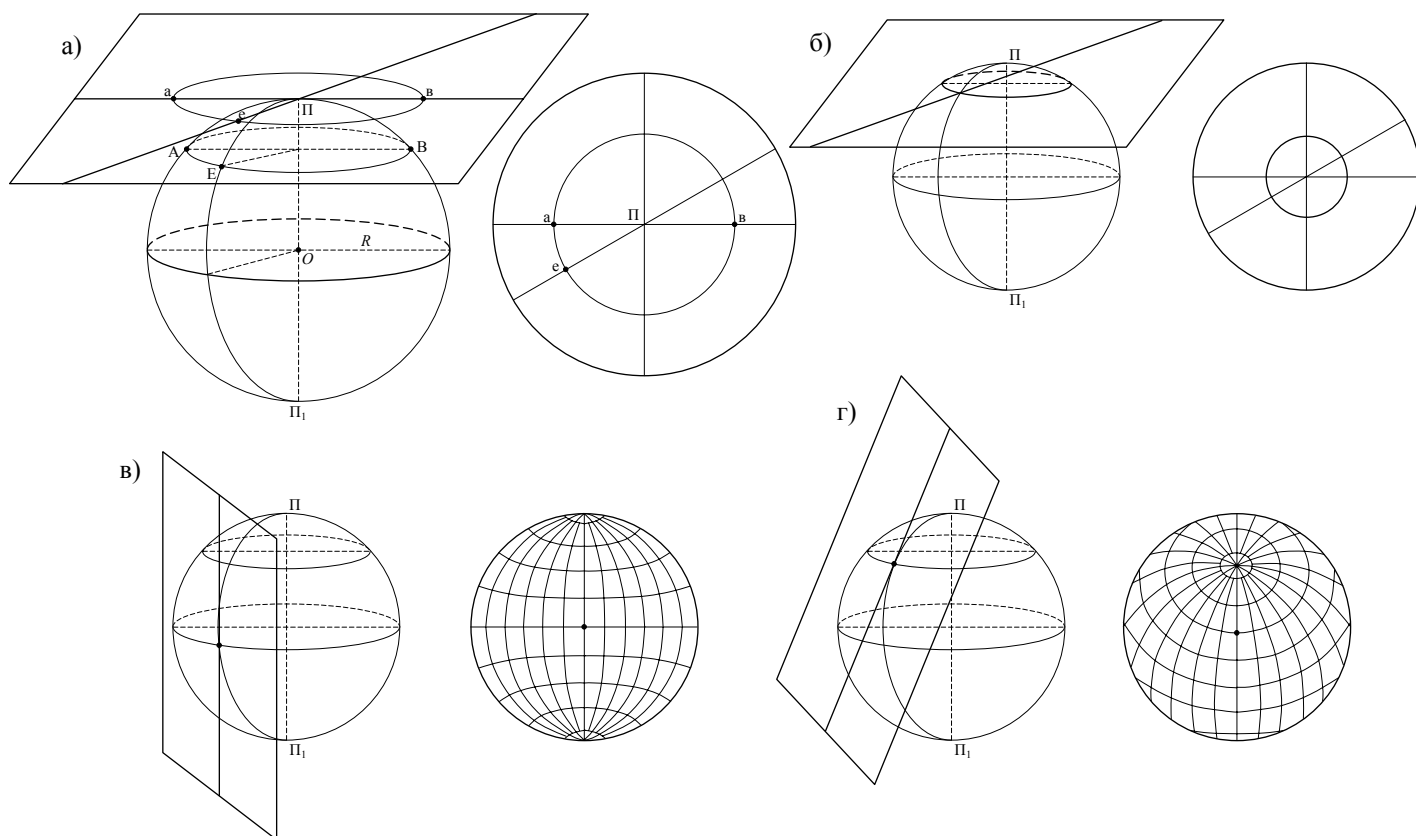


Рис. 10. Построение картографических сеток в азимутальных проекциях: а) нормальная (полярная) азимутальная проекция на касательной плоскости; б) нормальная азимутальная проекция на секущей плоскости; в) поперечная (экваториальная) азимутальная проекция на касательной плоскости; г) косая (горизонтная) азимутальная проекция на касательной плоскости.

*Коническими* называются проекции, в которых сеть меридианов и параллелей с поверхности эллипсоида переносится на боковую поверхность касательного (или секущего) конуса (рис. 11). Искажения мало ощутимы вдоль линии касания или двух линий сечения конуса земного эллипсоида, которые являются линией (линиями) нулевых искажений.

Подобно цилиндрическим конические проекции делятся на:

- нормальные, когда ось конуса совпадает с малой осью земного эллипсоида; меридианы в этих проекциях представлены прямыми линиями, расходящи-

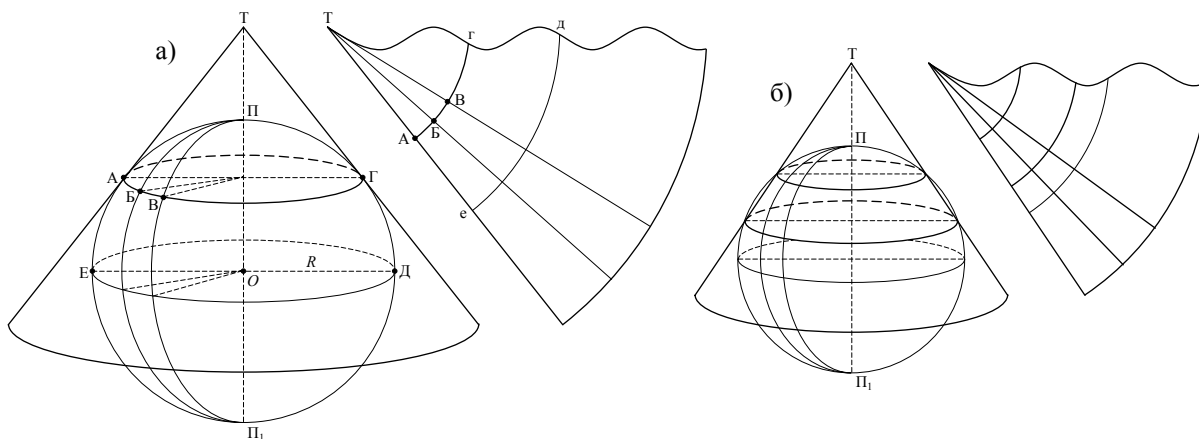


Рис. 11. Построение картографических сеток в конических проекциях: а) нормальная коническая проекция на касательном конусе; б) нормальная коническая проекция на секущем конусе.

мися из вершины конуса, а параллели – дугами концентрических окружностей (рис. 11а, 11б);

- поперечные, когда ось конуса лежит в плоскости экватора; вид сетки: средний меридиан и параллель касания – взаимно перпендикулярные прямые, остальные меридианы и параллели – кривые линии;

- косые, когда ось конуса составляет с осью эллипсоида острый угол; в косых конических проекциях меридианы и параллели – кривые линии.

В нормальных цилиндрических, азимутальных и конических проекциях картографическая сетка ортогональна – меридианы и параллели пересекаются под прямыми углами, что является одним из важных диагностических признаков этих проекций.

Если при получении цилиндрических, азимутальных и конических проекций использовать геометрический метод (линейное проектирование вспомогательной поверхности на плоскость), то такие проекции называют перспективно-цилиндрическими, перспективно-азимутальными (обыкновенными перспективными) и перспективно-коническими соответственно. В зависимости от положения точки проектирования (расстояния от точки зрения до центра земного шара  $D$ ) выделяют несколько разновидностей перспективных проекций (табл. 3; рис. 12).

Таблица 3

Классификация перспективных проекций в зависимости от положения точки проектирования

Положение точки проектирования относительно земного эллипсоида (сферы)	Величина $D$	Название перспективной проекции
В центре	$D = 0$	Гномоническая
На противоположном конце диаметра	$D = R$	Стереографическая
За пределами на продолжении диаметра	$R < D < \infty$	Внешняя
В бесконечности	$D = \infty$	Ортографическая

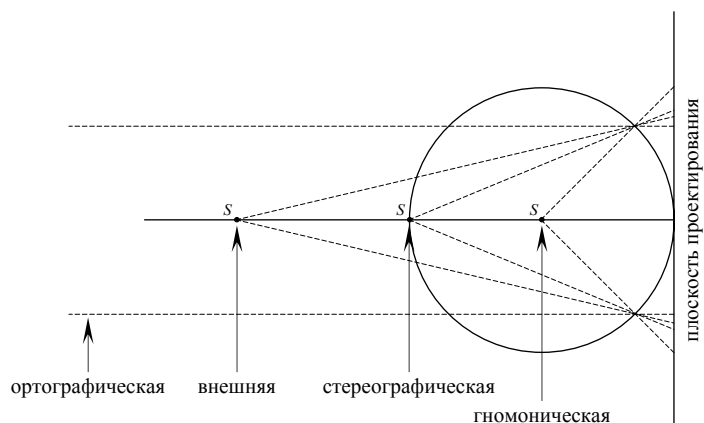


Рис. 12. Положение центра проектирования ( $S$ ) для перспективных проекций.

При решении практических задач по картам интерес представляет изображение так называемых *линий положения* – ортодромии и локсодромии. *Ортодромией* называют линию кратчайшего расстояния между двумя точками; на сфере ей соответствует дуга большого круга. Ортодромия изображается прямой линией в нормальных азимутальных гномонических проекциях (рис. 13а). *Локсодромией*

называют линию, пересекающую меридианы под постоянным углом  $\alpha_{\text{лок}}$ . Локсодромия изображается прямой линией в нормальных равноугольных цилиндрических проекциях (рис. 13б). Во всех прочих проекциях ортодромии и локсодромии изображаются кривыми.

*Поликоническими* называются проекции, в которых сеть меридианов и параллелей с поверхности эллипсоида переносится на боковые поверхности нескольких конусов, каждый из которых разрезается по образующей и разворачивается в плоскость (рис. 14). В поликонических проекциях параллели изображаются дугами эксцентрических окружностей, центральный меридиан представляет собой прямую, все остальные меридианы – кривые линии, симметричные относительно централь-

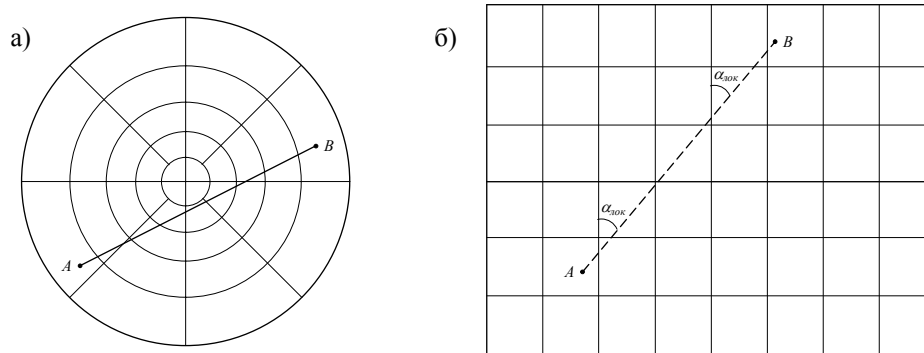


Рис. 13. Нормальная азимутальная гномоническая проекция с линией ортодромии (а) и равноугольная нормальная цилиндрическая проекция с линией локсодромии (б).

ного.

*Условными* называются проекции, при построении которых не прибегают к использованию вспомогательных геометрических поверхностей. Сеть меридианов и параллелей строят по какому-нибудь заранее заданному условию. Среди условных проекций можно выделить *псевдоцилиндрические*, *псевдоазимутальные* и *псевдоконические* проекции, сохраняющие от исходных цилиндрических, азимутальных и конических проекций вид параллелей. В этих проекциях средний меридиан – прямая линия, остальные меридианы – кривые линии (рис. 15).

К условным проекциям относятся также *многогранные проекции*, которые получают путем проектирования на поверхность многогранника, касательного или секущего земной эллипсоид (рис. 16а). Каждая грань представляет собой равнобочную трапецию (реже – шестиугольники, квадраты, ромбы). Разновидностью многогранных проекций являются *многополосные проекции*, причем полосы могут нарезаться и по меридианам, и по параллелям. Такие проекции выгодны тем, что искажения в пределах каждой грани или полосы совсем невелики, поэтому их всегда используют для многолистных карт. Основное неудобство многогранных проекций состоит в невозможности совмещения блока листов карт по общим рамкам без разрывов (рис. 16б).

В заключение приведенную классификацию картографических проекций по виду меридианов и параллелей нормальной сетки можно обобщить в табличной форме (табл. 4).

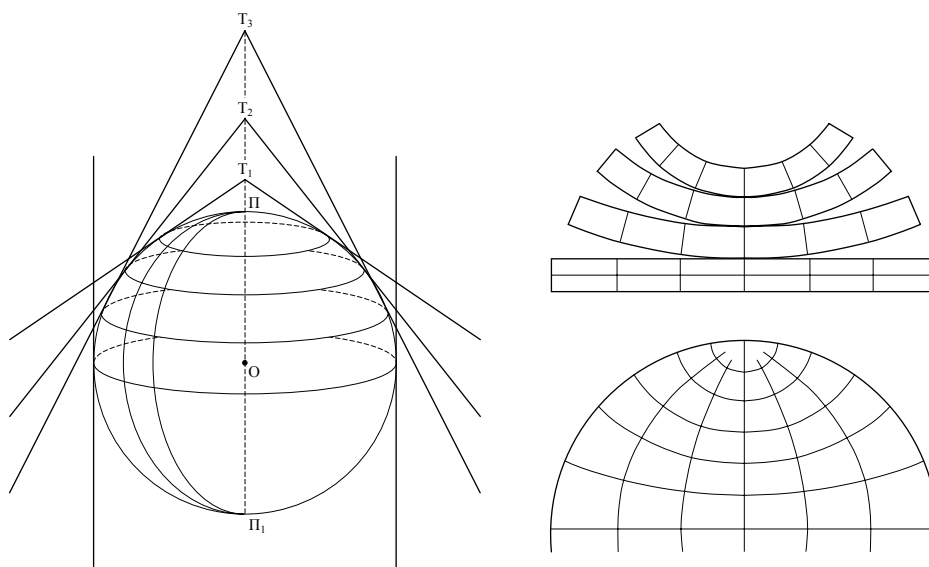


Рис. 14. Построение картографических сеток в поликонических проекциях.



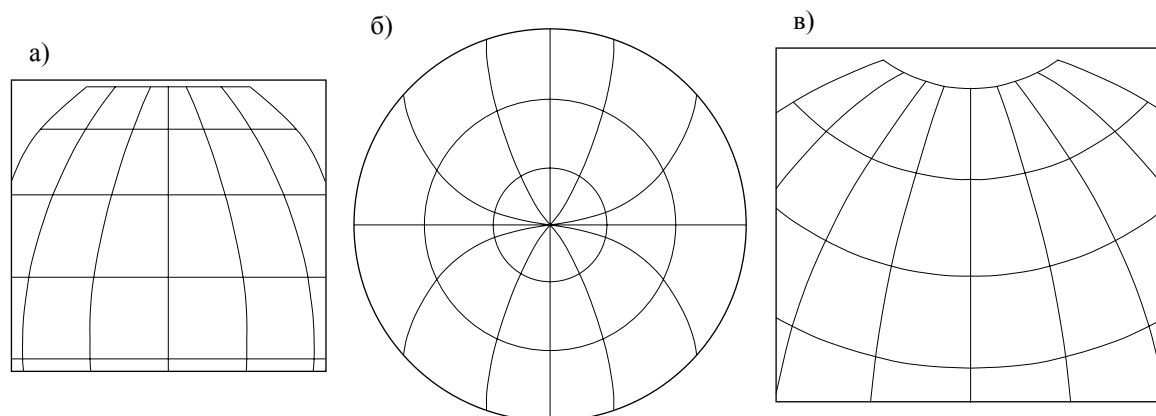


Рис. 15. Вид сетки меридианов и параллелей в псевдоцилиндрических (а), псевдоазимутальных (б) и псевдоконических (в) проекциях.

Таблица 4

Классификация картографических проекций по виду меридианов и параллелей нормальной сетки<sup>1</sup>

	Параллели изображаются линиями постоянной кривизны				Параллели изображаются линиями переменной кривизны
	Параллели – прямые	Параллели – дуги concentрических окружностей	Параллели – concentрические окружности	Параллели – эксцентрические окружности	Параллели – кривые
Меридианы – прямые	Цилиндрические проекции	Азимутальные проекции	Конические проекции	Условные проекции	Условные проекции
Меридианы – кривые	Псевдоцилиндрические проекции	Псевдоазимутальные проекции	Псевдоконические проекции	Поликонические проекции	Условные проекции

**2.4.4. Аналитическое выражение картографических проекций.** В практике современной картографии сетки получают не путем геометрических построений, а расчетным, аналитическим путем. В результате вычислений по формулам проекции определяют прямоугольные (или полярные) координаты узловых точек сетки (точек пересечения меридианов и параллелей), величину и распределение искажений. Укажем особенности уравнений картографических проекций для нормальных сеток основных видов проекций.

Общие уравнения нормальных цилиндрических проекций имеют вид:

$$X = f(B), Y = cL^2, \quad [20]$$

где  $c$  – постоянный параметр; псевдоцилиндрических проекций:

$$X = f_1(B), Y = f_2(B, L); \quad [21]$$

азимутальных проекций:

$$X = \rho \cos \delta, Y = \rho \sin \delta, \rho = f(B), \delta = L, \quad [22]$$

где  $\rho$  и  $\delta$  – полярные координаты пересечения параллели  $B$  и меридиана  $L$  на карте; псевдоазимутальных проекций:

<sup>1</sup> Приводимая классификация не исчерпывает всего многообразия существующих классов картографических проекций, но для предлагаемого методического пособия достаточна.

<sup>2</sup> Существо формул [20] – [26] не изменится, если сфероидальные координаты эллипсоида  $B$  и  $L$  заменить на сферические координаты шара  $\varphi$  и  $\lambda$ , что для мелкомасштабных географических карт не имеет принципиального значения. Сжатие Земли влияет лишь в смысле усложнения выводимых формул.

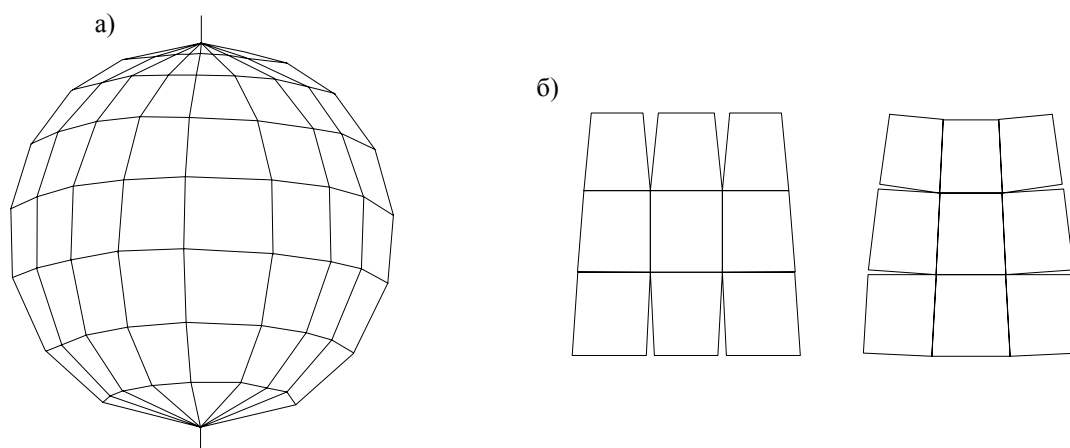


Рис. 16. Схема многогранной проекции (а) и расположение листов карт (б).

$$X = \rho \cos \delta, Y = \rho \sin \delta, \rho = f_1(B), \delta = f_2(B, L); \quad [23]$$

конических проекций:

$$X = q - \rho \cos \delta, Y = \rho \sin \delta, \rho = f(B), \delta = \alpha L, \quad [24]$$

где  $q$  – постоянная величина, равная расстоянию между полюсом полярных и началом прямоугольных координат, а  $\alpha$  – переходной коэффициент между 0 и 1, т.е. параллели изображаются неполными окружностями (см. карты 1, 4, 29, 33 и 38 прил. 1; при  $a = 0$  коническая проекция трансформируется в цилиндрическую, а при  $a = 1$  – в азимутальную), таким образом цилиндрические и азимутальные проекции являются частным случаем конических проекций; псевдоконических проекций:

$$X = q - \rho \cos \delta, Y = \rho \sin \delta, \rho = f_1(B), \delta = f_2(B, L); \quad [25]$$

поликонических проекций:

$$X = q - \rho \cos \delta, Y = \rho \sin \delta, q = f_1(B), \rho = f_2(B), \delta = f_3(B, L). \quad [26]$$

Уравнения прочих картографических проекций в общем виде соответствуют [13] или [14]<sup>1</sup>.

**2.4.5. Распределение искажений в картографических проекциях.** Основное свойство картографических проекций состоит в наличии искажений (деформаций) изображения, выражающееся в изменениях масштаба длин. Не было, нет и не будет проекций, которые сохраняли бы масштаб длин в любой точке изображения в любых направлениях; такие проекции сохраняли бы подобие и пропорциональность всех частей земной поверхности, что может иметь место только на модели эллипсоида. Однако, как указывалось выше, проекции различаются по характеру искажений (равноугольные, равновеликие, равнопромежуточные, произвольные), по величине искажений и их распределению.

Для оценки достоинств проекции выгодно построение изокол, дающих наглядную картину распределения искажений и позволяющее учитывать искажения при пользовании картой. В нормальных цилиндрических проекциях изоколы располагаются параллельно экватору (или параллелям сечения; рис. 17а); в нормальных азимутальных проекциях изоколы параллельны концентрическим окружностям параллелей (рис. 17б); в нормальных конических проекциях – параллельны параллелям касания (или параллелям сечения; рис. 17в). Также легко представить расположение изокол в поперечных и косых проекциях. Например, в поперечной цилиндрической проекции изоколы параллельны меридиану касания (или меридианам

<sup>1</sup> Конкретные уравнения некоторых картографических проекций нормальных по виду меридианов и параллелей, а также формулы расчета экстремальных масштабов в них даны в [29] – [79].

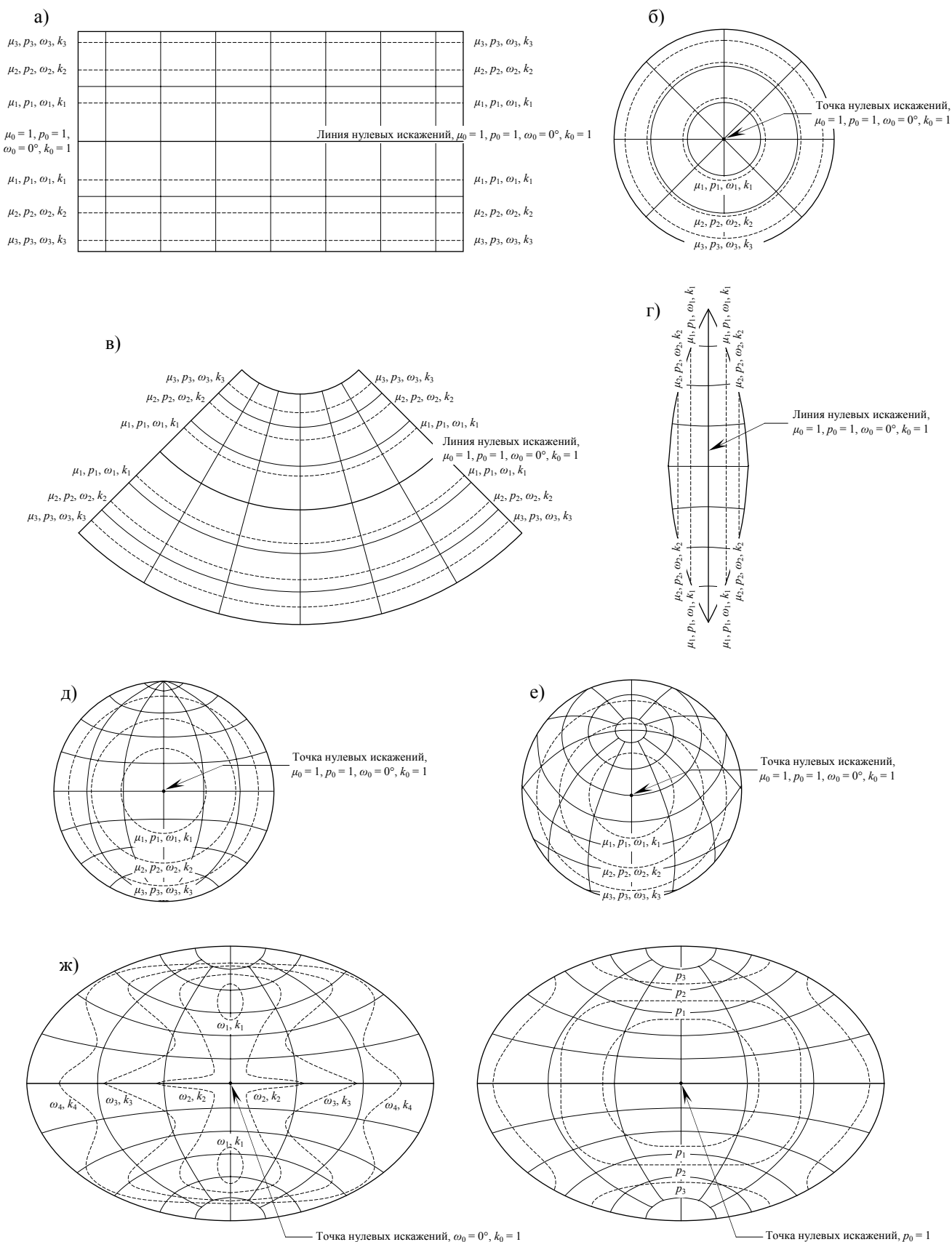


Рис. 17. Распределение искажений в некоторых картографических проекциях: а) нормальной цилиндрической; б) нормальной азимутальной; в) нормальной конической; г) поперечной цилиндрической; д) поперечной азимутальной; е) косой азимутальной; ж) поликонической. Линии и точки нулевых искажений, сохраняющие главный масштаб ( $\mu_0 = 1, p_0 = 1, \omega_0 = 0^\circ, k_0 = 1$ ), показаны утолщено. Изоколы изображены пунктиром; величины искажений закономерно увеличиваются с удалением от линий и точек нулевых искажений ( $\mu_0 < \mu_1 < \mu_2 < \mu_3, p_0 < p_1 < p_2 < p_3, \omega_0 < \omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \omega_4, k_0 < k_1 < k_2 < k_3 < k_4$ ).

сечения; рис. 17г). В любой азимутальной проекции изоколы образуют окружности, концентрические относительно точки касания (или линии сечения) плоскости (рис. 17д, 17е). В произвольных проекциях изоколы могут образовывать сложную систему кривых линий (рис. 17ж), причем в общем случае форма изокол площадей и изокол углов различна. Общим же для всех проекций является симметричная форма и величина изокол относительно линий и точек нулевых искажений.

2.4.6. О выборе картографических проекций. На выбор проекций влияет много факторов, которые можно сгруппировать следующим образом:

- географические особенности картографируемой территории (ее положение на земном шаре, размеры, конфигурация);
- характеристики создаваемой карты (назначение, масштаб, тематика);
- условия и способы использования карты, круг решаемых по ней задач;
- особенности самой проекции (величина искажений и их распределение, форма картографической сетки, кривизна линий положения, наличие эффекта сферичности и др.).

Первые три группы факторов задаются изначально, четвертая – зависит от них. Их значимость может быть различной, поэтому возможны любые комбинации, а следовательно – и разные варианты проекций. Можно указать лишь некоторые предпочтительные и наиболее традиционные решения.

Нормальные цилиндрические проекции удобно применять для территорий, расположенных вблизи и симметрично относительно экватора. Нормальные цилиндрические проекции на секущем цилиндре широко используются для карт мира (карты 10 и 15)<sup>1</sup>. Равноугольная нормальная цилиндрическая проекция Меркатора традиционно используется для составления всех морских и аэронавигационных карт (карта 28). Поперечные цилиндрические проекции применяются для территорий, вытянутых по меридиану; в этой проекции строятся геодезические зоны топографических карт. Косые цилиндрические проекции удобны для вытянутых территорий, ориентированных на северо-запад или северо-восток; возможно их применение для картографирования территории бывшего СССР и Российской Федерации (карты 23 и 34).

Азимутальные проекции чаще всего применяются для территорий, протяженность которых по широте и долготе примерно одинакова. Нормальные азимутальные – для северного и южного полушарий, а также карт Арктики и Антарктиды (карты 5, 21, 22 и 35), экваториальные – для восточного и западного полушарий, а также карт Африки (карты 7, 16, 26, 30 и 31), косые – для материкового и океанического полушарий, а также карт отдельных материков (Азии, Австралии и др.; карты 11 и 17). Равноугольные и равновеликие косые азимутальные проекции широко используются при составлении карт отдельных стран и административных областей.

Нормальные конические проекции удобно применять для территорий, вытянутых по параллели и лежащих в средних широтах; они часто употребляются для карт бывшего СССР и Российской Федерации, Канады, США (карты 1, 4, 29, 33 и 38). Поперечные и косые конические проекции в картографической практике употребляются весьма редко. Поликонические проекции чаще всего применяются для карт мира; малая кривизна параллелей и меридианов в поликонических проекциях, слабо возрастающая к краям карты, как бы отражает эллипсоидальность планеты (карты 3 и 19). Условные проекции нашли весьма широкое применение. Так, например, псевдоцилиндрические проекции (иногда с разрывами) используют при построении карт мира (2, 6, 14, 20, 25, 37 и 39) и Тихого океана (иногда совместно с

---

<sup>1</sup> Здесь и далее в разделе даны ссылки на карты, помещенные в приложении 1.

Индийским океаном; карты 9, 12, 32 и 36), псевдоазимутальные – карт Атлантического океана отдельно или совместно с Северным Ледовитым океаном, а псевдоконические – карт России, Евразии, других материков (карта 27).

В общем случае при выборе проекции для картографирования конкретной территории руководствуются следующим правилом: наименьшие искажения обеспечиваются теми проекциями, у которых изоколы по своей форме близки к общему контуру изображаемой территории. Кроме того, при выборе проекции, в особенности для тематических карт, следует иметь в виду, что обычно искажения на карте минимальны в центре и быстро возрастают к краям. Исходя из назначения карты устанавливают предпочтительный характер искажений. Карты, используемые для измерения азимутов и углов, целесообразно строить в равноугольных проекциях. При необходимости производить по картам измерения или сравнение площадей (например, по социально-экономическим или морфометрическим картам) обращаются к равновеликим проекциям. Когда чрезмерные искажения углов и площадей одинаково нежелательны (например, на картах полушарий), берут одну из произвольных проекций. Наконец, нужно учитывать, что чем мельче масштаб карты и обширнее пространственный охват, тем большее внимание приходится уделять «математическим» факторам выбора проекции.

## 2.5. Координатные сетки

*Координатные сетки* – плоское изображение сети линий на земном эллипсоиде (или шаре), построенное в избранной для карты проекции, – являются важным элементом географической карты. При изготовлении карты сетка служит основой для построения картографического изображения. При пользовании картой она необходима для ориентирования, нанесения новых объектов по их координатам и снятия с карты координат объектов, определения направлений относительно стран света, вычисления масштабов и искажений в любом месте карты.

К самым распространенным координатным сеткам, основным на мелкомасштабных картах, относится картографическая сетка – изображение с заданной частотой линий меридианов и параллелей (географической сетки; рис. 18). Меридианы соответствуют направлению «север – юг», параллели – «запад – восток». Отсчет параллелей (широт) всегда ведут от экватора, а меридианов (долгот) – от начального Гринвичского меридиана.

При всех достоинствах картографических сеток практические задачи решаются с относительной простотой только на картах, составленных в нормальных цилиндрических проекциях, в которых линии меридианов и параллелей образуют систему взаимно перпендикулярных параллельных линий. В других проекциях карто-

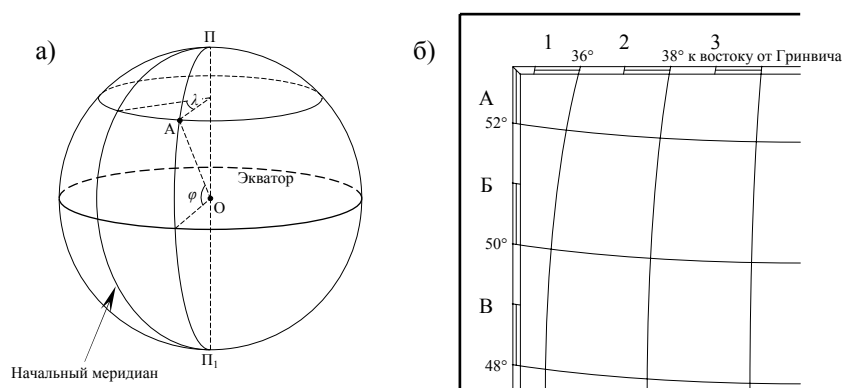


Рис. 18. Широта ( $\varphi$ ) и долгота ( $\lambda$ ) точки А на глобусе (а) и картографическая сетка на карте, играющая одновременно роль сетки-указательницы (б).

графические сетки имеют сложный вид, что вынуждает прибегать к вспомогательным графическим построениям и вычислениям.

По этой причине на современных топографических картах дополнительно к картографической сетке (а на некоторых ино-

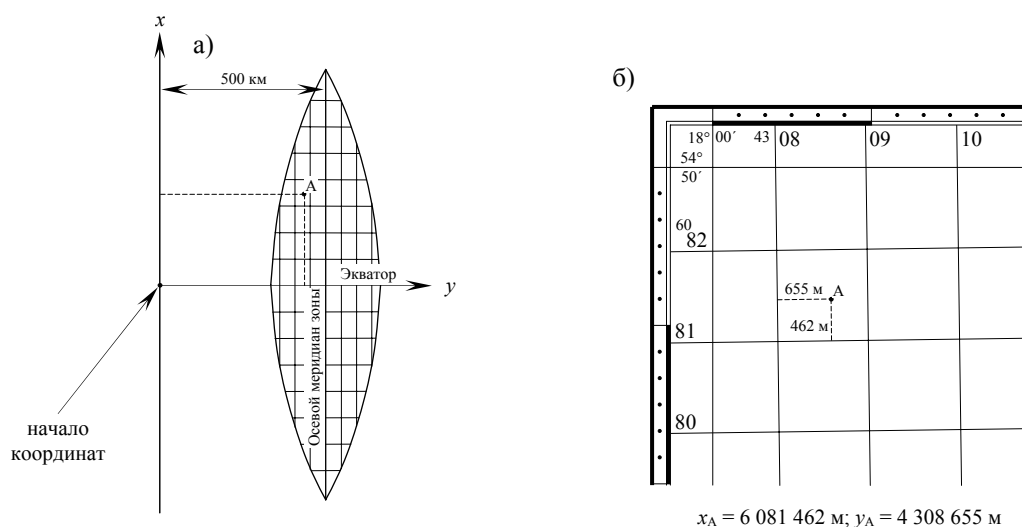


Рис. 19. Изображение геодезической зоны с координатными линиями (а) и сетка прямоугольных координат (километровая сетка) на топографической карте (б).

странных топокартах – взамен ее) даются *сетки прямоугольных координат*. Они представляют собой стандартную систему взаимно перпендикулярных линий, проведенных через равные расстояния (обычно через целое число километров; отсюда синонимичное название – *километровая сетка*). Вертикальные линии этой сетки идут параллельно осевому меридиану геодезической зоны (ось абсцисс), а горизонтальные – параллельно экватору (ось ординат); для исключения отрицательных ординат на отечественных топографических картах ординату осевого меридиана принимают равной 500 км (рис. 19).

Наконец на картах атласов широко используются *сетки-указательницы*, роль которых может играть любая сетка на карте, предназначенная для указания местоположения и поиска объектов. Ячейки такой сетки обозначаются буквами и цифрами (например, Б-5 или Д-8), что удобно для отыскания географических объектов по их названиям, содержащимся в алфавитном географическом указателе (рис. 18).

Кроме перечисленных видов координатных сеток или вместо них на некоторых специальных картах могут даваться изображение других систем линий – специальных сеток, предназначенных обычно для решения различных навигационных задач.

## 2.6. Направления автоматизации математической основы карт

Математическую основу карт следует отнести к наиболее легко автоматизируемым разделам картографии. Объяснение этому можно найти в исключительно тесных связях высшей картографии с математикой, на принципах которой базируются все современные электронно-вычислительные машины (ЭВМ). К числу основных задач автоматизации в математической картографии относятся следующие:

- вычисление картографических проекций на ЭВМ;
- преобразование картографических изображение из одной проекции в другую;
- автоматизированный выбор оптимальных картографических проекций;
- опознавание картографических проекций в автоматизированном режиме;
- автоматическое проведение измерений по картам и введение в результаты поправок на искажения;
- автоматическое построение и проектирование элементов математической основы (главного масштаба, координатных сеток, компоновок и т.д.).

### 3. Практические задания

#### Задание 1: Определение картографических проекций

Цель задания. Изучить наиболее распространенные картографические проекции и уметь их распознавать по виду сетки меридианов и параллелей.

Выполнение задания. Определить картографические проекции географических карт в указанных ниже вариантах.

Исходные материалы. Варианты картографических проекций (прил. 1), карандаш, ластик, циркуль-измеритель, линейка, калька.

Указания к выполнению задания.

1. Ознакомиться с таблицами для определения проекций карт мира, полушарий, карт материков и их крупных частей, карт океанов, а также карт бывшего СССР и РФ (табл. 6, 7, 8, 9, 10). Таблицы-определители организованы по единому принципу: в заголовках столбцов формулируются вопросы (условия); последовательно отвечая на них и переходя от левых столбцов к правым, область поиска в пределах строк сужается; в крайнем правом столбце приведено полное название искомой проекции, для которой выполняются все условия внутри соответствующей строки.

2. Ознакомиться с картографическими проекциями предлагаемых географических карт (прил. 1). Для определения проекции выяснить:

- какая территория изображена на карте и по какой таблице следует проводить определение;

- какова форма рамки географической карты;

- какими линиями (прямыми, кривыми, дугами концентрических или эксцентрических окружностей) изображаются меридианы и параллели (прямолинейность линии устанавливается с помощью линейки; для того, чтобы установить, является ли кривая дугою окружности, на листе кальки на расстоянии 3 – 5 мм друг от друга отмечают три точки этой кривой (рис. 20а); если все три точки при движении листа по кривой будут совпадать с нею, то кривая – дуга окружности (рис. 20б); у концентрических окружностей промежутки между смежными окружностями, измеренные циркулем-измерителем, равны по величине, у эксцентрических вследствие разных радиусов кривизны – изменяются; рис. 20в);

- как изменяются промежутки между параллелями по прямому (среднему) меридиану;

- каковы дополнительные сведения о проекции<sup>1</sup>.

3. По таблице-определителю дать полное название картографической проекции, выяснить класс проекции по виду вспомогательной геометрической поверхности, использованной при ее построении, и по характеру искажений (см. §§ 2.4.2, 2.4.3).

Результаты работы должны быть представлены в виде таблицы (табл. 5), как показано в приведенном ниже примере выполнения задания.

Пример выполнения задания.

Определить картографическую проекцию (карта 1).

На карте изображена территория бывшего СССР, поэтому определение следует проводить по таблице 10. Форма рамки – прямоугольная. Меридианы изобра-

---

<sup>1</sup> Для некоторых картографических проекций (в частности для карт мира и карт океанов) дополнительные указания могут отсутствовать.

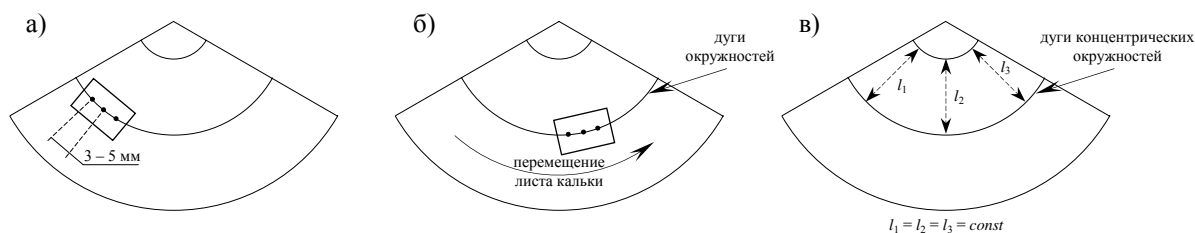


Рис. 20. Определение дуг окружностей: а) размещение трех точек на листе кальки, принадлежащих линии; б) перемещение листа кальки вдоль линии и нахождение такого положения в любой части линии, при котором нанесенные точки всегда располагаются на линии; в) измерение промежутков между соседними дугами окружностей.

жены прямыми, что легко проверить, приложив к линии меридиана линейку. Параллели изображены дугами концентрических окружностей: любые три точки этой линии, перенесенные на кальку, всегда можно совместить, поворачивая кальку, с разными частями этой линии; промежутки же между двумя соседними параллелями остаются постоянными. Таким образом, по виду картографической сетки проекция является нормальной конической.

Расстояния между параллелями по среднему меридиану остаются постоянными. Следовательно, проекция равнопромежуточная по меридианам. Используя дополнительные признаки проекции – величину отстояния точки пересечения меридианов от параллели в  $90^\circ$ , – уточняем по определителю (табл. 10) название – нормальная коническая равнопромежуточная проекция Каврайского. Результаты определения проекции представлены в таблице 5.

Сроки выполнения и оценка работы. Работа рассчитана на одно практическое занятие. Каждая верно определенная проекция оценивается в 1 балл; максимально возможное число баллов за работу – 6.

Варианты заданий

№ варианта	Номера картографических сеток (см. прил. 1)	№ варианта	Номера картографических сеток (см. прил. 1)
1.	3, 12, 17, 23, 24, 27	21.	17, 18, 21, 25, 34, 37
2.	6, 14, 18, 26, 29, 31	22.	13, 22, 26, 27, 29, 39
3.	4, 10, 22, 30, 33, 35	23.	2, 16, 23, 28, 30, 31
4.	4, 14, 20, 28, 34, 38	24.	2, 3, 29, 32, 35, 38
5.	7, 8, 13, 15, 25, 32	25.	7, 9, 16, 20, 22, 33
6.	5, 11, 13, 17, 19, 36	26.	12, 21, 24, 29, 30, 36
7.	5, 16, 20, 23, 26, 39	27.	18, 21, 25, 27, 33, 38
8.	9, 21, 24, 29, 30, 31	28.	7, 20, 22, 31, 34, 37
9.	18, 21, 25, 33, 37, 38	29.	13, 14, 17, 28, 35, 39
10.	7, 22, 27, 32, 34, 37	30.	2, 4, 23, 26, 32, 35
11.	7, 8, 28, 31, 33, 39	31.	3, 8, 12, 13, 26, 36
12.	2, 17, 32, 34, 35, 39	32.	5, 6, 11, 15, 23, 30
13.	4, 6, 13, 18, 26, 36	33.	3, 10, 11, 28, 29, 38
14.	5, 8, 6, 10, 23, 30	34.	7, 10, 14, 16, 32, 33
15.	9, 11, 14, 23, 29, 38	35.	15, 17, 19, 21, 34, 36
16.	12, 13, 16, 15, 24, 30	36.	5, 19, 27, 29, 33, 38
17.	4, 11, 19, 23, 36, 38	37.	3, 7, 9, 27, 31, 33
18.	5, 7, 8, 19, 20, 29	38.	6, 12, 17, 28, 34, 35
19.	9, 11, 15, 17, 24, 33	39.	4, 10, 13, 18, 26, 34
20.	9, 12, 16, 25, 26, 34	40.	2, 8, 22, 23, 30, 37



Таблица 5

## Форма представления результатов определения картографических проекций

№ карты	Изображенная на карте территория (акватория)	Форма рамки карты	Какими линиями изображаются меридианы и параллели	Как изменяются промежутки между параллелями по прямому меридиану	Дополнительные признаки проекции	Класс проекции по виду вспомогательной геометрической поверхности	Класс проекции по характеру искажений	Название проекции
1	бывший СССР	прямоугольная	меридианы – прямые, параллели – дуги концентрических окружностей	равны	точка пересечения меридианов отстоит от дуги с широтой $90^\circ$ примерно на величину $6^\circ$	нормальная коническая	равнопромежуточная	нормальная коническая равнопромежуточная проекция Каврайского

Таблица 6

## Определитель проекций картографических сеток карт мира

Какова форма рамки карты или вид всей сетки	Какими линиями изображаются меридианы и параллели	Как изменяются промежутки между параллелями по прямому меридиану с удалением от экватора	Название проекции
сетка и рамка – прямоугольник, полюс в рамке карты не изображается	прямыми	сильно увеличиваются: между параллелями $70^\circ$ и $80^\circ$ приблизительно в четыре с половиной раза больше, чем между экватором и параллелью $10^\circ$	нормальная цилиндрическая равноугольная проекция Меркатора
		увеличиваются: между параллелями $60^\circ$ и $80^\circ$ приблизительно в 2,6 раза больше, чем между экватором и параллелью $20^\circ$	нормальная цилиндрическая проекция Урмаева 1945 года
		увеличиваются: между параллелями $60^\circ$ и $80^\circ$ приблизительно в 1,8 раза больше, чем между экватором и параллелью $20^\circ$	нормальная цилиндрическая проекция Урмаева 1948 года
		увеличиваются: между параллелями $70^\circ$ и $80^\circ$ приблизительно в 1,8 раза больше, чем между экватором и параллелью $10^\circ$	нормальная перспективно-цилиндрическая проекция Голла (БСАМ)

рамка – прямоугольник, полюс в рамке карты не изображается	параллели – прямыми, меридианы – кривыми	увеличиваются: между параллелями 70 и 80° почти в 1,5 раза больше, чем между экватором и параллелью 10°	псевдоцилиндрическая проекция ЦНИИ-ГАиК 1944 года
		увеличиваются: между параллелями 60 и 80° почти в 1,5 раза больше, чем между экватором и параллелью 20°	псевдоцилиндрическая проекция Урмаева
	параллели – дугами эксцентрических окружностей, меридианы – кривыми	сохраняются равными	поликоническая проекция ЦНИИГАиК 1950 года
		увеличиваются: между параллелями 70 и 80° приблизительно в 1,3 раза больше, чем между экватором и параллелью 10°	поликоническая проекция ЦНИИГАиК (для БСЭ)
	дугами окружностей	увеличиваются: между параллелями 70 и 80° приблизительно в 2,3 раза больше, чем между экватором и параллелью 10°	круговая проекция Гринтена
рамка – прямоугольник, полюс изображается рядом прямых	параллели – прямыми, меридианы – кривыми	сохраняются равными	псевдоцилиндрическая эллиптическая проекция Каврайского
		сильно уменьшаются: между параллелями 80 и 90° более чем в пять раз меньше, чем между экватором и параллелью 10°	псевдоцилиндрическая синусоидальная равновеликая проекция Каврайского
сетка и рамка – эллипс, полюс изображается точкой	параллели – прямыми, меридианы – кривыми	уменьшаются: между полюсом и параллелью 80° расстояние более чем в 2,5 раза меньше, чем между экватором и параллелью 10°	равновеликая псевдоцилиндрическая проекция Мольвейде
	кривыми	уменьшаются: приполярный промежуток составляет приблизительно в 2,5 раза меньше приэкваториального	производная равновеликая проекция Аитова-Гаммера
сетка с разрывами, полюс изображается несколькими точками	параллели – прямыми, меридианы – кривыми	уменьшаются: между полюсом и параллелью 80° расстояние в 1,6 раза меньше, чем между экватором и параллелью 10°	равновеликая псевдоцилиндрическая проекция Мольвейде-Гуда с разрывами
сетка с разрывами, полюс изображается рядом прямых		сильно уменьшаются: между полюсом и параллелью 80° расстояние примерно в 3,5 раз меньше, чем между экватором и параллелью 10°	равновеликая псевдоцилиндрическая синусоидальная проекция БСАМ с разрывами

Таблица 7

Определитель проекций картографических сеток карт полушарий			
Какими линиями изображаются параллели	Как изменяются промежутки по среднему (прямому) меридиану и экватору от центра полушария к его краям	Какой линией изображается экватор	Название проекции
окружностями или дугами окружностей	увеличиваются от 1 приблизительно до 2	прямой	поперечная азимутальная равноугольная (стереографическая) проекция
		окружностью	нормальная азимутальная равноугольная (стереографическая) проекция
	равны	окружностью	нормальная азимутальная равнопромежуточная проекция Постеля
	уменьшаются от 1 до 0,9	окружностью	нормальная азимутальная равновеликая проекция Ламберта
прямыми	сильно уменьшаются	прямой	поперечная азимутальная ортографическая проекция
кривыми, увеличивающими кривизну с удалением от среднего меридиана к крайним	уменьшаются от 1 приблизительно до 0,7	прямой	поперечная азимутальная равновеликая проекция Ламберта
	уменьшаются от 1 приблизительно до 0,8		поперечная азимутальная проекция Гинзбурга
	равны		поперечная азимутальная равнопромежуточная проекция Постеля
	увеличиваются от 1 приблизительно до 2	кривой	косая азимутальная равноугольная (стереографическая) проекция
	уменьшаются от 1 приблизительно до 0,9		косая азимутальная равновеликая проекция Ламберта

## Определитель проекций картографических сеток карт материков и их крупных частей

Как изменяются промежутки между параллелями по среднему (прямому) меридиану от центра материка к северу и к югу	Какими линиями изображаются параллели и меридианы	Как изменяются промежутки между соседними параллелями с удалением от среднего меридиана к западу и к востоку	Какой линией изображается экватор	Название проекции
уменьшаются	параллели и меридианы – кривыми, увеличивающими кривизну с удалением от среднего (прямого) меридиана к западу и к востоку	увеличиваются	кривой	косая азимутальная равновеликая проекция Ламберта
			прямой	поперечная азимутальная равновеликая проекция Ламберта
	параллели – концентрическими окружностей, меридианы – прямыми	уменьшаются	окружностью	нормальная азимутальная равновеликая проекция Ламберта
равны	параллели – прямыми, меридианы – кривыми	остаются постоянными	прямой	равновеликая псевдоцилиндрическая синусоидальная проекция Сансона
	параллели – дугами концентрических окружностей, меридианы – кривыми		дугой окружности	равновеликая псевдоконическая проекция Бонна
	параллели – концентрическими окружностями, меридианы – прямыми		окружностью	нормальная азимутальная равнопромежуточная проекция Постеля
	параллели – дугами концентрических окружностей, меридианы – прямыми		дугой окружности	нормальная коническая равноугольная проекция Каврайского 1934 года
увеличиваются	параллели – концентрическими окружностями, меридианы – прямыми	остаются постоянными	окружностью	нормальная азимутальная равноугольная (стереографическая) проекция
	кривыми	увеличиваются	кривой	косая азимутальная равноугольная (стереографическая) проекция

Таблица 9

## Определитель проекций картографических сеток карт океанов

Какова форма рамки	Какими линиями изображаются параллели и меридианы	Как изменяются промежутки между параллелями по среднему (прямому) меридиану с удалением от экватора	Название проекции
рамка – окружность	параллели – концентрическими окружностями, меридианы – прямыми	увеличиваются	нормальная азимутальная равноугольная (стереографическая) проекция
		равны	нормальная азимутальная равнопромежуточная проекция Постеля
сетка и рамка – прямоугольник, полюс в рамке карты не изображается	прямыми	сильно увеличиваются: между параллелями 70 и 80° приблизительно в четыре с половиной раза больше, чем между экватором и параллелью 10°	нормальная цилиндрическая равноугольная проекция Меркатора
		увеличиваются: между параллелями 60 и 80° приблизительно в 2,6 раза больше, чем между экватором и параллелью 20°	нормальная цилиндрическая проекция Урмаева 1945 года
		увеличиваются: между параллелями 60 и 80° приблизительно в 1,8 раза больше, чем между экватором и параллелью 20°	нормальная цилиндрическая проекция Урмаева 1948 года
рамка – прямоугольник, полюс в рамке карты не изображается	параллели – прямыми, меридианы – кривыми	незначительно уменьшаются	псевдоцилиндрическая синусоидальная проекция Урмаева (с небольшими искажениями площадей)
		уменьшаются: между параллелями 70 и 80° в 2,1 раза меньше, чем между экватором и параллелью 10°	псевдоцилиндрическая синусоидальная равновеликая проекция Урмаева
	кривыми	незначительно уменьшаются: между параллелями 60 и 70° в 1,1 раза меньше, чем между экватором и параллелью 10°	поперечная с овальными изоколами проекция ЦНИИГАиК
рамка – прямоугольник, полюс изображается рядом прямых	параллели – прямыми, меридианы – кривыми	сохраняются равными	псевдоцилиндрическая эллиптическая проекция Каврайского
		сильно уменьшаются: между параллелями 80 и 90° более чем в пять раз меньше, чем между экватором и параллелью 10°	псевдоцилиндрическая синусоидальная равновеликая проекция Каврайского

Таблица 10

Определитель проекций картографических сеток карт бывшего СССР и РФ			
Какими линиями изображаются меридианы и параллели	Как изменяются промежутки между параллелями по среднему (прямому) меридиану	Дополнительные указания о проекции	Название проекции
параллели – дугами концентрических окружностей, меридианы – прямыми	увеличиваются от средней широты к северу и к югу	точка Северного полюса может быть получена в пересечении меридианов	нормальная равноугольная коническая проекция Ламберта-Гаусса
	равны	точка пересечения меридианов отстоит от дуги с широтой $90^\circ$ примерно на величину $3^\circ$	нормальная коническая равнопромежуточная проекция Красовского
		точка пересечения меридианов отстоит от дуги с широтой $90^\circ$ примерно на величину $6^\circ$	нормальная коническая равнопромежуточная проекция Каврайского
параллели и меридианы – кривыми	увеличиваются к северу, между полюсом и параллелью $80^\circ$ в 1,3 раза больше, чем между параллелями $40$ и $50^\circ$	прямой меридиан – $100^\circ$ восточной долготы; сетка зрительно передает шарообразность Земли	косая перспективно-цилиндрическая проекция Соловьева
	равны	прямой меридиан – $120^\circ$ восточной долготы; многие меридианы меняют направление выпуклости	косая цилиндрическая равнопромежуточная проекция ЦНИИГАиК
	практически равны	прямой меридиан – $90^\circ$ восточной долготы	косая азимутальная проекция ЦНИИГАиК
	незначительно уменьшаются от средней широты к северу и к югу	прямой меридиан – $100^\circ$ восточной долготы; многие меридианы меняют направление выпуклости	косая перспективно-цилиндрическая проекция ЦНИИГАиК
параллели – дугами эксцентрических окружностей, меридианы – кривыми	уменьшаются от юга к северу: между полюсом и параллелью $80^\circ$ составляют 0,9 величины расстояния между параллелями $40$ и $50^\circ$	прямой меридиан – $90^\circ$ восточной долготы	видоизмененная поликоническая проекция Салмановой

## Задание 2: Вычисление размеров искажений

**Цель задания.** Изучить способы определения размеров искажений на картах, научиться понимать характер распределения искажений в картографических проекциях, получить навыки построения эллипсов искажений и оценки через их размеры и форму характера и величин искажений.

**Выполнение задания.** Для трех точек с указанными географическими координатами  $\varphi$  и  $\lambda$  из приведенных ниже вариантов заданий определить следующие величины:

- масштаб площади  $p$ ;
- наибольший  $a$  и наименьший  $b$  масштабы;
- максимальное искажение угла  $\omega$ ;
- искажение форм  $k$ ;
- направление наибольшего частного масштаба  $\alpha_0$ ;
- величину вектора  $\vec{\rho}$  и его направление  $\beta$ .

Определение произвести, пользуясь формулами [6], [7], [9] – [11], [18], [19]:

$$p = mn \sin \theta = ab, \quad \sin \frac{\omega}{2} = \frac{a-b}{a+b}, \quad \beta = \arctg \left( \frac{k-1}{p-1} \right)$$

$$\begin{cases} a+b = \sqrt{m^2 + 2p + n^2} \\ a-b = \sqrt{m^2 - 2p + n^2} \end{cases}, \quad tg \alpha_0 = \pm \frac{b}{a} \sqrt{\frac{a^2 - m^2}{m^2 - b^2}},$$

$$k = \frac{a}{b}, \quad \vec{\rho} = \sqrt{(p-1)^2 + (k-1)^2}$$

и картами с изоколами. Для каждой точки сделать выкопировку эллипса искажений и вектора  $\vec{\rho}$ .

**Исходные материалы.** Варианты картографических проекций с изоколами (прил. 2), географические координаты  $\varphi$  и  $\lambda$  трех точек, карандаш, ластик, циркуль-измеритель, линейка, транспортир, калькулятор, таблица длин одноградусных дуг параллелей и меридианов на эллипсоиде Красовского (прил. 3), таблицы тригонометрических функций (прил. 4), калька, листинг программы для автоматизированного расчета величин искажений (прил. 5).

### Указания к выполнению задания.

1. При определении искажений в точке с заданными координатами  $\varphi$  и  $\lambda$  на

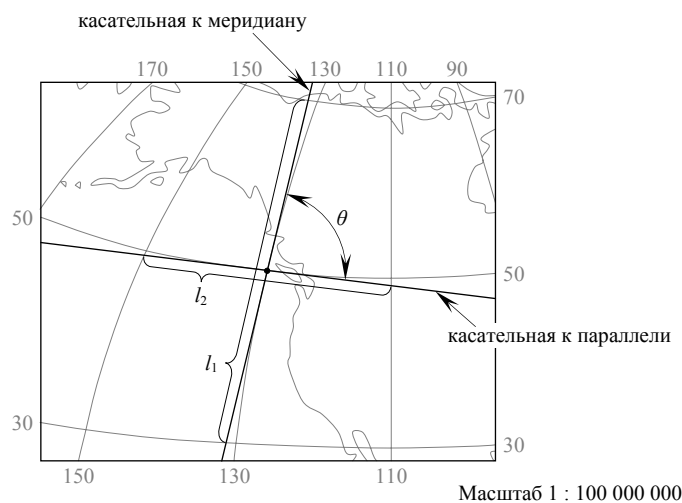


Рис. 21. Схема определения длин касательных к меридиану  $L_1$  и параллели  $L_2$ , а также угла  $\theta$  между ними на карте.

первом этапе следует найти частные масштабы по меридиану  $m$  и параллели  $n$ . Для этого с помощью циркуля-измерителя и линейки определяют по карте (с точностью до 0,1 мм) длины отрезков касательных к меридиану  $L_1$  и параллели  $L_2$ , на которых лежит данная точка. Измерения производятся по меридиану к северу и к югу, по параллели – к востоку и западу до соседних к данной точке параллелей и меридианов соответственно (рис. 21). Соответствующие им длины на эллипсоиде  $L_1$  и  $L_2$  берутся из приложения 3. Частные масшта-

бы по меридиану  $m$  и параллели  $n$  выражаются в долях главного с точностью до 0,01 по формулам:

$$m = \frac{l_1}{L_1} M, \quad [27]$$

$$n = \frac{l_2}{L_2} M, \quad [28]$$

где  $M$  – знаменатель главного масштаба карты.

2. Измерить с помощью транспорта острый угол  $\theta$  между касательными к меридиану и параллели в данной точке с точностью до  $0,1^\circ$  (рис. 21).

3. Вычислить с помощью калькулятора и таблиц тригонометрических функций (прил. 4) по приведенным выше формулам величины  $p, a, b, k, \vec{p}$  с точностью до 0,01 и  $\omega, \alpha_0, \beta$  с точностью до  $0,1^\circ$ .

4. Определить величины  $p$  и  $\omega$ , пользуясь картографической сеткой предложенной проекции с изоколами путем интерполирования (прил. 2)

5. Для величин  $p$  и  $\omega$  по двум определениям найти средние арифметические значения.

6. Сделать выкопировку участка карты с данной точкой и показать эллипс искажений.

7. Вычертить вектор  $\vec{p}$  для заданной точки.

Результаты работы оформляются в виде таблицы 11.

Пример выполнения задания.

Определить величины искажений для точки с координатами  $30^\circ$  с.ш. и  $20^\circ$  в.д. для карты 1 приложения 2.

Карта составлена в нормальной азимутальной равнопромежуточной проекции Постеля на касательной плоскости, следовательно искажения всех видов отсутствуют в центральной точке, совпадающей с Северным полюсом, длины сохраняются вдоль всех меридианов (т.е.  $m = 1$ ), а изоколы имеют вид окружностей. Длины отрезков касательных к меридиану  $l_1$  и параллели  $l_2$  в данной точке, измеренные с точностью до 0,1 мм, равны 1,11 и 1,18 см соответственно. Поскольку картографическая сетка ортогональна, угол пересечения меридианов и параллелей  $\theta$  равен  $90,0^\circ$ .

Определение соответствующих отрезкам  $l_1$  и  $l_2$  на карте длин на земном эллипсоиде  $L_1$  и  $L_2$  следует проводить по таблице длин одноградусных дуг параллелей и меридианов на эллипсоиде Красовского (прил. 3). Отрезок  $l_1$ , заключенный между  $40^\circ$  и  $20^\circ$  широты, на земном эллипсоиде равен разнице между расстояниями по меридиану от экватора до параллелей  $40^\circ$  и  $20^\circ$  (рис. 22а): первое расстояние равно 4 429 607 м, второе – 2 212 406 м, разница между ними –  $L_1 = 2 217 201$  м<sup>1</sup>. Отрезок  $l_2$  соответствует расстоянию по 30-ой параллели в  $20^\circ$  долготы ( $30^\circ - 10^\circ$  в.д.);  $1^\circ$  30-ой параллели имеет длину 96 488 м, а  $20^\circ - L_2 = 1 929 760$  м (рис. 22б).

Для вычисления частных масштабов  $m$  и  $n$  необходимо перевести величины  $l_1, l_2, L_1$  и  $L_2$  в одни единицы измерения:

$$m = \frac{l_1}{L_1} M = \frac{0,0111 \text{ м}}{2 217 201 \text{ м}} \cdot 200 000 000 = 1,00,$$

<sup>1</sup> В том случае, когда заданная точка лежит на экваторе, расстояние  $L_1$  равно удвоенной длине от экватора до ближайшей параллели.



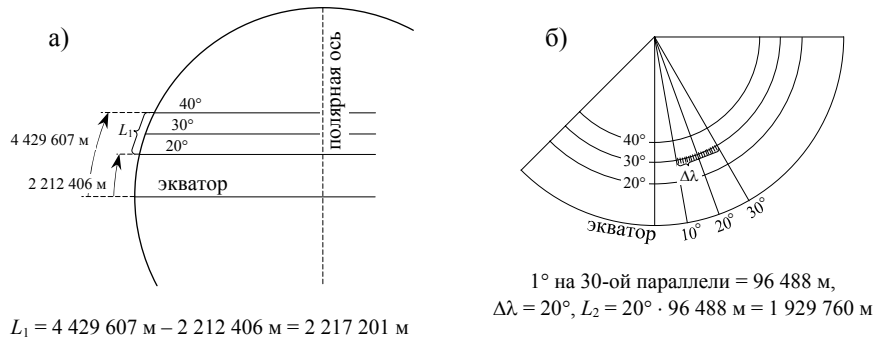


Рис. 22. Схема определения длин  $L_1$  (а) и  $L_2$  (б) на земном эллипсоиде, соответствующих отрезкам касательных  $l_1$  и  $l_2$  на карте.

$$n = \frac{l_2}{L_2} M = \frac{0,0118 \text{ м}}{2 217 201 \text{ м}} \cdot 200 000 000 = 1,22.$$

Полученные значения свидетельствуют о сохранении главного масштаба длин вдоль меридиана и преувеличении длин вдоль параллели на 22 %.

Далее по формулам определяем все требуемые показатели:

$$p = mn \sin \theta = 1,00 \cdot 1,22 \cdot \sin 90^\circ = 1,22,$$

$$\begin{cases} a + b = \sqrt{m^2 + 2p + n^2} \\ a - b = \sqrt{m^2 - 2p + n^2} \end{cases} = \begin{cases} a + b = \sqrt{1,00^2 + 2 \cdot 1,22 + 1,22^2} \\ a - b = \sqrt{1,00^2 - 2 \cdot 1,22 + 1,22^2} \end{cases} = \begin{cases} a + b = 2,22 \\ a - b = 0,22 \end{cases}$$

$$2a = 2,44,$$

$$a = 1,22$$

$$b = 1,00$$

$$k = \frac{a}{b} = \frac{1,22}{1,00} = 1,22,$$

$$\sin \frac{\omega}{2} = \frac{a - b}{a + b} = \frac{0,22}{2,22} = 0,0991, \quad \frac{\omega}{2} = \arcsin(0,10) = 5,7^\circ, \quad \omega = 11,4^\circ,$$

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \pm \frac{b}{a} \sqrt{\frac{a^2 - m^2}{m^2 - b^2}} = \pm \frac{1,00}{1,22} \sqrt{\frac{1,22^2 - 1,00^2}{1,00^2 - 1,00^2}} = \pm \infty, \quad \alpha_0 = \operatorname{arctg}(\pm \infty) = \pm 90^\circ,$$

$$\bar{\rho} = \sqrt{(p-1)^2 + (k-1)^2} = \sqrt{(1,22-1)^2 + (1,22-1)^2} = 0,31,$$

$$\beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{k-1}{p-1}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1,22-1}{1,22-1}\right) = \operatorname{arctg}(1) = 45^\circ.$$

По карте изокол (карта 1 прил. 2) путем интерполирования определяем, что величина искажения площади  $p$  в точке  $30^\circ$  с.ш. и  $20^\circ$  в.д. равна 1,22, а величина искажения угла  $\omega - 11,0^\circ$ . Таким образом, средние значения искажения площадей и углов по трем измерениям составляют:

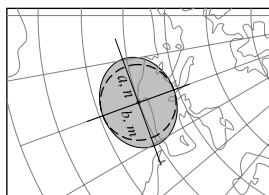
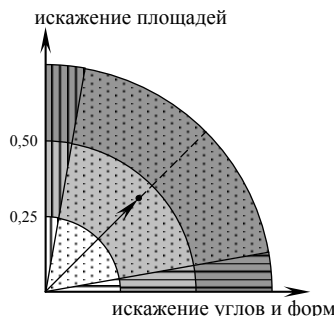
$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2} = \frac{1,22 + 1,22}{2} = 1,22,$$

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \frac{11,4^\circ + 11,0^\circ}{2} = 11,2^\circ.$$

Расхождения в значениях величин, определяемых различными способами, могут возникать за счет ошибок округления, неточностей измерений или интерполирования. Полученные значения подтверждают равнопромежуточные свойства проекции:  $m = 1,00$ ,  $\beta = 45^\circ$ . Площади бесконечно малых фигур в данной точке преувели-

чиваются на 22 %, а максимальное расхождение углов на карте и на эллипсоиде составляет  $11,2^\circ$ . Направление наибольшего частного масштаба  $a$  совпадает с направлением параллели ( $\alpha_0 = \pm 90^\circ$ ), экстремальные частные масштабы равны частным масштабам по меридиану и параллели ( $a = n$ ,  $b = m$ ). Точка лежит в области умеренных искажений. Судя по форме и величине эллипса искажений деформации изображения исходной земной поверхности проявились в его растяжении в субширотном направлении. Результаты работы представляются в виде таблицы 11.

Таблица 11

Форма представления результатов вычислений размеров искажений			
Нормальная азимутальная равнопромежуточная проекция Постеля			
масштаба 1 : 200 000 000 (Северное полушарие)			
Точка №1: $\varphi = 30^\circ$ с.ш., $\lambda = 20^\circ$ в.д.			
$\Delta\varphi = 10^\circ$ $l_1 = 1,11 \text{ см} = 0,011 \text{ м}$	Измерения на карте $\Delta\lambda = 10^\circ$ $l_2 = 1,18 \text{ см} = 0,018 \text{ м}$	$M = 200\,000\,000$ $\theta = 90,0^\circ$	
Определение длин на земном эллипсоиде			
$L_1 = 4\,429\,607 \text{ м} - 2\,212\,406 \text{ м} = 2\,217\,201 \text{ м}$	$L_2 = 20^\circ \cdot 96\,488 \text{ м} = 1\,929\,760 \text{ м}$		
Вычисление размеров искажений по формулам			
$m = \frac{0,0111}{2\,217\,201} = 1,00$ $\begin{cases} a + b = \sqrt{1,00^2 + 2 \cdot 1,22 + 1,22^2} \\ a - b = \sqrt{1,00^2 - 2 \cdot 1,22 + 1,22^2} \end{cases}$ $+ \begin{cases} a + b = 2,22 \\ a - b = 0,22 \end{cases}$ $a = 1,22, \quad b = 1,00$	$n = \frac{0,0118}{1\,929\,760} = 1,22$ $\sin \frac{\omega}{2} = \frac{1,22 - 1,00}{1,22 + 1,00} = 0,0991$ $\frac{\omega}{2} = 5,7^\circ, \quad \omega = 11,4^\circ$ $k = \frac{1,22}{1,00} = 1,22$	$p = 1,00 \cdot 1,22 \cdot \sin 90^\circ = 1,22$ $\operatorname{tg} \alpha_0 = \pm \frac{1,00}{1,22} \sqrt{\frac{1,22^2 - 1,00^2}{1,00^2 - 1,00^2}} = \pm \infty$ $\alpha_0 = \pm 90^\circ$ $\bar{\rho} = \sqrt{(1,22 - 1)^2 + (1,22 - 1)^2} = 0,31$ $\beta = \arctg\left(\frac{1,22 - 1}{1,22 - 1}\right) = 45^\circ$	
Вычисление размеров искажений по карте изогол			
$p = 1,22$	$\omega = 11,0^\circ$		
Средние арифметические значения искажения $p$ и $\omega$			
$\bar{p} = \frac{1,22 + 1,22}{2} = 1,22$	$\bar{\omega} = \frac{11,4^\circ + 11,0^\circ}{2} = 11,2^\circ$		
Эллипс искажений	Вектор $\bar{\rho}$		
 <p>1 см радиуса эллипса искажений = 1 ед. частного масштаба длин</p>			
Вывод. Полученные значения подтверждают равнопромежуточные свойства проекции: $m = 1,00$ , $\beta = 45^\circ$ . Площади бесконечно малых фигур в данной точке преувеличиваются на 22 %, а максимальное расхождение углов на карте и на эллипсоиде составляет $11,2^\circ$ . Направление наибольшего частного масштаба $a$ совпадает с направлением параллели ( $\alpha_0 = \pm 90^\circ$ ), экстремальные частные масштабы равны частным масштабам по меридиану и параллели ( $a = n$ , $b = m$ ). Точка лежит в области умеренных искажений. Судя по форме и величине эллипса искажений деформации изображения исходной земной поверхности проявились в его растяжении в субширотном направлении.			

Для построения эллипса искажений на касательных к меридиану и параллели от заданной точки в обоих направлениях откладываются величины частных масштабов  $m$  и  $n$  соответственно из расчета в 1 см радиуса эллипса – 1 единица частного масштаба длин. Далее от касательной к меридиану в направлении полюса откладывается угол  $\alpha_0$  – направление наибольшего частного масштаба  $a$ , к которому в заданной точке восстанавливается перпендикуляр – направление наименьшего частного масштаба  $b$ . На построенных направлениях откладываются величины  $a$  и  $b$  (рис. 23а). В целях уточнения построений можно воспользоваться формулой [8] для получения промежуточных значений радиусов эллипса. Засечки расстояний соединяются плавной линией (рис. 23б). В заданной точке пунктирной линией радиусом 1,00 вычерчивается исходная окружность. Вектор  $\vec{\rho}$  строится в соответствии с рисунком 8 по рассчитанным значениям направления вектора  $\beta$  и его скалярной величины.

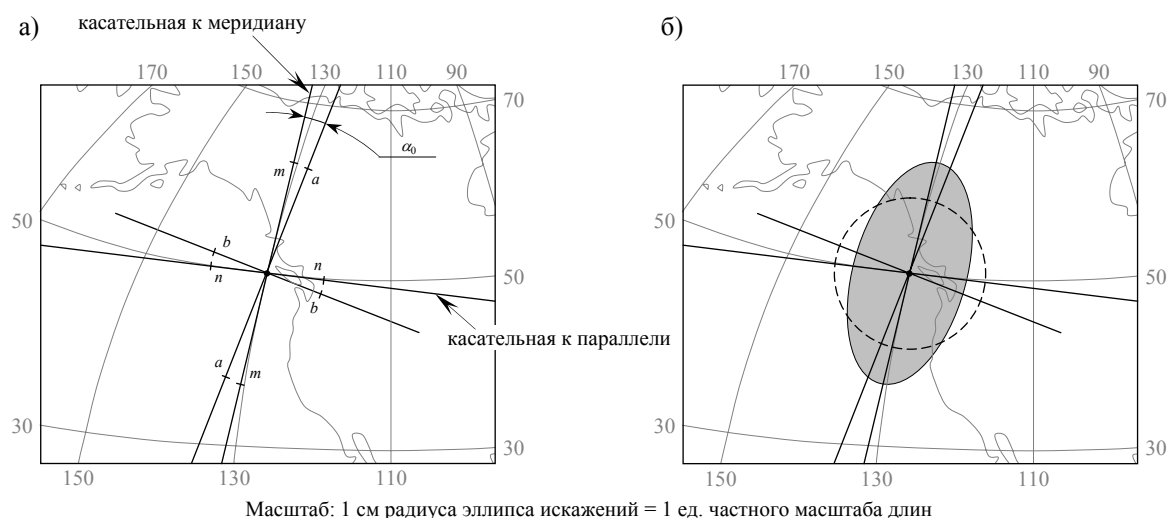


Рис. 23. Схема построения эллипса искажений: откладывание длин  $m = 1,50$ ,  $n = 0,75$ ,  $a = 1,55$  и  $b = 0,71$  в заданных направлениях (а) и соединение отмеченных засечек до получения эллипса (б). Пунктирной линией показана исходная (недеформированная) окружность радиусом 1,00. Форма и величина эллипса показывают, что при разворачивании криволинейной земной поверхности в плоскость (т.е. при использовании картографической проекции) в точке  $\varphi = 50^\circ$  с.ш. и  $\lambda = 130^\circ$  з.д. произошло сжатие изображения в субширотном направлении на 25 % и растяжение его в субмеридиональном направлении на 50 %. Экстремальные (наименьшая и наибольшая) величины сжатия и растяжения в этой точке равны 29 и 55 % соответственно.

Выполнение на ЭВМ. Пример программы для автоматизированного вычисления размеров искажений приведен в приложении 5.

Сроки выполнения и оценка работы. Работа рассчитана на 2 практических занятия. Результаты работы оцениваются 7 баллами: для каждой из трех точек начисляется по полбалла за верно рассчитанные значения искажений  $p$ ,  $k$ ,  $\omega$  и вектора  $\vec{\rho}$ ; одним баллом оценивается общее качество оформления рисунков.

Варианты заданий

№ варианта	Номер карты (прил. 3)	Координаты точек		
		$\varphi_1, \lambda_1$	$\varphi_2, \lambda_2$	$\varphi_3, \lambda_3$
1.	2	40° с.ш., 110° з.д.	20° с.ш., 10° в.д.	0 ш., 100° в.д.
2.	3	30 ю.ш., 20° з.д.	70 с.ш., 180° д.	10° с.ш., 140° в.д.
3.	4	50 с.ш., 10° з.д.	60° ю.ш., 0° д.	10° ю.ш., 60° в.д.
4.	5	30 с.ш., 0° д.	20° с.ш., 70° в.д.	40° ю.ш., 100° в.д.
5.	6	50° с.ш., 90° з.д.	10° с.ш., 0° д.	30° ю.ш., 100° в.д.
6.	2	20° ю.ш., 80° з.д.	60° с.ш., 50° в.д.	70° ю.ш., 60° в.д.

Продолжение вариантов заданий

7.	3	0° ш., 60° з.д.	20° с.ш., 90° в.д.	60° ю.ш., 130° з.д.
8.	4	40° с.ш., 110° з.д.	0° ш., 50° в.д.	60° ю.ш., 170° з.д.
9.	5	10° ю.ш., 30° в.д.	50° с.ш., 130° в.д.	70° ю.ш., 60° в.д.
10.	6	20 с.ш.°, 20° з.д.	40° с.ш., 110° в.д.	0° ш., 40° в.д.
11.	2	10° ю.ш., 120° з.д.	30° с.ш., 10° в.д.	60° ю.ш., 100° з.д.
12.	3	40° ю.ш., 30° в.д.	10° с.ш., 0° д.	50° с.ш., 150° з.д.
13.	4	10° ю.ш., 20° з.д.	30° с.ш., 170° в.д.	70° ю.ш., 40° в.д.
14.	5	0° ш., 0° д.	40° ю.ш., 50° в.д.	60° с.ш., 50° в.д.
15.	6	20° ю.ш., 20° з.д.	60° ю.ш., 150° в.д.	30° с.ш., 50° з.д.
16.	2	60° ю.ш., 60° в.д.	40° ю.ш., 160° в.д.	30 с.ш.°, 80° з.д.
17.	3	40° с.ш., 30° в.д.	60° с.ш., 0° д.	50° ю.ш., 40° з.д.
18.	4	20° с.ш., 10° в.д.	20° ю.ш., 180° д.	40° ю.ш., 40° з.д.
19.	5	20° ю.ш., 80° в.д.	30° ю.ш., 0° д.	10° с.ш., 50° в.д.
20.	6	50° с.ш., 90° в.д.	0° ш., 40° з.д.	20° ю.ш., 70° в.д.
21.	2	10° с.ш., 50 з.д.°	30 ю.ш.°, 100° в.д.	50° с.ш., 40° з.д.
22.	3	70° с.ш., 70° з.д.	0° ш., 40° в.д.	10° ю.ш., 170° в.д.
23.	4	70° с.ш., 110° з.д.	30° ю.ш., 60° з.д.	0° ш., 80° в.д.
24.	5	60° с.ш., 0° д.	50° ю.ш., 80° в.д.	60° ю.ш., 10° в.д.
25.	6	60° с.ш., 30° в.д.	50° ю.ш., 50° в.д.	30° с.ш., 70° в.д.
26.	2	0° ш., 20° в.д.	30° ю.ш., 110° з.д.	60° с.ш., 80° з.д.
27.	3	30° с.ш., 20° з.д.	50° ю.ш., 110° в.д.	10° ю.ш., 140° з.д.
28.	4	40° с.ш., 120° в.д.	10° с.ш., 70° в.д.	70° ю.ш., 20° з.д.
29.	5	70° с.ш., 90° в.д.	40° с.ш., 40° в.д.	0° ш., 100° в.д.
30.	6	10° ю.ш., 160° з.д.	40° ю.ш., 70° з.д.	70° с.ш., 60° з.д.
31.	2	50° с.ш., 0° д.	40° с.ш., 50° в.д.	10° ю.ш., 80° в.д.
32.	3	50° с.ш., 120° в.д.	30° с.ш., 180° д.	20° ю.ш., 50° в.д.
33.	4	40° ю.ш., 110° з.д.	0° ш., 170° з.д.	20° с.ш., 40° в.д.
34.	5	50° с.ш., 80° в.д.	30° с.ш., 140° в.д.	10° ю.ш., 60° в.д.
35.	6	40° с.ш., 30° з.д.	10° ю.ш., 0° д.	50 ю.ш.°, 10° в.д.
36.	2	70° с.ш., 130° з.д.	40° ю.ш., 0° д.	10° с.ш., 70° в.д.
37.	3	20° ю.ш., 140° в.д.	60° с.ш., 150° з.д.	40° с.ш., 70° з.д.
38.	4	60° с.ш., 30° в.д.	40° ю.ш., 90° в.д.	10° с.ш., 50° з.д.
39.	5	20° ю.ш., 20° в.д.	30° ю.ш., 130° в.д.	40° с.ш., 110° в.д.
40.	6	70° с.ш., 60° в.д.	20 с.ш.°, 150° в.д.	40 ю.ш.°, 50° в.д.

### Задание 3: Построение картографических сеток нормальных проекций

Цель задания. Изучить аналитические способы построения картографических сеток некоторых общеупотребительных проекций нормальных по виду меридианов и параллелей, уметь строить их по уравнениям картографических проекций, графически оценивать искажения масштаба длин по главным направлениям и научиться переносить элементы картографического изображения по *трапециям картографической сетки* (фигурам, образованным линиями меридианов и параллелей).

Выполнение задания. Вычертить макет картографической сетки для одного из предлагаемых вариантов; рассчитать и составить график уклонов масштаба длин по главным направлениям; по картографическим трапециям перенести из карт Атласа мира контур географического объекта.

Исходные материалы. Варианты заданий на построение картографических сеток и контура географических объектов в заданной проекции, карандаш, ластик, циркуль-измеритель, линейка, транспортир, калькулятор, тонко пишущая черная гелевая ручка, ватманский лист формата А4 и А5, таблицы тригонометрических (прил. 4) и картографических (прил. 6) функций, Атлас Мира (1954, 1967, 1999 годов издания), калька.

#### Указания к выполнению задания.

1. Ознакомившись с вариантом задания, выяснить общие правила построения картографических сеток в этом классе проекций. При построении картографических сеток земной эллипсоид заменим шаром, что для карт мелких масштабов (мельче 1 : 10 000 000) совершенно непринципиально (см. § 2.2). В вычислениях следует учитывать, что значение радиуса земного шара  $R$  и расстояние от точки зрения до центра земного шара в перспективных проекциях  $D$  берется до 1 метра, все расстояния на карте  $X$ ,  $Y$  и  $\rho$ , выраженные в масштабе карты, определяются с точностью до 0,1 мм, углы  $\delta$  – с точностью до 0,1°, постоянные проекции  $\alpha$ ,  $k$  и  $C$  – с точностью до 0,001, а величины искажений длин  $m$  и  $n$  – до 0,01. Значения тригонометрических и картографических функций (прил. 4 и 6), а также число «пи» берутся до 4-ого знака после запятой. Наконец, при вычислениях по формулам важно помнить о необходимости перевода длин в одни единицы измерения (например, значений радиуса  $R$  земного шара из метров в сантиметры).

В нормальных цилиндрических проекциях меридианы изображаются семейством равноотстоящих параллельных прямых, а параллели – прямыми, им перпендикулярными (см. § 2.4.3; рис. 9а и 9б). Для построения картографической сетки в центре листа будущей карты прочерчиваются две взаимно перпендикулярные линии – средний меридиан и экватор (рис. 24а). Прямоугольные координаты пересечений линий картографической сетки определяются по [20]:

$$X = f(B) \text{ и } Y = cL,$$

причем расстояние между соседними меридианами  $\Delta Y$  – величина постоянная, а промежутки между параллелями по меридиану  $\Delta X$  определяют характер, величину и распределение искажений, присущие данной цилиндрической проекции, причем величина искажения зависит лишь от широты точки.

В нормальных азимутальных проекциях меридианы имеют вид прямых линий, радиально расходящихся из полюса, а параллели – концентрических окружностей с центрами в полюсе (см. рис. 10а, 10б). Построение картографической сетки начинается с прочерчивания в центре листа будущей карты двух взаимно перпендикулярных направлений – меридианов 0 – 180 и 90 – 270° (рис. 24б). Во избежание

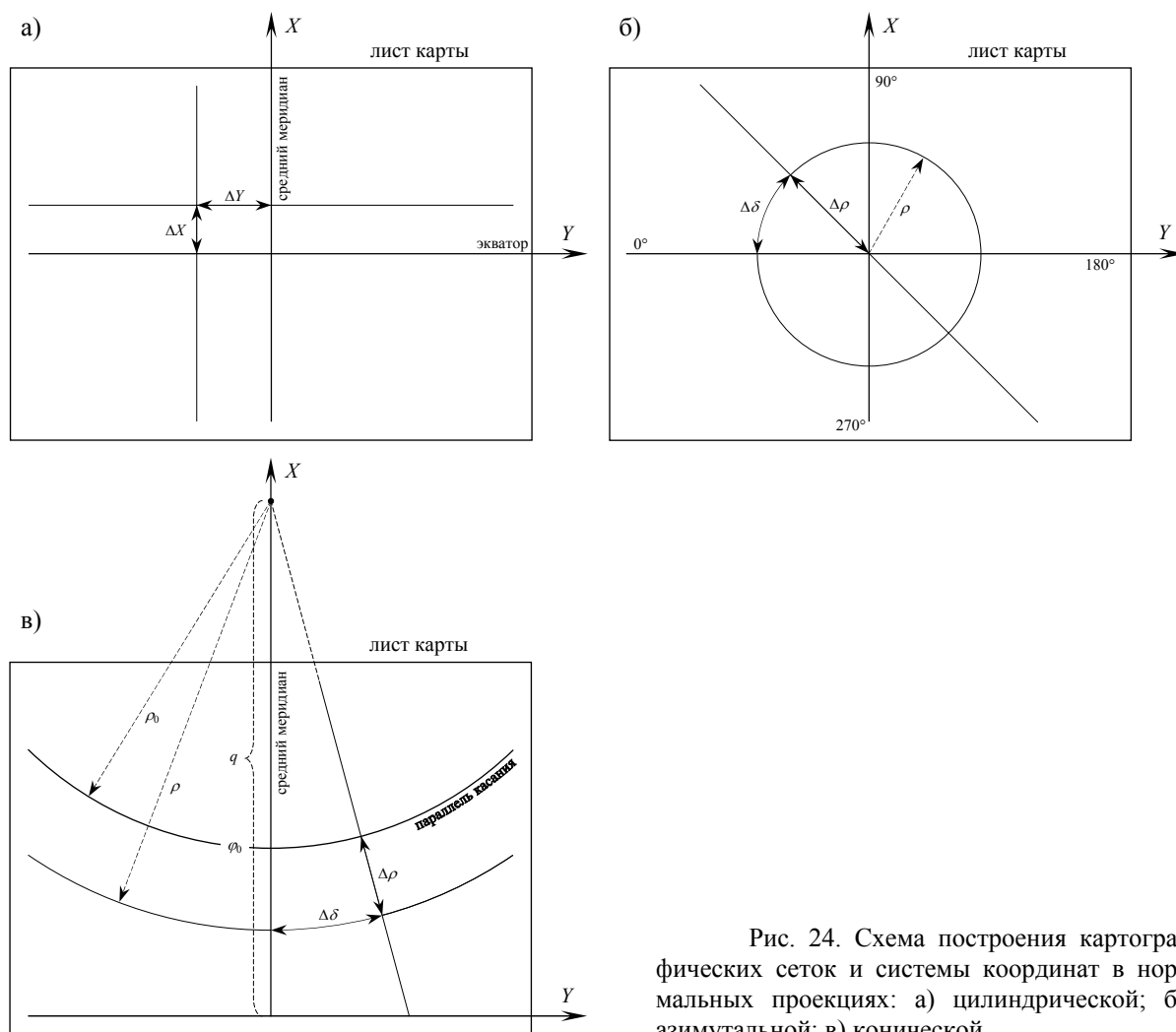


Рис. 24. Схема построения картографических сеток и системы координат в нормальных проекциях: а) цилиндрической; б) азимутальной; в) конической.

сгущения линий меридианов у точки полюса, все прочие меридианы доводят до последней параллели (ближайшей к полюсу). Прямоугольные и полярные координаты пересечений линий меридианов и параллелей определяются по [22]:

$$X = \rho \cos \delta, \quad Y = \rho \sin \delta, \quad \rho = f(B), \quad \delta = L.$$

Углы между меридианами на карте  $\Delta\delta$  равны углам на эллипсоиде, или  $\Delta\lambda$ , – заданной густоте сетки меридианов. Изменение радиусов окружностей  $\Delta\rho$ , изображающих параллели, определяют характер, величину и распределение искажений, присущие данной азимутальной проекции, при этом величина искажения зависит лишь от широты точки.

В нормальных конических проекциях меридианы представлены прямыми линиями, расходящимися из вершины конуса, а параллели – дугами концентрических окружностей (рис. 11а, 11б). Построение картографической сетки следует начинать с проведения в центре листа будущей карты вертикальной линии – среднего меридиана, – на которой чуть ниже середины (0,5 – 1 см) отмечается засечка – точка пересечения среднего меридиана с параллелью касания  $\varphi_0$  конусом земного шара. От найденной точки по направлению к ближайшему полюсу вдоль линии меридиана в масштабе карты откладывается расстояние  $\rho_0$  – радиус дуги окружности, изображающей параллель касания  $\varphi_0$  (при необходимости лист карты сверху достраивается; рис. 24в):

$$\rho_0 = \frac{R \operatorname{ctg} \varphi_0}{M}, \quad [29]$$

где  $M$  – знаменатель главного масштаба карты. Полученная точка является центром дуг концентрических окружностей, изображающих параллели. Координаты пересечений линий меридианов и параллелей определяются по [24]:

$$X = q - \rho \cos \delta, \quad Y = \rho \sin \delta, \quad \rho = f(B), \quad \delta = \alpha L.$$

Видно, что угловые меры меридианов на карте  $\delta$  и на эллипсоиде  $L$  не равны между собой ( $\delta \neq L$ ) и связаны через переходной коэффициент  $\alpha$ , который всегда меньше единицы. Изменение радиусов дуг окружностей  $\Delta\rho$ , изображающих параллели, определяют характер, величину и распределение искажений, присущие данной конической проекции. Величины искажений зависят лишь от широты точек.

2. Выяснить уравнения картографической проекции для предложенного варианта. Как уже указывалось выше, все картографические сетки строятся для шара, радиус которого  $R$  берется из таблицы 2 в зависимости от характера искажений, свойственного данной проекции.

Уравнения *нормальной цилиндрической равнопромежуточной по меридианам проекции* на касательном цилиндре (с квадратной сеткой) имеют вид:

$$X = \frac{\pi R''' \varphi}{180^\circ M}, \quad Y = \frac{\pi R''' \lambda}{180^\circ M}, \quad [30]$$

где  $\pi$  – число «пи», приблизительно равное 3,1416. Если вместо касательного цилиндра использовать цилиндр секущий, то [30] трансформируются в:

$$X = \frac{\pi R_k''' \varphi}{180^\circ M}, \quad Y = \frac{\pi R_k''' \lambda}{180^\circ M}, \quad [31]$$

где  $\varphi_k$  – параллель сечения, а  $R_k'''$  – радиус параллели сечения, равный:

$$R_k''' = R''' \cos \varphi_k. \quad [32]$$

Картографическая сетка таких равнопромежуточных цилиндрических проекций имеет прямоугольный вид. Искажения масштаба длин по меридианам  $m$  и параллелям  $n$  определяются по:

$$m = 1,00, \quad n = \frac{\cos \varphi_k}{\cos \varphi}; \quad [33]$$

в случае использования касательного цилиндра  $\varphi_k$  равно  $0^\circ$ .

Формулы *нормальной цилиндрической равноугольной проекции Меркатора* на касательном цилиндре при отображении поверхности шара можно записать в виде:

$$X = \frac{R' \ln U}{M}, \quad Y = \frac{\pi R' \lambda}{180^\circ M}, \quad [34]$$

где параметр  $U$ , обеспечивающий равноугольность изображения, может быть найден с помощью таблицы картографических функций приложения 6 или:

$$U = \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right). \quad [35]$$

Значения натуральных логарифмов  $U$  берутся из приложения 6. Если касательный цилиндр заменить на секущий по параллели  $\varphi_k$ , то формулы следует преобразовать:

$$X = \frac{R_k' \ln U}{M}, \quad Y = \frac{\pi R_k' \lambda}{180^\circ M}, \quad [36]$$

где значения  $R_k'$  находятся аналогично [32]:

$$R_k' = R' \cos \varphi_k. \quad [37]$$

Нормальная цилиндрическая равноугольная проекция Меркатора обладает свойством локсодромичности (см. § 2.4.3; рис. 13), что определило их широкое применение для составления морских и аэронавигационных карт. В этой проекции искажения длин по меридианам и параллелям равны:

$$m \equiv n = \frac{\cos \varphi_k}{\cos \varphi}; \quad [38]$$

в случае использования касательного цилиндра  $\varphi_k$  равно  $0^\circ$ .

*Нормальная цилиндрическая равновеликая проекция* на касательном цилиндре (изоцилиндрическая проекция) описывается уравнениями:

$$X = \frac{R'' \sin \varphi}{M}, \quad Y = \frac{\pi R'' \lambda}{180^\circ M}. \quad [39]$$

В случае секущего цилиндра в [39] следует внести коррективы:

$$X = \frac{R'' \sin \varphi}{M \cos \varphi_k}, \quad Y = \frac{\pi R'' \lambda}{180^\circ M}, \quad [40]$$

где

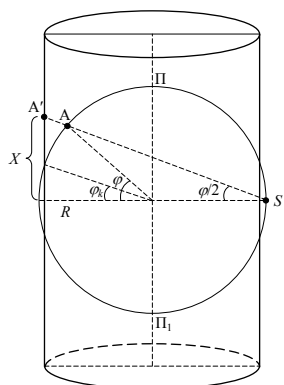
$$R'' = R'' \cos \varphi_k. \quad [41]$$

Искажения масштабов длин по главным направлениям  $m$  и  $n$  можно найти по формулам:

$$m = \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi_k}, \quad n = \frac{1}{m} = \frac{\cos \varphi_k}{\cos \varphi}; \quad [42]$$

в случае использования касательного цилиндра  $\varphi_k$  равно  $0^\circ$ .

*Нормальная перспективно-цилиндрическая проекция Голла* получается благодаря стереографическому проектированию поверхности Земли прямолинейными визирными лучами (т.е.  $D = R$ ; см. § 2.4.3; рис. 25). В этой проекции используется цилиндр, секущий земной шар по параллели  $\varphi_k$ ; уравнения проекции имеют вид:



$$X = \frac{R(1 + \cos \varphi_k) \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}{M}, \quad Y = \frac{\pi R_k \lambda}{180^\circ M}, \quad [43]$$

где

$$R_k = R \cos \varphi_k. \quad [44]$$

Вариант этой проекции при  $\varphi_k = 30^\circ$  применялся для карт мира в 1-ом томе Большого Советского атласа Мира (БСАМ). Искажение частных масштабов по меридианам  $m$  и параллелям  $n$  находятся как:

$$m = \frac{1 + \cos \varphi_k}{2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}}, \quad n = \frac{\cos \varphi_k}{\cos \varphi}. \quad [45]$$

Рис. 25. Схема получения нормальной перспективно-цилиндрической проекции Голла.

Таблица результатов вычисления картографической сетки в нормальных цилиндрических проекциях должна быть представлена по форме таблицы 12а.

Полярные координаты *нормальной азимутальной равнопромежуточной по меридианам проекции Постеля* на касательной плоскости равны:

$$\rho = \frac{\pi R''' z}{180^\circ M}, \quad \delta = \lambda, \quad [46]$$

где  $z$  – полярное расстояние, определяемое по формуле:

$$z = 90^\circ - \varphi. \quad [47]$$

Если используется секущая плоскость, то уравнения следует переписать:



$$\rho = \frac{\pi R''' k z}{180^\circ M}, \quad \delta = \lambda, \quad [48]$$

где  $k$  – постоянный параметр азимутальной проекции, зависящий от полярного расстояния  $z_k$  параллели сечения  $\varphi_k$ :

$$k = \frac{180^\circ}{\pi \cdot z_k} \sin z_k, \quad z_k = 90^\circ - \varphi_k. \quad [49]$$

При этом масштаб длин по меридианам  $m$  меньше единицы и численно равен  $k$ :

$$m = k, \quad n = \frac{\pi k z}{180^\circ \sin z}; \quad [50]$$

в случае использования касательной плоскости  $k$  равно 1,00.

Картографическую сетку *нормальной азимутальной равноугольной (стереографической) проекции* на касательной плоскости можно получить графически (см. § 2.4.3; рис. 26). Координаты пересечений линий меридианов и параллелей находятся по:

$$\rho = \frac{2R'}{M} \operatorname{tg} \frac{z}{2}, \quad \delta = \lambda. \quad [51]$$

где  $z$  находится по [47]. Если вместо касательной плоскости используется секущая по параллели  $\varphi_k$ , то уравнения проекции следует изменить:

$$\rho = \frac{2R'k}{M} \operatorname{tg} \frac{z}{2}, \quad \delta = \lambda, \quad [52]$$

где постоянный параметр  $k$ :

$$k = \cos^2 \frac{z_k}{2}, \quad z_k = 90^\circ - \varphi_k. \quad [53]$$

Искажения масштабов длин по меридиану  $m$  и параллели  $n$ , как во всех равноугольных проекциях, равны между собой и определяются:

$$m \equiv n = \frac{k}{\cos^2 \frac{z}{2}}; \quad [54]$$

в случае использования касательной плоскости  $k$  равно 1,00.

Полярные координаты *нормальной азимутальной равновеликой проекции Ламберта* на касательной плоскости можно получить по формулам:

$$\rho = \frac{2R''}{M} \sin \frac{z}{2}, \quad \delta = \lambda, \quad [55]$$

значения  $z$  определяются по [47]. Замена касательной плоскости секущей требует введения в [55] редукционного множителя  $k$ :

$$\rho = \frac{2R''k}{M} \sin \frac{z}{2}, \quad \delta = \lambda, \quad [56]$$

где

$$k = \cos^2 \frac{z_k}{2}, \quad z_k = 90^\circ - \varphi_k. \quad [57]$$

Но в этом случае частный масштаб площади равен не единице, а постоянной величине –  $k^2$ . Искажения масштаба длин по главным направлениям можно найти как:

$$m = k \cos \frac{z}{2}, \quad n = \frac{k^2}{m} = \frac{k}{\cos \frac{z}{2}}; \quad [58]$$

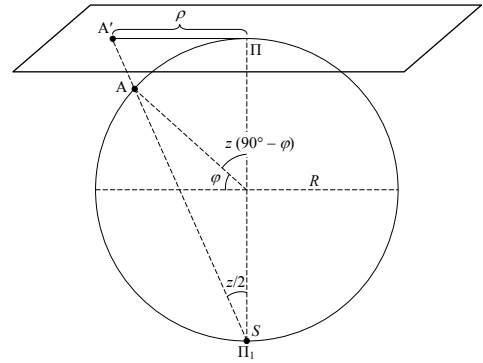


Рис. 26. Схема получения нормальной азимутальной равноугольной (стереографической) проекции.

в случае использования касательной плоскости  $k$  равно 1,00.

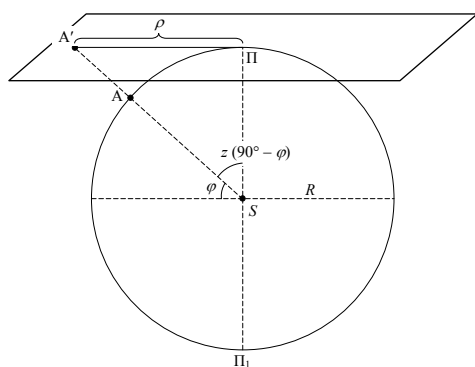


Рис. 27. Схема получения нормальной азимутальной гномонической проекции.

где

$$k = \cos z_k, \quad z_k = 90^\circ - \varphi_k. \quad [61]$$

В нормальной азимутальной гномонической проекции ортодромии изображаются прямыми линиями (см. § 2.4.3; рис. 13), в связи с чем она применяется при решении навигационных задач. Искажения длин по меридианам  $m$  и параллелям  $n$  в азимутальных гномонических проекциях находятся по формулам:

$$m = \frac{k}{\cos^2 z}, \quad n = \frac{k}{\cos z}; \quad [62]$$

в случае использования касательной плоскости  $k$  равно 1,00.

В нормальной азимутальной ортографической (равнопромежуточной по параллелям) проекции проектирование осуществляется из бесконечности пучком параллельных лучей ( $D = \infty$ ; рис. 28); общие формулы проекции принимают вид:

$$\rho = \frac{R}{M} \sin z; \quad \delta = \lambda, \quad [63]$$

значения  $z$  можно найти по [47]. Частные масштабы по меридианам  $m$  и параллелям  $n$  равны:

$$m = \cos z, \quad n = 1,00. \quad [64]$$

Из внешних нормальных азимутальных проекций наибольший интерес представляют проекция Лаура и проекция Гинзбурга (передающая эффект сферичности). В первой картинная плоскость проведена через центр шара (рис. 29). Точка зрения  $S$  определяется в точке пересечения линии  $ПП_1$  и  $Aa$ , где  $A$  и  $a$  – соответственно средние точки квадранта  $ПQ$  и радиуса  $R$ ; формулы проекции принимают вид:

$$\rho = \frac{DR \sin z}{M(D + R \cos z)}, \quad D = R(1 + \sin 45^\circ), \quad \delta = \lambda, \quad [65]$$

а частные масштабы по главным направлениям:

$$m = \frac{D(D \cos z + R)}{(D + R \cos z)^2}, \quad n = \frac{D}{D + R \cos z}. \quad [66]$$

Во второй уравнение проекции записывается так:

В нормальной азимутальной гномонической проекции точка визирования расположена в центре сферы ( $D = 0$ ; рис. 27); поэтому полярные координаты в этой проекции можно найти следующим образом:

$$\rho = \frac{R}{M} \operatorname{tg} z, \quad \delta = \lambda, \quad [59]$$

где  $z$  определяются по [47]. Уравнения нормальной азимутальной гномонической проекции при использовании секущей плоскости таковы:

$$\rho = \frac{Rk}{M} \operatorname{tg} z, \quad \delta = \lambda, \quad [60]$$

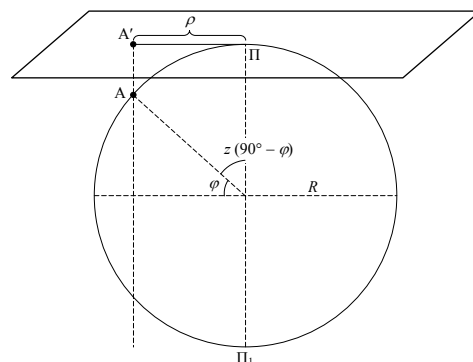


Рис. 28. Схема получения нормальной азимутальной ортографической проекции.

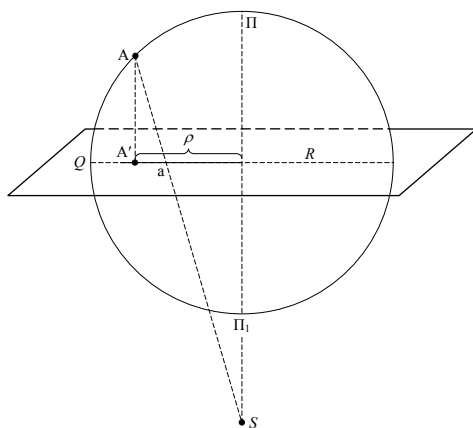


Рис. 29. Схема получения нормальной азимутальной внешней проекции Лаира.

проекции отличается несколько большей сложностью. По этой причине все уравнения конических проекций ограничим лишь касательным конусом. *Нормальная коническая равнопромежуточная по меридианам проекция Птолемея* на касательном конусе может быть определена:

$$\rho = C - \frac{\pi R''' \varphi}{180^\circ M}, \quad \delta = \alpha \lambda, \quad [69]$$

где постоянные проекции  $\alpha$  и  $C$  вычисляются по:

$$\alpha = \sin \varphi_0, \quad C = \rho_0 + \frac{\pi R''' \varphi_0}{180^\circ M}, \quad [70]$$

а  $\rho_0$  находится аналогично [29]:

$$\rho_0 = \frac{R''' \operatorname{ctg} \varphi_0}{M}. \quad [71]$$

Константа  $C$  в нормальных конических равнопромежуточных по меридианам и равноугольных проекциях численно равна радиусу дуги окружности, изображающей экватор, т.е.  $C = \rho_{\varphi=0^\circ}$ . Легко заметить, что при  $\alpha = 0$  проекция Птолемея превращается в нормальную цилиндрическую равнопромежуточную вдоль меридианов проекцию на касательном цилиндре (с квадратной сеткой), а при  $\alpha = 1$  – в нормальную азимутальную равнопромежуточную вдоль меридианов проекцию Постеля на касательной плоскости. Искажения длин по главным направлениям определяются по формулам:

$$m = 1,00, \quad n = \frac{\alpha \rho M}{R''' \cos \varphi}. \quad [72]$$

*Нормальная коническая равноугольная проекция Ламберта-Гаусса* на касательном конусе рассчитывается по формулам:

$$\rho = \frac{C}{U^\alpha}, \quad \delta = \alpha \lambda, \quad [73]$$

где  $\alpha$  и  $C$  – постоянные конической проекции, находимые как:

$$\alpha = \sin \varphi_0, \quad C = \frac{R'_k U_0^\alpha}{\alpha M}. \quad [74]$$

Значения  $U$  могут быть рассчитаны по [35] или взяты из приложения 6, а  $R'_k$  – по [37]. При  $\alpha = 0$  проекция Ламберта-Гаусса трансформируется в нормальную цилиндрическую равноугольную проекцию Меркатора на касательном цилиндре, а при  $\alpha = 1$  – в нормальную азимутальную равноугольную (стереографическую) проек-

цию на касательной плоскости. Частные масштабы длин по меридиану  $m$  и параллели  $n$  как во всяких равноугольных проекциях равны между собой:

$$m = n = \frac{\alpha CM}{R'} \cdot \frac{\operatorname{tg}^{\alpha} \frac{z}{2}}{\sin z}, \quad [75]$$

где значения  $z$  определяются по [47].

Уравнения *нормальной конической равновеликой проекции* на касательном конусе выглядят следующим образом:

$$\rho = \frac{R''}{M} \sqrt{\frac{2}{\alpha} (C - \sin \varphi)}, \quad \delta = \alpha \lambda, \quad [76]$$

где постоянные конической проекции  $\alpha$  и  $C$ :

$$\alpha = \sin \varphi_0, \quad C = \frac{\alpha \rho_0^2 M^2}{2R''^2} + \sin \varphi_0, \quad [77]$$

а  $\rho_0$  находится как:

$$\rho_0 = \frac{R'' \operatorname{ctg} \varphi_0}{M}. \quad [78]$$

Как и в предыдущих случаях при  $\alpha = 0$  равновеликая коническая проекция становится нормальной цилиндрической равновеликой проекцией на касательном цилиндре (изоцилиндрической проекцией), а при  $\alpha = 1$  – нормальной азимутальной равновеликой проекцией Ламберта на касательной плоскости. Частные масштабы длин по главным направлениям определяются по формулам:

$$m = \frac{R_k''}{\alpha \rho M}, \quad n = \frac{1}{m}, \quad [79]$$

где значения  $R_k''$  находятся по [41].

Таблица результатов вычисления картографической сетки в нормальных конических проекциях должна быть представлена по форме таблицы 12в.

Таблица 12

А. Форма представления результатов вычисления картографической сетки нормальных цилиндрических проекций<sup>1</sup>

Полное название проекции				
$R = \dots \text{ м}, M = 1 : \dots, \varphi_k = \dots^\circ, R_k = \dots \text{ м}, \Delta\varphi = \dots^\circ, \Delta\lambda = \dots^\circ$				
Крайние параллели		Крайние меридианы		$\Delta Y = \dots \text{ см}$
северная $\varphi_N = \dots^\circ$	южная $\varphi_S = \dots^\circ$	западный $\lambda_W = \dots^\circ$	восточный $\lambda_E = \dots^\circ$	
средний меридиан $\lambda_{cp} = \dots^\circ$				
Результаты вычислений				
$\varphi,^\circ$	$X, \text{ см}$	$\Delta X, \text{ см}$	$m$	$n$
$\varphi_N$	...	—	...	...
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
$0^\circ$	0,00	...	...	...
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
$\varphi_S$	...	—	...	...

Линия нулевых искажений расположена на ...

<sup>1</sup>  $\Delta Y$  – расстояние между двумя соседними меридианами в нормальных цилиндрических проекциях.  $\Delta X$  и  $\Delta \rho$  – изменения (приращения) расстояний между двумя соседними параллелями.

Б. Форма представления результатов вычисления картографической сетки  
нормальных азимутальных проекций

Полное название проекции				
$R = \dots \text{ м}, M = 1 : \dots, \varphi_k = \dots^\circ, k = \dots, \Delta\varphi = \dots^\circ, \Delta\lambda = \dots^\circ, \varphi_{N(S)} = \dots^\circ$				
Результаты вычислений				
$\varphi,^\circ$	$\rho, \text{ см}$	$\Delta\rho, \text{ см}$	$m$	$n$
$90^\circ$	0,00	—	...	...
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
$\varphi_{N(S)}$	...	—	...	...

Линия (точка) нулевых искажений расположена на ...

В. Форма представления результатов вычисления картографической сетки  
нормальных конических проекций

Полное название проекции				
$R = \dots \text{ м}, M = 1 : \dots, \varphi_k = \dots^\circ, R_k = \dots \text{ м}, \alpha = \dots, C = \dots, \Delta\varphi = \dots^\circ, \Delta\lambda = \dots^\circ$				
Крайние параллели		Крайние меридианы		$\delta = \dots^\circ$
северная $\varphi_N = \dots^\circ$	южная $\varphi_S = \dots^\circ$	западный $\lambda_W = \dots^\circ$	восточный $\lambda_E = \dots^\circ$	$\rho_0 = \dots \text{ см}$
средний меридиан $\lambda_{cp} = \dots^\circ$				
Результаты вычислений				
$\varphi,^\circ$	$\rho, \text{ см}$	$\Delta\rho, \text{ см}$	$m$	$n$
$\varphi_N$	...	—	...	...
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
$\varphi_k$	$\rho_0$	...	...	...
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
$\varphi_S$	...	—	...	...

Линия нулевых искажений расположена на ...

3. Заполнить таблицу вычислений картографической сетки. В зависимости от класса проекции форма представления результатов различна: для нормальных цилиндрических проекций – по форме таблицы 12а, для нормальных азимутальных – по форме таблицы 12б, для нормальных конических – по форме таблицы 12в.

4. По результатам вычислений на ватманском листе формата А5 строится график изменения масштаба длин по меридиану  $m$  и параллели  $n$  (рис. 30). Масштаб по оси ординат (масштаб искажений) выбирается произвольно. На ось абсцисс выносятся диапазон широт, указанный в задании. Поскольку в нормальных цилиндрических проекциях величина и распределение искажений симметричны в обоих полушариях, график искажения длин строится лишь для одного из них.

5. По результатам вычислений в соответствии с рисунком 24 вычерчивается макет картографической сетки. Построения производятся на ватманском листе формата А4 (210 × 297 мм) первоначально в карандаше, который на заключительной стадии обводится («поднимается») черной гелевой ручкой. В центре листа на расстоянии 1 см от краев толщиной 0,5 мм вычерчивается прямоугольная область – рабочее поле карты. Внутри нее строится картографическая сетка; толщина ее ли-

ний – 0,25 мм. Линии меридианов и параллелей на выходах сетки подписываются с определенным шагом. По завершении вычерчивания картографической сетки все вспомогательные графические построения с листа карты удаляются. Общая компоновка макета должна иметь вид, представленный на рисунках 31 и 32.

6. Из Атласа Мира перенести по картографическим трапециям контуры географического объекта. Для этого из всего набора карт Атласа выбирается такая, на которой заданный объект показан в сходном масштабе. При выборе карты желательно также учитывать еще и сходство классов проекций, а также равенство густоты картографической сетки, однако выполнение двух последних условий не всегда возможно. После чего контур объекта переносится в соответствии с линиями картографической сетки обеих карт, выполняющей роль каркаса. Рекомендуются предварительно перенести контур географического объекта с карты атласа на лист кальки, выполнив при переносе в необходимом объеме генерализацию (отбор и обобщение) контура. Границы объекта также показываются черной гелевой ручкой.

Результаты работы представить в виде таблицы вычислений, графика изменения масштаба длин и макета картографической сетки.

Пример выполнения задания.

Составить макет карты в нормальной цилиндрической равнопромежуточной по меридианам проекции на касательном цилиндре (с квадратной сеткой) в масштабе 1 : 150 000 000 между 90° с.ш. – 90° ю.ш. и 165° з.д. – 165° в.д. Густота сетки по меридианам и параллелям – 15°. Вычертить график изменения масштаба длин по меридианам и параллелям. Перенести контур Южной Америки (без островов).

В соответствии с заданной проекцией все вычисления координат картографической сетки следует производить по [30]. Так как проекция равнопромежуточная, радиус Земли следует принять равным  $R'' = 6\,367\,558$  м (см. табл. 2). Учитывая, что цилиндр касательный, параллель касания  $\varphi_0 = 0^\circ$ , т.е. совпадает с экватором; здесь же расположена линия нулевых искажений. На основе имеющихся данных заполняем таблицу вычислений картографической сетки (по форме таблицы 12а):

Нормальная цилиндрическая равнопромежуточная по меридианам проекция  
на касательном цилиндре (с квадратной сеткой)

$R = 6\,367\,558$ м, $M = 1 : 150\,000\,000$ , $\varphi_k = 0^\circ$ , $R_k = 6\,367\,558$ м, $\Delta\varphi = 15^\circ$ , $\Delta\lambda = 15^\circ$				
Крайние параллели		Крайние меридианы		$\Delta Y = 1,11$ см
северная $\varphi_N = 90^\circ$ с.ш.	южная $\varphi_S = 90^\circ$ ю.ш.	западный $\lambda_W = 165^\circ$ з.д.	восточный $\lambda_E = 165^\circ$ в.д.	
средний меридиан $\lambda_{cp} = 0^\circ$ д.				
Результаты вычислений				
$\varphi, ^\circ$	$X$ , см	$\Delta X$ , см	$m$	$n$
90	6,67	—	1,00	$\infty$
75	5,56	1,11	1,00	3,86
60	4,44	1,12	1,00	2,00
45	3,33	1,11	1,00	1,41
30	2,22	1,11	1,00	1,15
15	1,11	1,11	1,00	1,04
0	0,00	1,11	1,00	1,00
-15	-1,11	1,11	1,00	1,04
-30	-2,22	1,11	1,00	1,15
-45	-3,33	1,11	1,00	1,41
-60	-4,44	1,12	1,00	2,00
-75	-5,56	1,11	1,00	3,86
-90	-6,67	—	1,00	$\infty$

Линия нулевых искажений расположена на экваторе ( $\varphi = 0^\circ$ ).

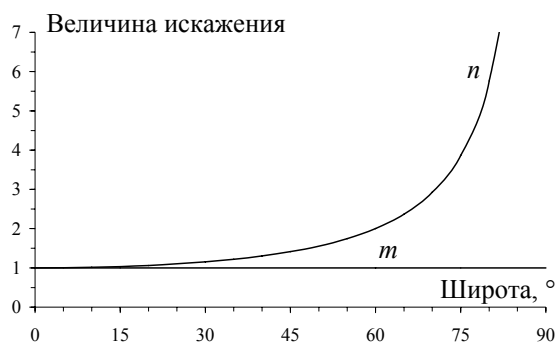


Рис. 30. График изменения масштабов длин по меридиану *m* и параллели *n* в нормальной цилиндрической равнопромежуточной по меридианам проекции на касательном цилиндре (с квадратной сеткой).

Макеты картографических сеток в нормальных азимутальных и нормальных конических проекциях приведены на рисунке 32).

На вычерченную картографическую сетку переносится контур Южной Америки. Для этого из Атласа Мира трех годов издания выбираем карту, на которой Южная Америка показана в масштабе 1 : 150 000 000 или близком к нему. В Атласе 1999 года (3-ье издание) на странице 6 помещена нужная карта. По картографическим трапециям переносится контур материка; при переносе учитывается пересечение контуром линий меридианов и параллелей (рис. 31).

Сроки выполнения и оценка работы. Работа рассчитана на 2 практических занятия. Результаты работы оцениваются 7 баллами: четыре балла за точность расчетов и выдержанность расстояний на карте, по одному баллу — за аккуратность

На основе вычисленных значений по [33] значений *m* и *n* в данной проекции составляем график изменения частных масштабов по меридиану и параллели (рис. 30). График показывает, что масштаб длин по параллели сильно уклоняется от 1 в умеренных и особенно полярных широтах.

Макет картографической сетки выполняется так как показано на рисунке 24а. От двух взаимно перпендикулярных направлений, прочерченных в центре листа карты, откладываются расстояния  $\Delta X$  и  $\Delta Y$ . В итоге сама картографическая сетка будет иметь вид, показанный на рисунке 31 (ма-



Рис. 31. Макет картографической сетки нормальных цилиндрических проекций с указанием необходимых размеров (уменьшено в два раза).

вычерчивания, корректность графика масштабов длин и правильность переноса контура географического объекта.

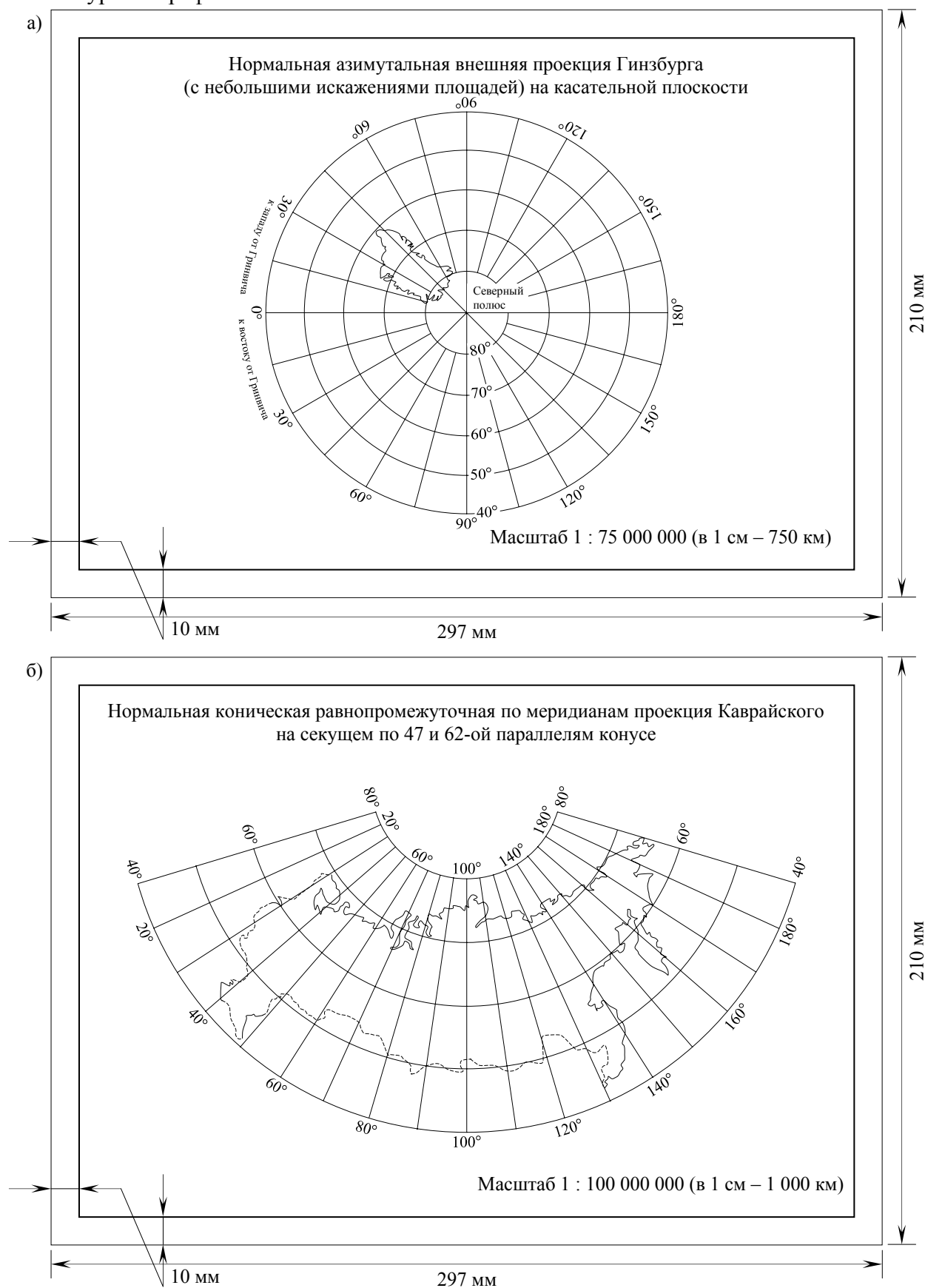


Рис. 32. Макеты картографических сеток нормальных азимутальных (а) и нормальных конических (б) проекций с указанием необходимых размеров (уменьшено в два раза).



Варианты заданий									
№ вариан- та	Название проекции	Масштаб	Густота сетки		Крайние меридианы		Крайние параллели		Географический объект
			по мери- дианам $\Delta\lambda$	по па- раллелям $\Delta\varphi$	западный $\lambda_W$	восточ- ный $\lambda_E$	северная $\varphi_N$	южная $\varphi_S$	
1.	Нормальная цилиндрическая равнопро- межуточная по меридианам проекция на секущем по 30-ым параллелям цилиндре (с прямоугольной сеткой)	1 : 140 000 000	15°	15°	180° з.д.	180° в.д.	90° с.ш.	90° ю.ш.	Австралия (с о-вом Тасмания)
2.	Нормальная цилиндрическая равно- угольная проекция Меркатора на кас- ательном цилиндре	1 : 160 000 000	15°	15°	180° з.д.	180° в.д.	75° с.ш.	75° ю.ш.	Южная Америка (без о-вов)
3.	Нормальная цилиндрическая равно- угольная проекция Меркатора на секущем по 45-ым параллелям цилиндре	1 : 130 000 000	15°	15°	165° з.д.	165° в.д.	75° с.ш.	75° ю.ш.	Африка (с о-вом Мадагаскар)
4.	Нормальная цилиндрическая равновели- кая проекция на касательном цилиндре (изоцилиндрическая проекция)	1 : 100 000 000	15°	15°	50° з.д.	130° в.д.	90° с.ш.	90° ю.ш.	Европа (без остро- вов)
5.	Нормальная цилиндрическая равновели- кая проекция на секущем по 10-ым парал- лелям цилиндре	1 : 60 000 000	10°	5°	110° з.д.	10° в.д.	30° ю.ш.	30° с.ш.	Южная Америка (без о-вов)
6.	Нормальная перспективно- цилиндрическая проекция Голла на секу- щем по 30-ым параллелям цилиндре (для БСАМ)	1 : 120 000 000	15°	15°	0° д.	180° в.д.	90° с.ш.	90° ю.ш.	Российская Феде- рация (без о-вов)
7.	Нормальная азимутальная равнопроме- жуточная по меридианам проекция Посте- ля на касательной плоскости	1 : 50 000 000	10°	10°			90° с.ш.	60° с.ш.	о-в Гренландия
8.	Нормальная азимутальная равнопроме- жуточная по меридианам проекция Посте- ля на секущей по 80-ой параллели плоско- сти	1 : 90 000 000	10°	15°			30° ю.ш.	90° ю.ш.	Южная Америка (без о-вов)
9.	Нормальная азимутальная равноугольная (стереографическая) проекция на кас- ательной плоскости	1 : 40 000 000	10°	5°			90° с.ш.	65° с.ш.	северное побере- жье Евразии (без о- вов)

Варианты заданий

## Продолжение вариантов заданий

10.	Нормальная азимутальная равноугольная (стереографическая) проекция на секущей по 75-ой параллели плоскости	1 : 170 000 000	10°	15°			90° с.ш.	0° ш.	Северная Америка (без о-вов)
11.	Нормальная азимутальная равновеликая проекция Ламберта на касательной плоскости	1 : 175 000 000	15°	30°			90° с.ш.	90° ю.ш.	Африка (с о-вом Мадагаскар)
12.	Нормальная азимутальная равновеликая проекция Ламберта на секущей по 80-ой параллели плоскости	1 : 60 000 000	10°	10°			50° ю.ш.	90° ю.ш.	Антарктида (без о-вов)
13.	Нормальная азимутальная гномоническая проекция на касательной плоскости	1 : 75 000 000	15°	10°			90° с.ш.	50° ю.ш.	о-в Гренландия
14.	Нормальная азимутальная гномоническая проекция на секущей по 75-ой параллели плоскости	1 : 70 000 000	10°	10°			90° с.ш.	50° с.ш.	северное побережье Северной Америки (без о-вов)
15.	Нормальная азимутальная ортографическая (равнопромежуточная по параллелям) проекция на касательной плоскости	1 : 90 000 000	10°	15°			90° с.ш.	0° ш.	северное побережье Африки (без о-вов)
16.	Нормальная азимутальная внешняя проекция Лаира	1 : 50 000 000	10°	10°			90° с.ш.	40° с.ш.	о-в Гренландия
17.	Нормальная азимутальная внешняя проекция Гинзбурга (передающая эффект сферичности)	1 : 75 000 000	10°	10°			90° с.ш.	40° с.ш.	Российская Федерация (без о-вов)
18.	Нормальная коническая равнопромежуточная по меридианам проекция Птолемея на касательном по 60-ой параллели конусе	1 : 40 000 000	10°	5°	70° з.д.	50° в.д.	75° с.ш.	45° с.ш.	о-ва Великобритания и Ирландия
19.	Нормальная коническая равноугольная проекция Ламберта-Гаусса на касательном по 70-ой параллели конусе	1 : 35 000 000	10°	5°	110° з.д.	30° в.д.	85° с.ш.	55° с.ш.	о-в Гренландия
20.	Нормальная коническая равновеликая проекция на касательном конусе	1 : 50 000 000	10°	10°	110° в.д.	150° з.д.	0° ш.	50° ю.ш.	Австралия (с о-вом Тасмания)
21.	Нормальная цилиндрическая равнопромежуточная по меридианам проекция на секущем по 45-ым параллелям цилиндре (с прямоугольной сеткой)	1 : 120 000 000	15°	15°	165° з.д.	165° в.д.	90° с.ш.	90° ю.ш.	Африка (с о-вом Мадагаскар)

Продолжение вариантов заданий

22.	Нормальная цилиндрическая равноугольная проекция Меркатора на касательном цилиндре	1 : 120 000 000	10°	10°	0° д.	120° в.д.	50° с.ш.	50° ю.ш.	Африка (с о-вом Мадагаскар)
23.	Нормальная цилиндрическая равноугольная проекция Меркатора на секущем по 35-ым параллелям цилиндре	1 : 75 000 000	10°	10°	60° в.д.	180° в.д.	50° с.ш.	50° ю.ш.	Австралия (с о-вом Тасмания)
24.	Нормальная цилиндрическая равновеликая проекция на касательном цилиндре (изоцилиндрическая проекция)	1 : 160 000 000	15°	15°	180° з.д.	180° в.д.	90° с.ш.	90° ю.ш.	Северная Америка (без о-вов)
25.	Нормальная цилиндрическая равновеликая проекция на секущем по 30-ым параллелям цилиндре	1 : 150 000 000	15°	15°	180° з.д.	180° в.д.	90° с.ш.	90° ю.ш.	Африка (с о-вом Мадагаскар)
26.	Нормальная перспективно-цилиндрическая проекция Голла на секущем по 40-ым параллелям цилиндре	1 : 130 000 000	15°	15°	180° з.д.	180° в.д.	90° с.ш.	90° ю.ш.	Северная Америка (без о-вов)
27.	Нормальная азимутальная равнопромежуточная по меридианам проекция Постеля на касательной плоскости	1 : 70 000 000	15°	15°			45° ю.ш.	90° ю.ш.	Антарктида (без о-вов)
28.	Нормальная азимутальная равнопромежуточная по меридианам проекция Постеля на секущей по 70-ой параллели плоскости	1 : 60 000 000	10°	10°			90° с.ш.	50° с.ш.	о-в Гренландия
29.	Нормальная азимутальная равноугольная (стереографическая) проекция на касательной плоскости	1 : 175 000 000	10°	15°			0° ш.	90° ю.ш.	Австралия (с о-вом Тасмания)
30.	Нормальная азимутальная равноугольная (стереографическая) проекция на секущей по 85-ой параллели плоскости	1 : 65 000 000	10°	10°			50° ю.ш.	90° ю.ш.	Антарктида (без о-вов)
31.	Нормальная азимутальная равновеликая проекция Ламберта на касательной плоскости	1 : 125 000 000	10°	15°			0° ш.	90° ю.ш.	Южная Америка (без о-вов)
32.	Нормальная азимутальная равновеликая проекция Ламберта на секущей по 60-ой параллели плоскости	1 : 115 000 000	10°	15°			90° с.ш.	0° ш.	Северная Америка (без о-вов)

## Продолжение вариантов заданий

33.	Нормальная азимутальная гномоническая проекция на касательной плоскости	1 : 50 000 000	10°	5°			90° с.ш.	60° с.ш.	северное побережье Евразии (без о-вов)
34.	Нормальная азимутальная гномоническая проекция на секущей по 85-ой параллели плоскости	1 : 50 000 000	10°	5°			60° ю.ш.	90° ю.ш.	Антарктида (без о-вов)
35.	Нормальная азимутальная ортографическая (равнопромежуточная по параллелям) проекция на касательной плоскости	1 : 55 000 000	10°	5°			90° с.ш.	50° с.ш.	о-в Гренландия
36.	Нормальная азимутальная внешняя проекция Лаира	1 : 85 000 000	10°	15°			90° с.ш.	0° ш.	Северная Америка (без о-вов)
37.	Нормальная азимутальная внешняя проекция Гинзбурга (передающая эффект сферичности)	1 : 115 000 000	15°	15°			0° ш.	90° ю.ш.	Австралия (с о-вом Тасмания)
38.	Нормальная коническая равнопромежуточная по меридианам проекция Птолемея на касательном по 44-ой параллели конусе	1 : 30 000 000	2°	2°	6° в.д.	64° в.д.	50° с.ш.	38° с.ш.	акватория Черного моря
39.	Нормальная коническая равноугольная проекция Ламберта-Гаусса на касательном по 50-ой параллели конусе	1 : 40 000 000	5°	5°	30° з.д.	80° в.д.	70° с.ш.	30° с.ш.	Европа (без о-вов)
40.	Нормальная коническая равновеликая проекция на касательном конусе	1 : 50 000 000	10°	5°	10° з.д.	150° з.д.	80° с.ш.	40° с.ш.	Российская Федерация (без о-вов)

#### Задание 4: Нанесение линий положения и определение их длин<sup>1</sup>

**Цель задания.** Изучить способы аналитического построения линий положения (локсодромии и ортодромии) в различных проекциях, научиться определять расстояния по географическим картам, учитывать искажения в изображении земной поверхности при измерениях расстояний на картах.

**Выполнение задания.** На выкопировки с предлагаемых макетов картографических сеток, составленных в равноугольных проекциях нормальных по виду меридианов и параллелей, нанести, пользуясь формулами, линии локсодромии и ортодромии между двумя заданными точками. Для данной картографической проекции вычертить шкалу масштабов длин. Аналитически и графически определить расстояние между двумя точками по ортодромии и по локсодромии.

**Исходные материалы.** Варианты макетов картографических сеток (прил. 7), географические координаты  $\varphi$  и  $\lambda$  пары точек, карандаш, ластик, циркуль-измеритель, линейка, калькулятор, тонко пишущая черная гелевая ручка, два ватманских листа формата А5, таблицы тригонометрических (прил. 4) и картографических (прил. 6) функций, калька, листинг программы для автоматизированного расчета промежуточных точек линий положения и расстояний (прил. 8).

##### Указания к выполнению задания.

1. Для выполнения задания макет картографической сетки, указанный в варианте задания, с помощью светостола следует перерисовать черной гелевой ручкой на ватманский лист формата А5 (149 × 210 мм). Для этого на листе на расстоянии 1 см от краев толщиной 0,5 мм вычерчивается рамка рабочей области карты, внутри которой переносится картографическая сетка толщиной линий 0,25 мм. Оформление макета сохраняется таким, как он приведен в приложении 7. На вычерченный макет картографической сетки по географическим координатам наносятся две точки – начальная  $A$  и конечная  $B$ , – между которыми следует восстановить линии локсодромии и ортодромии. Для более точного нанесения точек можно воспользоваться [34] – для цилиндрических, [51] – для азимутальных и [73] – для конических проекций.

2. Нанесение линии ортодромии на картографическую сетку произвольной проекции можно выполнить следующим способом. Как известно, ортодромия есть линия кратчайшего расстояния между двумя точками, представляющая собой на сфере (глобусе) дугу большого круга, центр которого совпадает с центром сферы, а, значит, с точкой зрения в гномонической проекции (см. § 2.4.3; рис. 13). Объект движется по ортодромии от точки  $A$  к точке  $B$  при прямой видимости пункта назначения в условиях *идеальной местности* (отсутствия топографических преград). Широты промежуточных точек ортодромии  $\varphi_i$  можно определить по:

$$\operatorname{tg} \varphi_i = \frac{\operatorname{tg} \varphi_A \sin[(A - \lambda_A) + \lambda_i]}{\sin A}, \quad [80]$$

где

$$\operatorname{ctg} A = \frac{\operatorname{ctg} \varphi_A \operatorname{tg} \varphi_B}{\sin(\lambda_B - \lambda_A)} - \operatorname{ctg}(\lambda_B - \lambda_A), \quad [81]$$

$\lambda_i$  – долготы промежуточных точек ортодромии, а  $\varphi_A$ ,  $\lambda_A$  и  $\varphi_B$ ,  $\lambda_B$  – широты и долготы начальной и конечной точек отрезка ортодромии соответственно. Используя значения  $A$  из [81] и задав долготы  $\lambda_i$  промежуточных точек ортодромии, по [80] находятся широты  $\varphi_i$  этих промежуточных точек, которые затем соединяются плав-

---

<sup>1</sup> Предлагаемое задание является факультативным.

ной кривой – ортодромией. Азимут линии ортодромии  $\alpha_{opt}$  в ее начальной точке  $A$  равен:

$$\operatorname{ctg} \alpha_{opt} = \operatorname{ctg} A \sin \varphi_A \quad [82]$$

3. Локсодромия – линия, пересекающая меридианы картографируемой поверхности под одним и тем же углом  $\alpha_{лок}$ , (см. § 2.4.3; рис. 13) – в общем случае представляет собой спиралевидную кривую с асимптотической точкой в полюсе. Объект движется по локсодромии от точки  $A$  к точке  $B$  при отсутствии прямой видимости пункта назначения, ориентируясь по компасу, в условиях идеальной местности. Долготы промежуточных точек локсодромии  $\lambda_i$  можно определить по:

$$\lambda_i = \lambda_A + \operatorname{tg} \alpha_{лок} \frac{180^\circ (\ln U_i - \ln U_A)}{\pi}, \quad [83]$$

где значения параметра  $U$  для широт точек локсодромии определяются по таблице картографических функций приложения 6 или по [35], дирекционный угол  $\alpha_{лок}$  по формуле:

$$\operatorname{tg} \alpha_{лок} = \frac{\pi (\lambda_B - \lambda_A)}{180^\circ (\ln U_B - \ln U_A)}, \quad [84]$$

а  $\varphi_A$ ,  $\lambda_A$  и  $\varphi_B$ ,  $\lambda_B$  – широты и долготы начальной и конечной точек отрезка локсодромии соответственно. Задав широты  $\varphi_i$  промежуточных точек, вычисляются долготы  $\lambda_i$  этих точек, которые соединяются плавной кривой – локсодромией.

При вычислении промежуточных точек ортодромии и локсодромии все угловые величины ( $\varphi_i$ ,  $\lambda_i$ ,  $A$ ,  $\alpha_{opt}$ ,  $\alpha_{лок}$ ) округляются до  $0,1^\circ$ . Тригонометрические (прил. 4) и картографические (прил. 6) функции, а также число «пи» берутся с точностью до 0,0001. При вычислении промежуточных точек ортодромии и локсодромии южные широты и западные долготы берутся с отрицательным знаком.

4. Шкала масштабов длин, вычисляемая для конкретной проекции, позволяет получать величины расстояний по картам с приближенным учетом искажения длин данной проекции. Однако подобные шкалы имеет смысл строить только для нормальных равноугольных проекций, в которых масштабы длин не зависят от направления и являются функциями только одной координаты – широты  $\varphi$  (см. § 2.4.2).

Если главный масштаб карты –  $1 : M$ , то на параллели касания  $\varphi_0$  (или параллелях сечения  $\varphi_k$ ) одному сантиметру карты будут соответствовать  $K$  километров изображаемой поверхности ( $K = M : 100\,000$ ), а на остальных параллелях –  $K/n_i$  километров, где  $n_i$  – частные масштабы длин по соответствующим параллелям, определяемые для нормальных цилиндрических проекций по [38], нормальных азимутальных – по [54] и нормальных конических – по [75]. Другими словами, количество сантиметров карты, в которых сохраняется  $K$  километров, последовательно увеличивается на параллелях с широтами  $\varphi_i$  в  $n_i$  число раз.

Построение диаграммы ведется так. На листе ватманского листа формата А5 вычерчивают параллельные прямые линии по числу параллелей карты; каждой линии приписывают определенную широту в соответствующей последова-

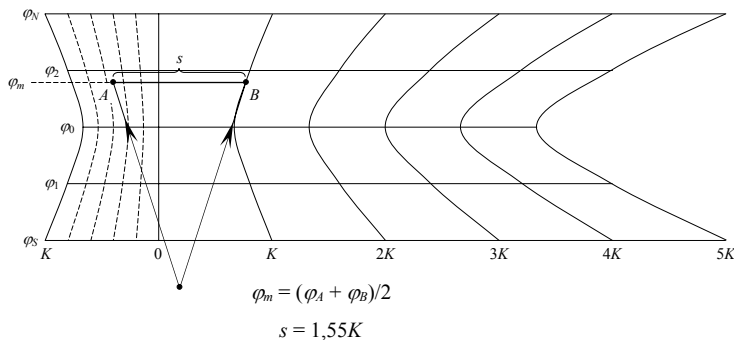


Рис. 33. Шкала масштабов длин и пример определения расстояния  $s$  (для отрезка  $AB$  на рисунке 34).

тельности:  $\varphi_S, \varphi_1, \dots, \varphi_0, \dots, \varphi_N$ . Расстояния между параллельными линиями берут равные, но произвольные (рис. 33). Отступив от левого края линий вправо примерно 2 – 3 см, проводят к ним перпендикулярную линию, от точек пересечения которой по параллельным линиям соответственно широтам откладывают  $n_S, n_1, \dots, n_0, \dots, n_N$  сантиметров один раз влево и несколько (5 – 8) раз вправо. Концы одинарных, двойных и так далее отложений соединяют плавными кривыми, в нижней части которых соответственно надписывают  $K, 2K, 3K \dots$  километров. Таким образом получается диаграмма для приближенного расчета расстояний, в которой  $n_S, n_1, \dots, n_0, \dots, n_N$  сантиметров являются как бы основаниями графического выражения масштабов длин на различных параллелях.

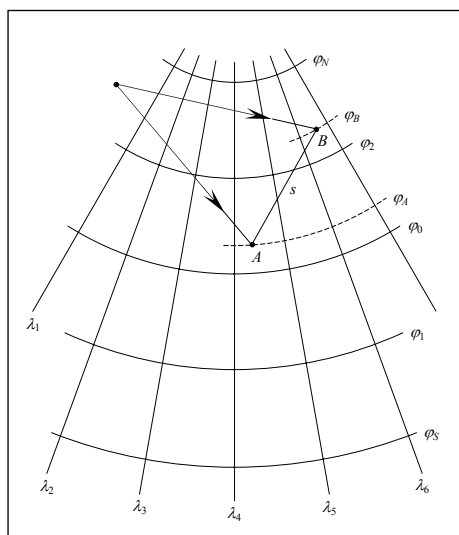


Рис. 34. Схема определения расстояния между двумя точками  $A$  и  $B$  по карте.

и допуская, что изменение масштабов длин между двумя соседними параллелями пропорционально изменению широт. Далее по диаграмме оценивают искомое расстояние  $s = AB$  (рис. 33). Значение средней широты  $\varphi_m$  округляется до  $0,1^\circ$ , частные масштабы по параллели  $n_i$  – до сотых, а расстояния  $s$  и  $K$  – до целых километров.

5. Оценка расстояний между двумя точками по шкале масштабов длин близка к действительности только для небольших проложений, которые условно можно считать прямолинейными. В общем же случае ортодромия изображается кривой линией; причем чем она длиннее, тем больше ее кривизна и, как следствие, отклонение от прямой.

Точное значение длины ортодромии  $s_{opt}$  для шара можно найти по формуле:

$$s_{opt} = \frac{\pi R' \sigma}{180^\circ}, \quad [86]$$

где  $\sigma$  – центральный угол между нормальными к земной поверхности в точках  $A$  и  $B$  (рис. 35), находимый как:

$$\cos \sigma = \sin \varphi_A \sin \varphi_B + \cos \varphi_A \cos \varphi_B \cos(\lambda_B - \lambda_A). \quad [87]$$

Локсодромия не является кратчайшим расстоянием между двумя точками, ее длину  $s_{лок}$  на шаре можно определить по формуле:

$$s_{лок} = \frac{\pi R' |\varphi_B - \varphi_A|}{180^\circ \cos \alpha_{лок}}. \quad [88]$$

Обе величины, рассчитанные по [86] и [88] связаны следующим соотношением: длина локсодромии не может быть меньше длины ортодромии, т.е.  $s_{opt} \leq s_{лок}$ . Все расстояния ( $s_{opt}$  и  $s_{лок}$ ) вычисляются с точностью до целых километров, центральный угол  $\sigma$  между нормальными к точкам  $A$  и  $B$  – до десятых долей градуса. При вы-

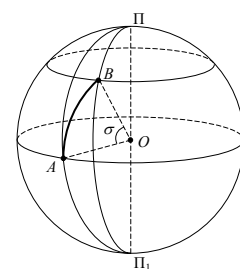


Рис. 35. Центральный угол  $\sigma$  между нормальными (отвесными линиями) к земной поверхности в точках  $A$  и  $B$ . Утолщенной линией показана ортодромия – кратчайшее расстояние между пунктами  $A$  и  $B$ .

числении длин ортодромии и локсодромии южные широты и западные долготы берутся с отрицательным знаком.

Результаты работы должны быть представлены в виде макета картографической сетки с нанесенными на нее линиями ортодромии и локсодромии (рис. 36), вычерченной шкалы масштаба длин (аналогично рисунку 37) и таблицы вычислений координат промежуточных точек линий положения (по форме таблицы 13) как это проиллюстрировано в нижеследующем примере.

Пример выполнения задания.

Вычертить линии ортодромии и локсодромии между точками с координатами  $\varphi_A = 2^\circ$  с.ш.,  $\lambda_A = 10^\circ$  в.д. и  $\varphi_B = 18^\circ$  с.ш.,  $\lambda_B = 42^\circ$  в.д. на картографической сетке, вычерченной в нормальной цилиндрической равноугольной проекции Меркатора на касательном цилиндре (карта 1 приложение 7). Оценить расстояние между заданными точками с помощью шкалы масштаба длин, а также по линиям ортодромии и локсодромии.

Перечерчиваем картографическую сетку на ватманский лист формата А5, как показано на рисунке 36, полностью сохранив оформление оригинала, и наносим по координатам обе точки.

Для нахождения широт промежуточных точек ортодромии следует воспользоваться [80] и [81], причем величина  $A$  – константа, которую достаточно рассчитать единожды. Между точками  $A$  и  $B$  проходят четыре меридиана картографической сетки, поэтому значения широт промежуточных точек ортодромии следует определить четырежды для долгот 16, 24, 32 и  $40^\circ$  в.д. Величина  $A$  равна:

$$\operatorname{ctg} A = \frac{\operatorname{ctg} 2^\circ \operatorname{tg} 18^\circ}{\sin(42^\circ - 10^\circ)} - \operatorname{ctg}(42^\circ - 10^\circ) = 15,9580; A = 3,6^\circ.$$

Широты, под которыми линия ортодромии пересечет меридианы 16, 24, 32 и  $40^\circ$  в.д., составят:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{tg} 2^\circ \sin[(3,6^\circ - 10^\circ) + 16^\circ]}{\sin 3,6^\circ} \right) = 5,3^\circ; \\ \varphi_2 &= \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{tg} 2^\circ \sin[(3,6^\circ - 10^\circ) + 24^\circ]}{\sin 3,6^\circ} \right) = 9,5^\circ; \\ \varphi_3 &= \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{tg} 2^\circ \sin[(3,6^\circ - 10^\circ) + 32^\circ]}{\sin 3,6^\circ} \right) = 13,5^\circ; \\ \varphi_4 &= \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{tg} 2^\circ \sin[(3,6^\circ - 10^\circ) + 40^\circ]}{\sin 3,6^\circ} \right) = 17,1^\circ.\end{aligned}$$

Азимут ортодромии в начальной точке  $A$  равен:

$$\operatorname{ctg} \alpha_{opt} = \operatorname{ctg} 3,6^\circ \sin 2^\circ = 0,5547; \alpha_{opt} = 61,0^\circ.$$

Полученные четыре пары координат ( $\varphi_1 = 5,3^\circ$  с.ш.,  $\lambda_1 = 16,0^\circ$  в.д.;  $\varphi_2 = 9,5^\circ$  с.ш.,  $\lambda_2 = 24,0^\circ$  в.д.;  $\varphi_3 = 13,5^\circ$  с.ш.,  $\lambda_3 = 32,0^\circ$  в.д. и  $\varphi_4 = 17,1^\circ$  с.ш.,  $\lambda_4 = 40,0^\circ$  в.д.) наносим на картографическую сетку и соединяем плавной кривой (сплошная линия на рисунке 36).

Долготы промежуточных точек линии локсодромии  $\lambda_i$  следует искать для двух параллелей, которые пересекает эта линия между заданными точками  $A$  и  $B$  –  $8$  и  $16^\circ$  с.ш. Для начала находим азимут локсодромии – угол, под которым локсодромия пересекает меридианы, – постоянный для любой части этой линии:



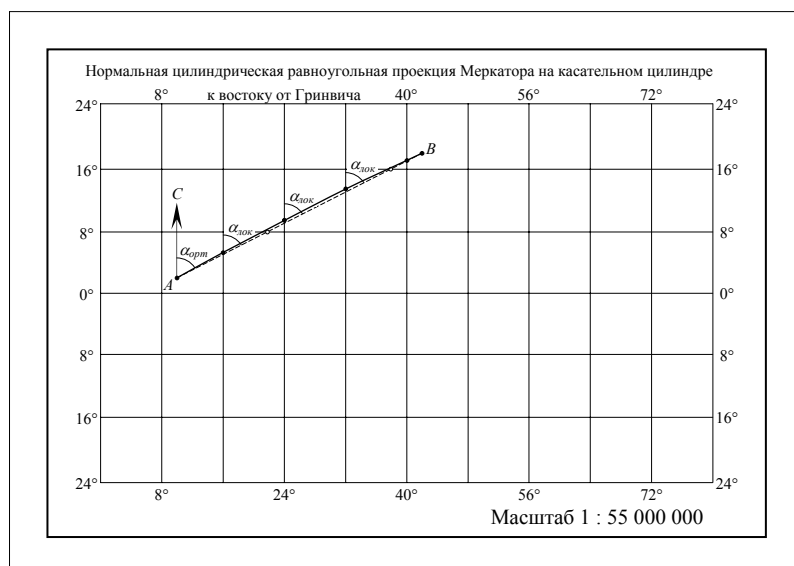


Рис. 36. Пример построения линий положения на картографической сетке карты 1 приложения 7 (сплошной линией показана ортодромия; пунктирной – локсодромия). Изображение уменьшено в два раза.

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{лок}} = \frac{\pi(42^\circ - 10^\circ)}{180^\circ \left( \ln \left[ \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{18^\circ}{2} \right) \right] - \ln \left[ \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{2^\circ}{2} \right) \right] \right)} = 1,9628; \alpha_{\text{лок}} = 63,0^\circ.$$

Зная азимут локсодромии  $\alpha_{\text{лок}}$ , подставляем это значение в [83] для нахождения двух промежуточных долгот:

$$\lambda_1 = 10^\circ + 1,9628 \frac{180^\circ \left( \ln \left[ \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{8^\circ}{2} \right) \right] - \ln \left[ \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{2^\circ}{2} \right) \right] \right)}{\pi} = 21,8^\circ;$$

$$\lambda_2 = 10^\circ + 1,9628 \frac{180^\circ \left( \ln \left[ \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{16^\circ}{2} \right) \right] - \ln \left[ \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{2^\circ}{2} \right) \right] \right)}{\pi} = 37,9^\circ.$$

Полученные две пары координат ( $\varphi_1 = 8,0^\circ$  с.ш.,  $\lambda_1 = 21,8^\circ$  в.д. и  $\varphi_2 = 16,0^\circ$  с.ш.,  $\lambda_2 = 37,9^\circ$  в.д.) наносим на картографическую сетку и соединяем плавной кривой (пунктирная линия на рисунке 36). На макете картографической сетки указываются также азимуты обеих линий: ортодромии – единожды, в начальной точке, локсодромии – у каждого пересечения с меридианами.

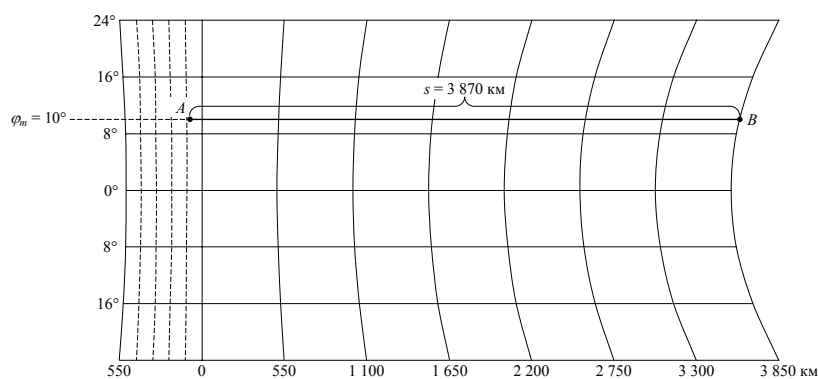


Рис. 37. Шкала масштабов длин для проекции карты 1 приложения 7 (утолщенной линией показано расстояние между заданными точками A и B по средней параллели  $\varphi_m = (\varphi_A + \varphi_B)/2 = 10^\circ$ ).

Для нахождения величины искажения длин в нормальной цилиндрической равноугольной проекции Меркатора воспользуемся [38]. В этой проекции все искажения распределены симметрично относительно экватора, который является линией нулевых искажений. Частые масштабы

бы длин по параллелям  $n_i$  равны:

$$n_{\varphi=0^\circ} = \frac{1}{\cos 0^\circ} = 1,00; \quad n_{\varphi=8^\circ} = \frac{1}{\cos 8^\circ} = 1,01; \quad n_{\varphi=16^\circ} = \frac{1}{\cos 16^\circ} = 1,04; \quad n_{\varphi=24^\circ} = \frac{1}{\cos 24^\circ} = 1,09.$$

Полученные значения свидетельствуют о возрастающей степени преувеличения масштаба длин по мере удаления от экватора (от 1 % – на параллели 8° до 9 % – на параллели 24°). Строим шкалу масштабов длин так, как это описано выше (рис. 37).

Вдоль средней параллели точек  $A$  и  $B$ , равной:

$$\varphi_m = \frac{2^\circ + 18^\circ}{2} = 10^\circ,$$

наносим длину отрезка  $AB$ , измеренную по карте (7,27 см) и оцениваем его длину  $s$  – 3 870 км (эта величина почти на 150 км меньше той, что была бы получена при измерении по карте без учета искажения длин – 7,27 см  $\times$  550 км = 3 999 км). Точное же значение длины между двумя точками может быть получено по [86] и [87]:

$$\cos \sigma = \sin 2^\circ \sin 18^\circ + \cos 2^\circ \cos 18^\circ \cos(42^\circ - 10^\circ) = 0,8168, \quad \sigma = 35,2^\circ,$$

$$s_{opt} = \frac{\pi \cdot 6\,378\,245 \text{ м} \cdot 35,2^\circ}{180^\circ} = 3\,919 \text{ км}.$$

Длина локсодромии между точками  $A$  и  $B$  равна [88]:

$$s_{лок} = \frac{\pi \cdot 6\,378\,245 \text{ м} \cdot |18^\circ - 2^\circ|}{180^\circ \cos 63,0^\circ} = 3\,923 \text{ км},$$

т.е. движущийся от точки  $A$  к точке  $B$  по локсодромии объект прошел бы на 4 км больше кратчайшего расстояния между этими пунктами.

Результаты вычислений оформляются в виде таблицы 13.

Таблица 13

Форма представления результатов вычислений промежуточных точек и длин линий положения

Нормальная цилиндрическая равноугольная проекция Меркатора на касательном цилиндре  
масштаба 1 : 55 000 000 (густота сетки:  $\Delta\varphi = 8^\circ$ ;  $\Delta\lambda = 8^\circ$ )

Координаты точек:		начальной $A$ : $\varphi = 2^\circ$ с.ш., $\lambda = 10^\circ$ в.д.	конечной $B$ : $\varphi = 18^\circ$ с.ш., $\lambda = 42^\circ$ в.д.
Вычисление промежуточных точек ортодромии		Вычисление промежуточных точек локсодромии	
Долготы	Широты	Широты	Долготы
$\lambda_1 = 16^\circ$ в.д.	$\varphi_1 = 5,3^\circ$ с.ш.	$\varphi_1 = 8^\circ$ с.ш.	$\lambda_1 = 21,8^\circ$ в.д.
$\lambda_2 = 24^\circ$ в.д.	$\varphi_2 = 9,5^\circ$ с.ш.	$\varphi_2 = 16^\circ$ с.ш.	$\lambda_2 = 37,9^\circ$ в.д.
$\lambda_3 = 32^\circ$ в.д.	$\varphi_3 = 13,5^\circ$ с.ш.		
$\lambda_4 = 40^\circ$ в.д.	$\varphi_4 = 17,1^\circ$ с.ш.		
Азимут ортодромии в начальной точке $\alpha_{opt} = 61,0^\circ$		Азимут локсодромии $\alpha_{лок} = 63,0^\circ$	
Вспомогательные величины:		Константа $A$ : $3,6^\circ$	
		Центральный угол $\sigma$ между нормальными к точкам $A$ и $B$ : $35,2^\circ$	
		Средняя широта линий положения $\varphi_m$ : $10^\circ$	
Вычисление частных масштабов длин $K = 550 \text{ км}$		Вычисление длин линий положения	
$\varphi_5 = 24^\circ$ ю.ш.	$n_5 = 1,09$	Длина ортодромии по карте без учета искажения длин: 3 999 км	
$\varphi_1 = 16^\circ$ ю.ш.	$n_1 = 1,04$	Длина ортодромии по карте с учетом искажения длин $s$ : 3 870 км	
$\varphi_2 = 8^\circ$ ю.ш.	$n_2 = 1,01$	Действительная длина ортодромии на шаре $s_{opt}$ : 3 919 км	
$\varphi_0 = 0^\circ$ ш.	$n_0 = 1,00$	Действительная длина локсодромии на шаре $s_{лок}$ : 3 923 км	
$\varphi_3 = 8^\circ$ с.ш.	$n_3 = 1,01$		
$\varphi_4 = 16^\circ$ с.ш.	$n_4 = 1,04$		
$\varphi_N = 24^\circ$ с.ш.	$n_N = 1,09$		

Выполнение на ЭВМ. Пример программы для автоматизированного вычисления промежуточных точек и длин линий положения приведен в приложении 8.

Сроки выполнения и оценка работы. Поскольку задание является факультативным сроки его выполнения устанавливаются в каждом конкретном случае индивидуально. Результаты работы оцениваются 6 баллами: по одному баллу – за вычисление промежуточных точек ортодромии и локодромии, по одному баллу – за вычисление длин линий положения и по одному баллу – за аккуратность и точность вычерчивания макета картографической сетки и шкалы масштаба длин.

Варианты заданий

№ варианта	Номер карты (прил. 7)	Координаты точек	
		начальной $A (\varphi_A, \lambda_A)$	конечной $B (\varphi_B, \lambda_B)$
1.	2	13° ю.ш., 16° з.д.	19° с.ш., 43° з.д.
2.	3	11° с.ш., 34° з.д.	35° с.ш., 12° в.д.
3.	4	23° с.ш., 44° з.д.	57° с.ш., 108° з.д.
4.	5	57° с.ш., 56° в.д.	72° с.ш., 113° в.д.
5.	6	45° с.ш., 26° з.д.	58° с.ш., 19° в.д.
6.	2	44° ю.ш., 17° в.д.	12° ю.ш., 75° в.д.
7.	3	26° ю.ш., 10° в.д.	2° ю.ш., 60° в.д.
8.	4	65° с.ш., 26° в.д.	31° с.ш., 82° в.д.
9.	5	44° с.ш., 58° з.д.	58° с.ш., 113° з.д.
10.	6	69° с.ш., 51° в.д.	58° с.ш., 3° в.д.
11.	2	4° с.ш., 41° в.д.	36° с.ш., 107° в.д.
12.	3	25° ю.ш., 19° з.д.	7° ю.ш., 27° в.д.
13.	4	4° с.ш., 152° в.д.	36° с.ш., 97° в.д.
14.	5	77° с.ш., 134° з.д.	62° с.ш., 74° з.д.
15.	6	67° с.ш., 19° з.д.	52° с.ш., 28° в.д.
16.	2	14° ю.ш., 97° в.д.	18° с.ш., 35° в.д.
17.	3	28° с.ш., 41° в.д.	4° с.ш., 3° з.д.
18.	4	45° с.ш., 111° з.д.	72° с.ш., 174° з.д.
19.	5	51° с.ш., 166° в.д.	66° с.ш., 103° в.д.
20.	6	50° с.ш., 44° в.д.	63° с.ш., 5° з.д.

## 4. Глоссарий

- Азимут, 11, 21  
    локсодромии, 56  
    ортодромии в начальной точке, 54
- Выбор проекций, 20
- Высшая картография (см. математическая картография)
- Географическая сетка, 7
- Геодезическая основа, 6
- Геоид, 6
- Главные направления, 9
- Идеальная местность, 53
- Изображение эллипсоида  
    на плоскости, 7  
    на поверхности шара, 7
- Изоколы, 10
- Искажения, 8  
    длин, 8  
    комплексная оценка, 12  
    площадей, 8  
    углов, 8  
    форм, 8
- Картографическая сетка, 7, 21
- Картографические проекции, 6, 10  
    азимутальные, 12  
    внешние, 15  
    гномонические, 15  
    конические, 13  
    многогранные, 16  
    многополосные, 16  
    ортографические, 15  
    равновеликие (эквивалентные), 10  
    равнопромежуточные (эквидистантные), 11  
    равноугольные (конформные), 10  
    перспективные, 15  
    поликонические, 16  
    произвольные, 11  
    псевдоазимутальные, 16  
    псевдоконические, 16  
    псевдоцилиндрические, 16  
    стереографические, 15  
    уравнения, 10, 17, 18  
    условные, 16  
    цилиндрические, 12
- Километровая сетка (см. Сетка прямоугольных координат)
- Классификация картографических проекций  
    по виду вспомогательной геометрической поверхности, 10  
    по территориальному охвату, 10  
    по характеру искажений, 10  
    по положению точки проектирования (для перспективных проекций), 15
- Координатные сетки, 6, 21
- Линии нулевых искажений, 10
- Линии положения, 15
- Локсодромия, 15, 54
- Масштаб, 6  
    главный, 7  
    по меридиану, 9  
    по параллели, 9  
    частный, 7  
    экстремальный, 9
- Математическая картография, 6
- Математическая основа карт, 6
- Нормальные азимутальные проекции, 13  
    Гинзбурга (с небольшим искажением площадей), 42  
    гномонические, 42  
    Лаира, 42  
    применение, 20  
    равновеликие Ламберта, 41  
    равнопромежуточные по меридианам Постеля, 40  
    равнопромежуточные по параллелям (ортографические), 42  
    равноугольные (стереографические), 41  
    распределение искажений, 20  
    уравнения, 17
- Нормальные конические проекции, 14  
    применение, 20  
    равновеликие, 44  
    равнопромежуточные по меридианам Птолемея, 43  
    равноугольные Ламберта-Гаусса, 43  
    распределение искажений, 18  
    уравнения, 18
- Нормальные цилиндрические проекции, 12

- Голла (перспективно-цилиндрические), 40
- применение, 20
- равновеликие, 40
- равнопромежуточные по меридианам, 39
- равноугольные Меркатора, 39
- распределение искажений, 18
- уравнения, 17
- Опознавание картографических проекций, 23
- Ортодромия, 15, 53
- Поликонические проекции, 15
  - применение, 20
  - уравнения, 18
- Полярное расстояние, 40
- Псевдоазимутальные проекции, 16
  - применение, 21
  - уравнения, 17
- Псевдоконические проекции, 16
  - применение, 21
  - уравнения, 18
- Псевдоцилиндрические проекции, 16
  - применение, 20
  - уравнения, 17
- Распределение искажений в картографических проекциях, 18
- Сетка прямоугольных координат, 21
- Сетка-указательница, 21
- Точки нулевых искажений, 10
- Трапеции картографической сетки, 37
- Условия
  - равновеликости изображения, 11
  - равнопромежуточности изображения, 11
  - равноугольности изображения, 10
- Эллипс искажений, 9
- Эллипсоид вращения, 6

## 5. Математические обозначения и величины

$\alpha$	1) полярное сжатие эллипсоида вращения [1]; 2) азимут направления частного масштаба $ds'$ [8]; 3) переходной коэффициент (постоянный параметр) нормальных конических проекций [24, 69, 70, 72 – 77, 79]
$\alpha_0$	азимут направления наибольшего частного масштаба $a$ [11, 12, 15]
$\alpha_{лок}$	азимут линии локсодромии, постоянный для любой ее части [83, 84, 88]
$\alpha_{орт}$	азимут линии ортодромии в начальном пункте $A$ [82]
$\beta$	направление вектора единого показателя величины и характера искажений $\vec{\rho}$ [19]
$\delta$	1) полярные координаты углов карты [22 – 26] 2) угловая мера меридиана на карте в нормальных азимутальных и нормальных конических проекциях [46, 48, 51, 52, 55, 56, 59, 60, 63, 65, 67, 69, 73, 76]
$\Delta\delta$	углы между меридианами на карте
$\theta$	угол пересечения меридиана и параллели на карте [6, 8, 15]
$\lambda, \lambda_i$	географическая долгота на земном шаре (сфере) [2, 14, 30, 31, 34, 36, 39, 40, 43, 46, 48, 51, 52, 55, 56, 59, 60, 63, 65, 67, 69, 76, 80, 83]
$\lambda_A, \lambda_B$	долготы точек $A$ и $B$ соответственно – крайних пунктов линий положения [80, 81, 83, 84, 87]
$\lambda_W, \lambda_E$	крайние меридианы картографической сетки – западный $\lambda_W$ и восточный $\lambda_E$
$\mu$	искажение длин в картографической проекции [3, 8, 15]
$\pi$	число «пи», приблизительно равное 3,1416 [30, 31, 34, 36, 39, 40, 43, 46, 48 – 50, 69, 70, 83, 84, 86, 88]
$\rho$	1) полярные координаты расстояний карты [22 – 26] 2) радиус окружностей, изображающих параллели в нормальных азимутальных и нормальных конических проекциях [46, 48, 51, 52, 55, 56, 59, 60, 63, 65, 67, 69, 72, 73, 76, 79]
$\rho_0$	радиус дуги окружности, изображающей параллель касания $\varphi_0$ в нормальных конических проекциях на касательном конусе [29, 70, 71, 77, 78]
$\vec{\rho}$	вектор единого показателя величины и характера искажений [18]
$\sigma$	центральный угол между нормальными к земной поверхности в точках $A$ и $B$ [86, 87]
$\varphi, \varphi_i$	географическая широта на земном шаре (сфере) [2, 14, 30, 31, 33, 35, 38, 39, 40, 42, 43, 45, 47, 69, 72, 76, 80]
$\varphi_0$	параллель касания в нормальных цилиндрических ( $\varphi_0 = 0^\circ$ ), нормальных азимутальных ( $\varphi_0 = 90^\circ$ ) и нормальных конических ( $0^\circ < \varphi_0 < 90^\circ$ ) проекциях [29, 70, 71, 74, 77 – 78]
$\varphi_A, \varphi_B$	широты точек $A$ и $B$ соответственно – крайних пунктов линий положения [80 – 82, 87, 88]
$\varphi_k$	параллель сечения земного шара цилиндром, плоскостью или конусом в нормальных цилиндрических, нормальных азимутальных и нормальных конических проекциях соответственно [32, 33, 37, 38, 40 – 45, 53, 57, 61]
$\varphi_m$	средняя параллель, вычисляемая как полусумма двух крайних в пределах карты – $\varphi_S$ и $\varphi_N$ – или двух заданных – $\varphi_A$ и $\varphi_B$ [85]

$\varphi_S$ ,	крайние параллели картографической сетки – южная $\varphi_S$ и северная $\varphi_N$
$\varphi_N$	
$\omega$	искажение углов в картографической проекции [5, 10, 15]
$a$	1) большая экваториальная полуось эллипсоида вращения [1]; 2) наибольший частный масштаб [6, 7, 9 – 11, 15]
$A$	постоянный параметр уравнения ортодромии [80 – 82]
$b$	1) малая полярная полуось эллипсоида вращения [1]; 2) наименьший частный масштаб [6, 7, 9 – 11, 15]
$B$	географическая широта на земном эллипсоиде (эллипсоиде вращения; [2, 13, 20 – 26])
$c$	постоянный параметр нормальных цилиндрических проекций [20]
$C$	постоянный параметр нормальных конических проекций [69, 70, 73 – 77]
$D$	расстояние от точки зрения до центра земного шара в перспективных проекциях [65, 66]
$dp$	главный масштаб площадей [4]
$dp'$	частный масштаб площадей [4]
$ds$	главный масштаб длин [3]
$ds'$	частный масштаб длин [3]
$f, f_1,$ $f_2, f_3$	уравнения картографических проекций [13, 14, 20 – 26]
$k$	1) искажение форм в картографической проекции [9, 15, 18, 19] 2) постоянный редуцированный параметр нормальных азимутальных проекций, зависящий от зенитного расстояния параллели сечения $z_k$ [48 – 50, 52 – 54, 56 – 58, 60 – 62]
$K$	целое число километров на местности в 1 сантиметре изображения карты, равное $M : 100\,000$
$l_1$	длина отрезка касательной к меридиану между двумя параллелями в точке на карте [27]
$l_2$	длина отрезка касательной к параллели между двумя меридианами в точке на карте [28]
$L$	географическая долгота на земном эллипсоиде (эллипсоиде вращения; [2, 13, 20 – 26])
$L_1$	длина части меридиана на эллипсоиде, соответствующая отрезку $l_1$ [27]
$L_2$	длина части параллели на эллипсоиде, соответствующая отрезку $l_2$ [28]
$m$	частный масштаб длин по меридиану [6 – 8, 11, 12, 15, 17, 27, 33, 38, 42, 45, 50, 54, 58, 62, 64, 66, 68, 72, 75, 79]
$M$	знаменатель главного масштаба карты [27 – 29, 30, 31, 34, 36, 39, 40, 43, 46, 48, 51, 52, 55, 56, 59, 60, 63, 65, 67, 69 – 72, 74 – 79]
$n$	частный масштаб длин по параллели [6 – 8, 12, 15, 17, 28, 33, 38, 42, 45, 50, 54, 58, 62, 64, 66, 68, 72, 75, 79]
$n_i$	частный масштаб длин по параллели $\varphi_i$ в нормальных цилиндрических, нормальных азимутальных и нормальных конических проекциях
$p$	искажение площадей в картографической проекции [4, 6, 7, 12, 16, 18, 19]
$q$	расстояние между полюсом полярных и началом прямоугольных координат на карте [24 – 26]
$R$	радиус земного шара, наиболее близкого по размерам, площади поверхности и объему к земному эллипсоиду и равный 6 371 120 м; используется в картографических проекциях произвольных по характеру искажений [29, 43, 44, 59, 60, 63, 65 – 67]

$R'$	радиус земного шара, равный 6 378 245 м; используется в картографических проекциях равноугольных по характеру искажений [34, 37, 51, 52, 75, 86, 88]
$R''$	радиус земного шара, равный 6 371 116 м; используется в картографических проекциях равновеликих по характеру искажений [39 – 41, 55, 56, 76 – 78]
$R'''$	радиус земного шара, равный 6 367 558 м; используется в равнопромежуточных по меридианам картографических проекциях [30 – 32, 46, 48, 69 – 72]
$R_k$	радиус параллели сечения $\varphi_k$ или параллели касания $\varphi_0$ земного шара радиусом $R$ вспомогательной геометрической поверхностью [43, 44]
$R'_k$	радиус параллели сечения $\varphi_k$ или параллели касания $\varphi_0$ земного шара радиусом $R'$ вспомогательной геометрической поверхностью [36, 37, 74]
$R''_k$	радиус параллели сечения $\varphi_k$ или параллели касания $\varphi_0$ земного шара радиусом $R''$ вспомогательной геометрической поверхностью [40, 41, 79]
$R'''_k$	радиус параллели сечения $\varphi_k$ или параллели касания $\varphi_0$ земного шара радиусом $R'''$ вспомогательной геометрической поверхностью [31, 32]
$s$	расстояние между точками $A$ и $B$ на карте, измеренное с учетом искажения длин и выраженное в масштабе карты
$s_{\text{лок}}$	расстояние между точками $A$ и $B$ на шаре по линии локсодромии
$s_{\text{орт}}$	расстояние между точками $A$ и $B$ на шаре по линии ортодромии (кратчайшему расстоянию) [86]
$u$	угол, образованный двумя линиями на эллипсоиде [5]
$u'$	изображение угла $u$ , взятого на эллипсоиде, на карте [5]
$U$	картографический параметр (картографическая функция), обеспечивающая равноугольность картографического изображения на различных параллелях $\varphi$ [34 – 36, 73]
$U_0$	параметр $U$ , рассчитанный для параллели касания $\varphi_0$ [74]
$U_i$	параметр $U$ , рассчитанный для произвольной параллели $\varphi_i$ или для параллелей точек $A$ ( $\varphi_A$ ) и $B$ ( $\varphi_B$ ) – крайних пунктов линий положения – соответственно [83, 84]
$U_A$	
$U_B$	
$X$	прямоугольные координаты абсцисс карты [13, 14, 20 – 26, 30, 31, 34, 39, 40, 43]
$\Delta X$	расстояния между соседними параллелями по меридиану в декартовой системе координат, выраженные в масштабе карты
$Y$	прямоугольные координаты ординат карты [13, 14, 20 – 26, 30, 31, 36, 39, 40, 43]
$\Delta Y$	расстояния между соседними меридианами по параллели в декартовой системе координат, выраженные в масштабе карты
$z$	полярное расстояние, определяемое для параллелей в нормальных азимутальных и нормальных конических проекциях как $90^\circ - \varphi$ [46 – 48, 50 – 52, 54 – 56, 58 – 60, 62 – 68, 75]
$z_k$	полярное расстояние параллели сечения $\varphi_k$ , определяемое в нормальных азимутальных и нормальных конических проекциях как $90^\circ - \varphi_k$ [49, 53, 57, 61]



## 6. Литература<sup>1</sup>

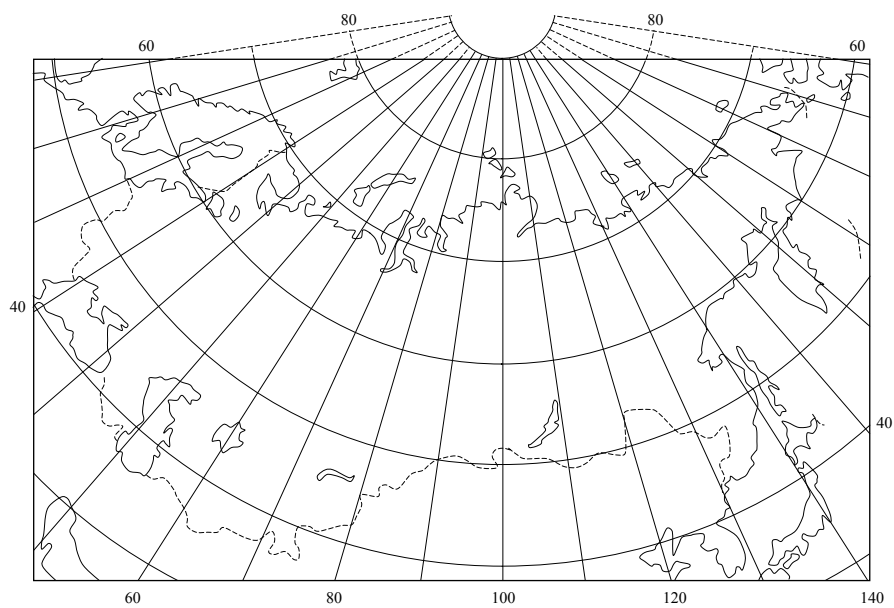
1. **Берлянт А.М. Картография. М.: Аспект Пресс, 2001. – 336 с.**
2. Берлянт А.М., Востокова А.В., Сваткова Т.Г. Картография / Метод. указ. и задания к практ. занятиям. М.: Изд-во МГУ, 1983. – 104 с.
3. **Бугаевский Л.М. Математическая картография. М.: Златоуст, 1998. – 400 с.**
4. Бугаевский Л.М., Вахрамеева Л.А. Картографические проекции / Справ. пособ. М.: Недра, 1992. – 293 с.
5. Вахрамеева Л.А., Бугаевский Л.М., Казакова З.Л. Математическая картография. М.: Недра, 1986. – 288 с.
6. Востокова А.В., Гусева И.Н., Сваткова Т.Г. Картография / Метод. указания для студ.-заочн. III курса геогр. факультетов гос. ун-тов. М.: Изд-во МГУ, 1965. – 108 с.
7. **Востокова А.В., Сваткова Т.Г. Практикум по картографии и картографическому черчению / Уч.-метод. пособ. М.: Изд-во МГУ, 1988. – 136 с.**
8. Гинзбург Г.А. Картографические проекции. М.: Геодезиздат, 1951. – 80 с.
9. Гинзбург Г.А. Построение сеток географических карт графическими приемами. М.: Геодезиздат, 1957. – 124 с.
10. **Гинзбург Г.А., Салманова Т.Д. Атлас для выбора картографических проекций // Тр. ЦНИИГАиК, вып. 110, 1957. – 240 с.**
11. Граур А.В. Математическая картография. Л.: Учпедгиз, 1938. – 312 с.
12. **Картоведение // Под ред. А.М. Берлянта. М.: Аспект Пресс, 2003. – 478 с.**
13. Кремпольский В.Ф., Меклер М.М., Гинзбург Г.А. Справочник картографа. М.: Госгеолтехиздат, 1963. – 420 с.
14. Крищанович В.Я. Лабораторные занятия по картографии. Минск: Изд-во БГУ, 1960. – 116 с.
15. Крищанович В.Я., Медведев Б.А. Определение размеров искажений / Задания и метод. указания к его выполн. для студ. заочн. и вечерн. отд. геофака Белгосуниверситета. Минск: Изд-во БГУ, 1973. – 16 с.
16. **Павлов А.А. Практическое пособие по математической картографии. Л.: ЛГУ, 1974. – 172 с.**
17. **Салищев К.А. Картография. 3-е изд. М.: Высшая школа, 1982. – 272 с.**
18. **Салищев К.А. Картоведение. 3-е изд. М.: Изд-во МГУ, 1990. – 400 с.**
19. **Соловьев М.Д. Практическое пособие по математической картографии. М.: Геодезиздат, 1952. – 178 с.**
20. Соловьев М.Д. Математическая картография. М.: Недра, 1969. – 242 с.
21. Фафурина И.В. Картографические проекции / Метод. разработ. для учителей географии. Казань, 1978. – 22 с.

---

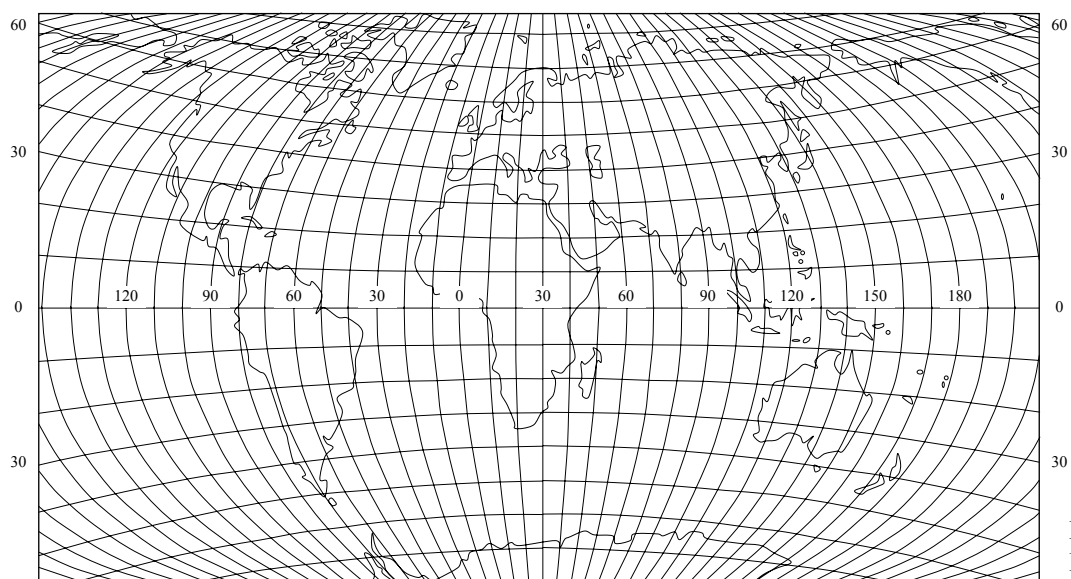
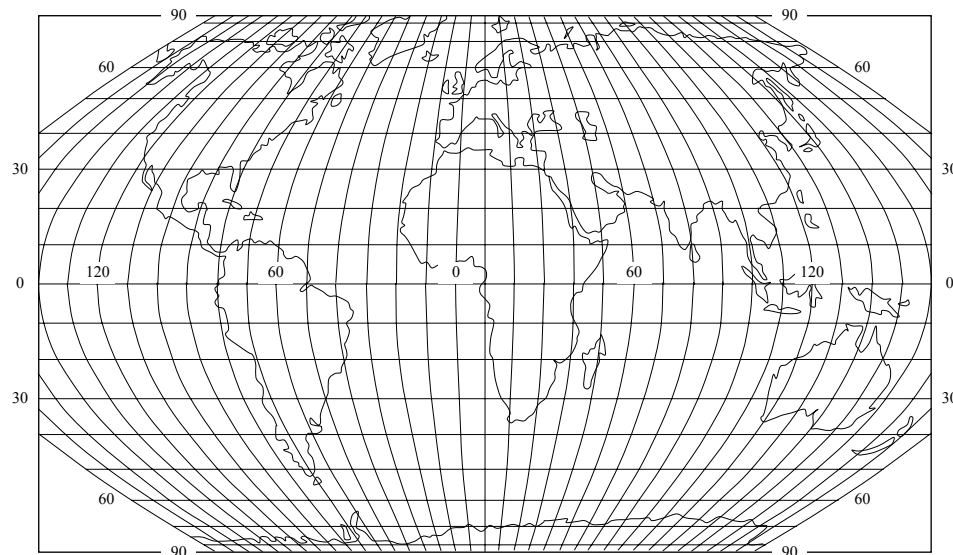
<sup>1</sup> Полужирным шрифтом выделены работы, рекомендуемые для самостоятельного изучения.

## Приложение 1

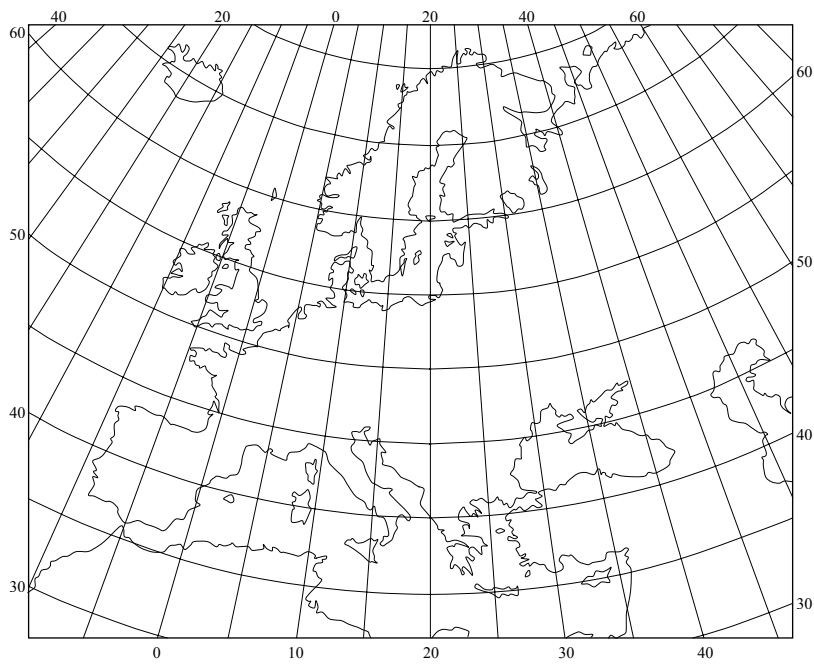
Карта 1. СССР



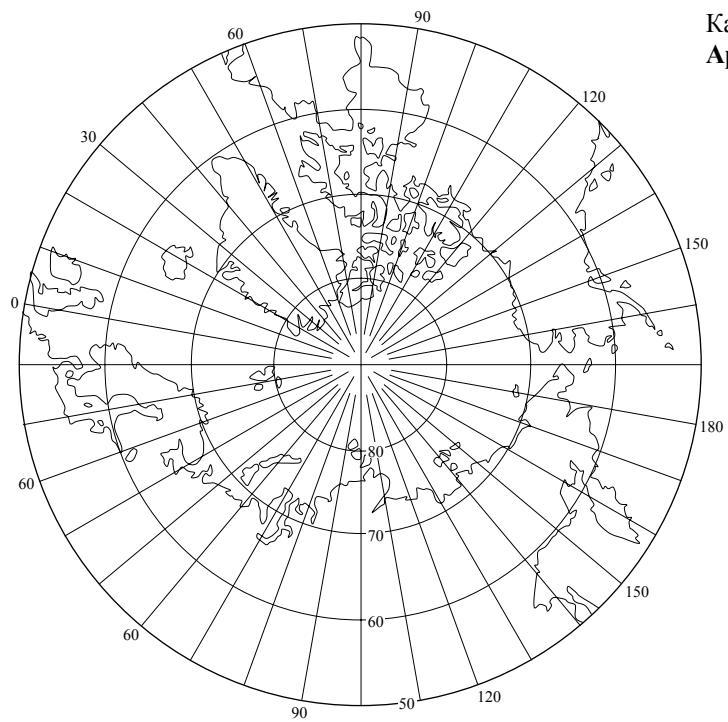
Карта 2.  
Карта мира



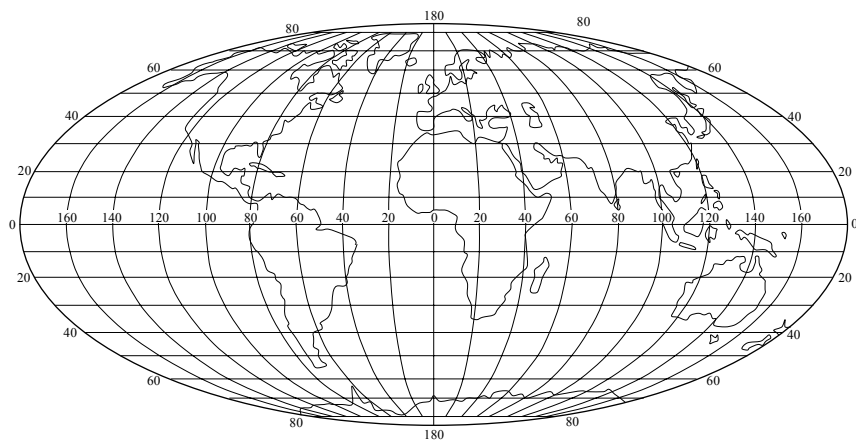
Карта 3.  
Карта мира



Карта 4. Европа

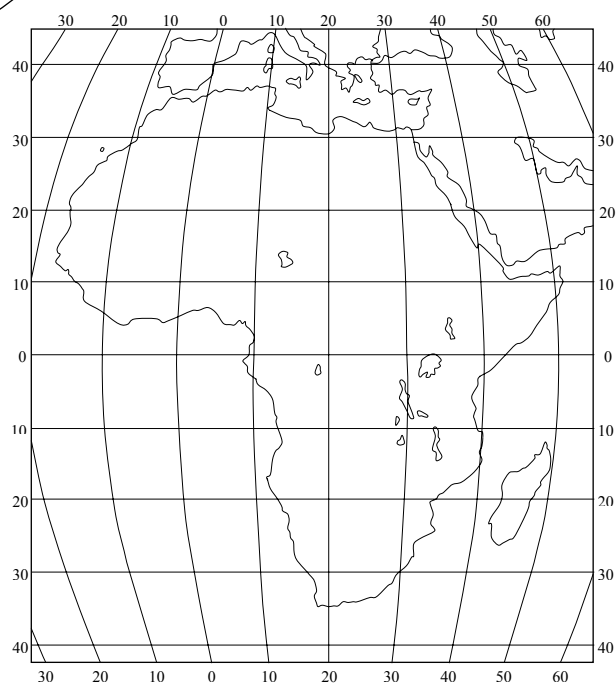
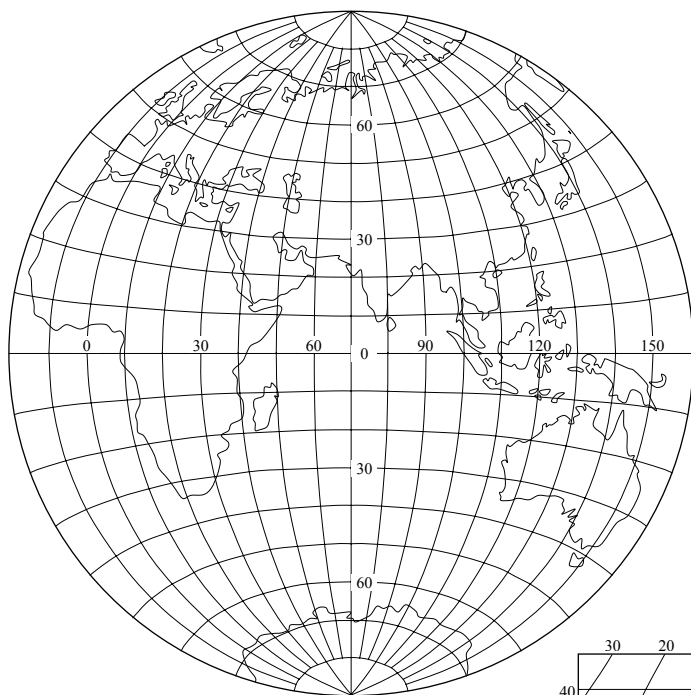


Карта 5.  
Арктика

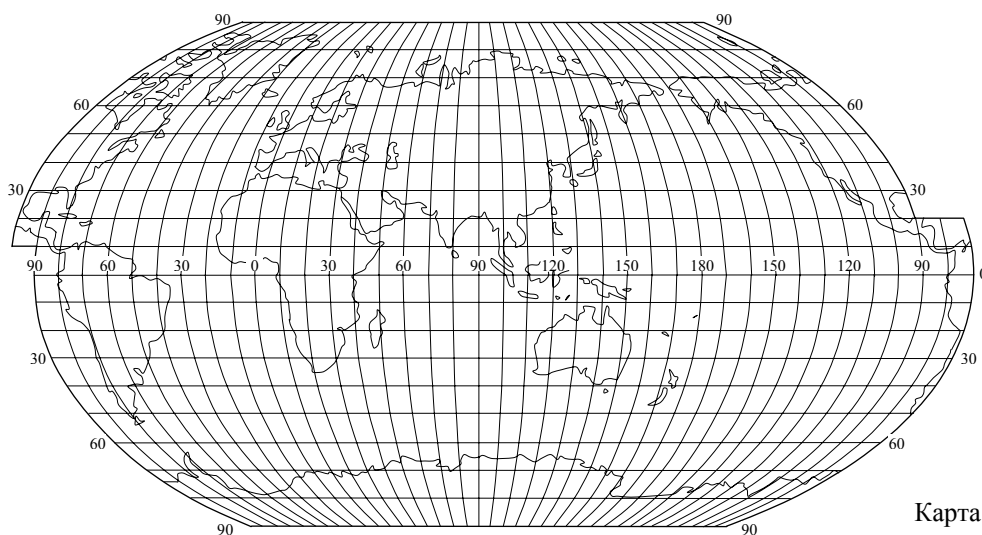


Карта 6.  
Карта мира

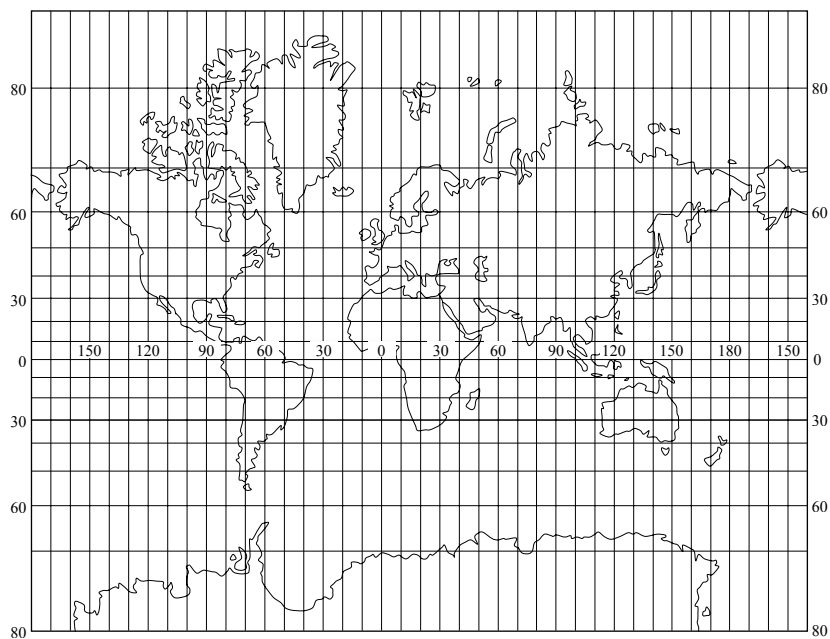
Карта 7.  
Восточное полушарие



Карта 8.  
Африка

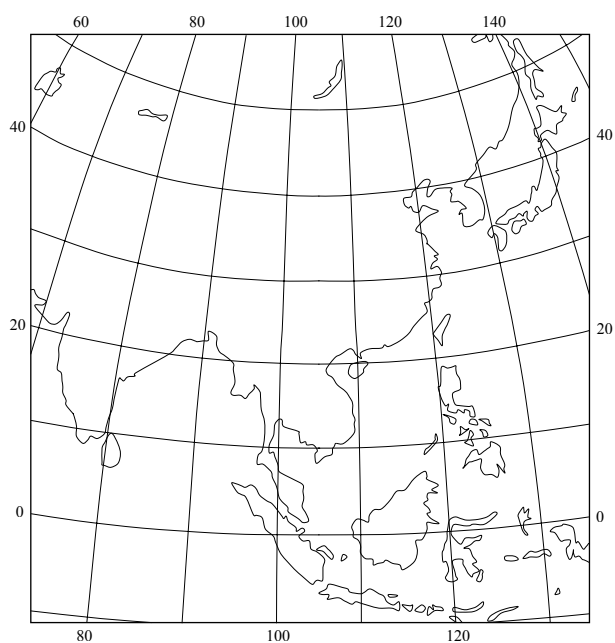


Карта 9. Мировой океан

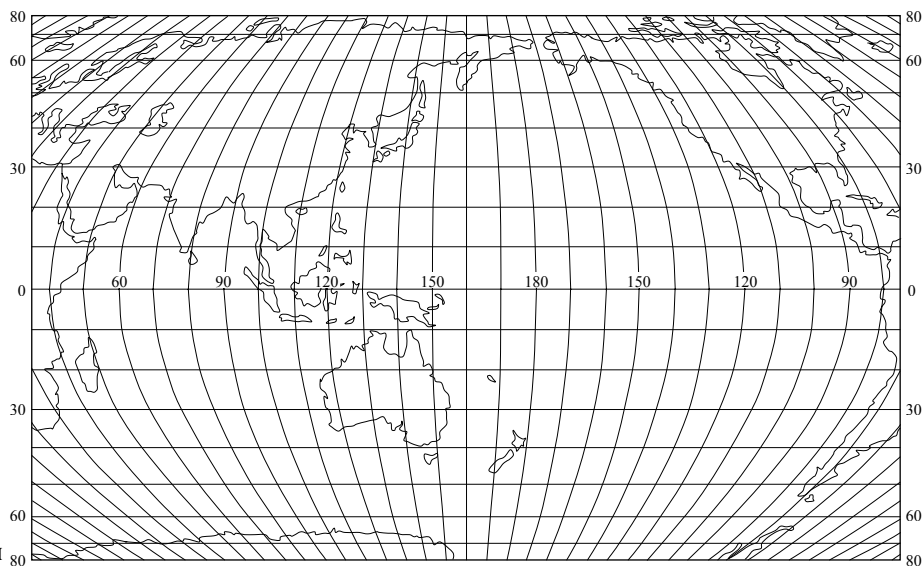


Карта 10. Карта мира

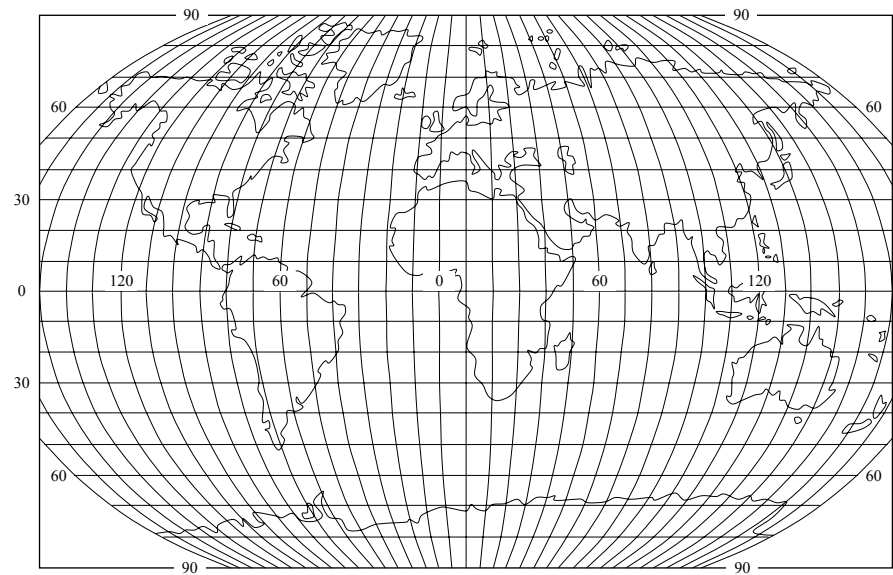
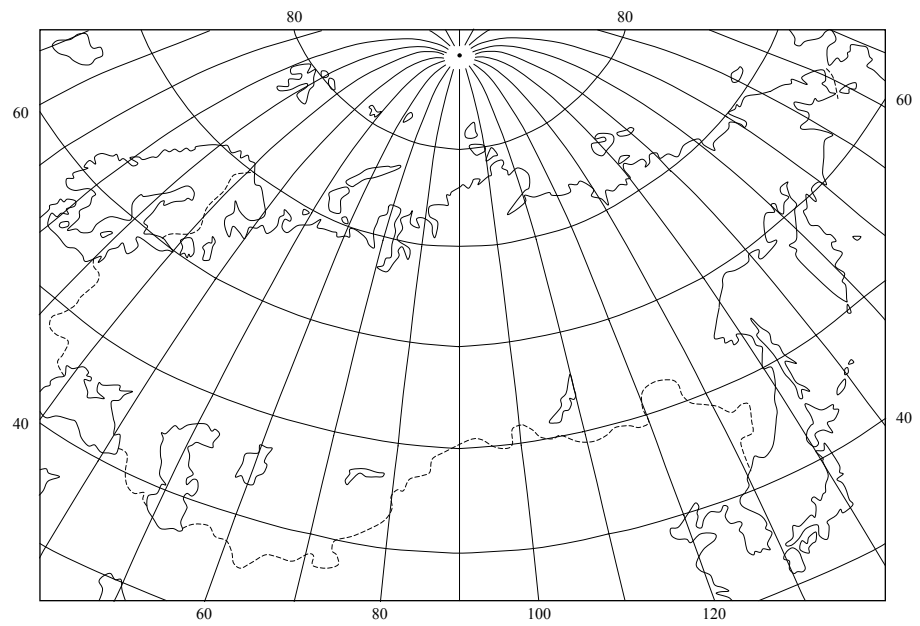
Карта 11.  
Юго-восточная Азия



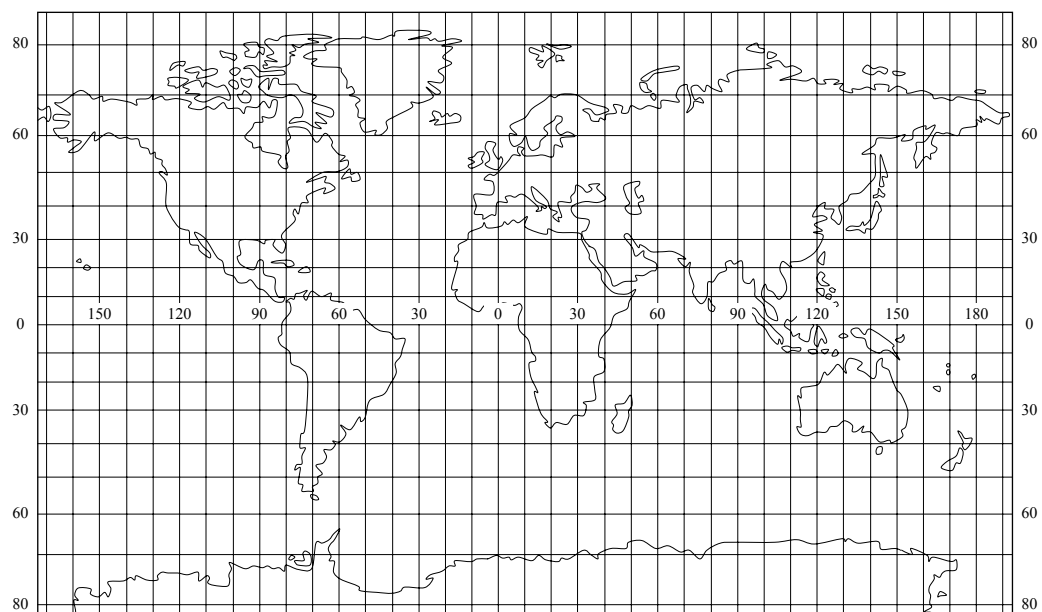
Карта 12.  
Тихий и  
Индийский океаны



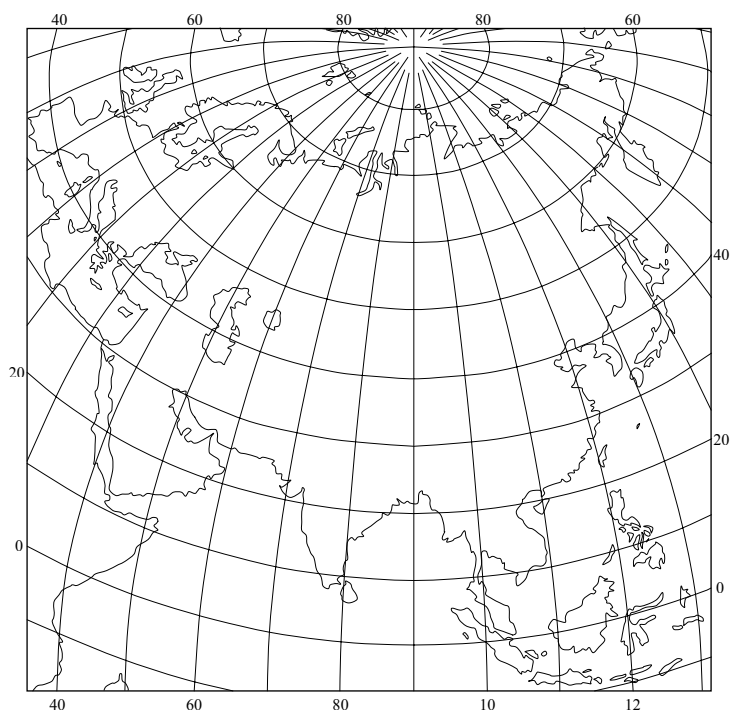
Карта 13.  
СССР



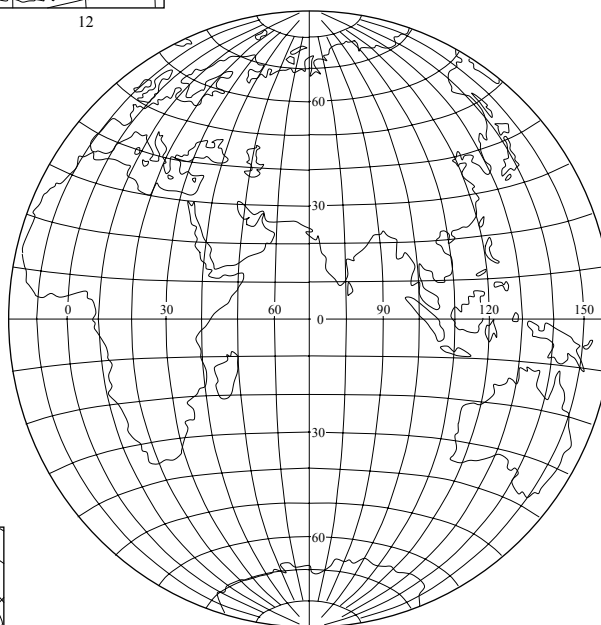
Карта 14.  
Карта мира



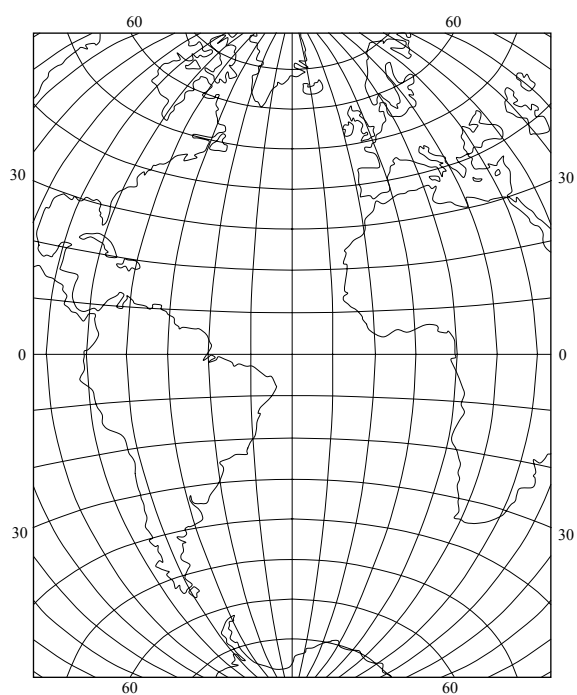
Карта 15.  
Карта мира



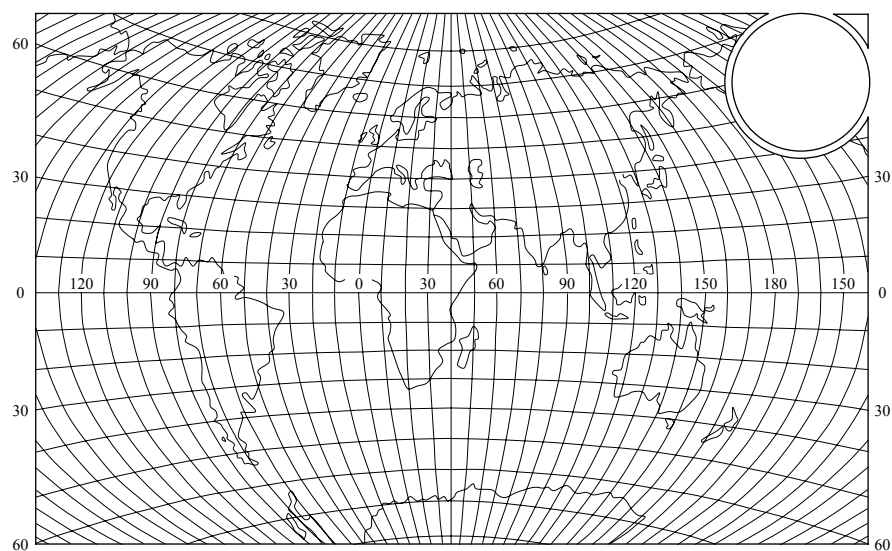
Карта 16.  
**Евразия**



Карта 17.  
**Восточное полушарие**

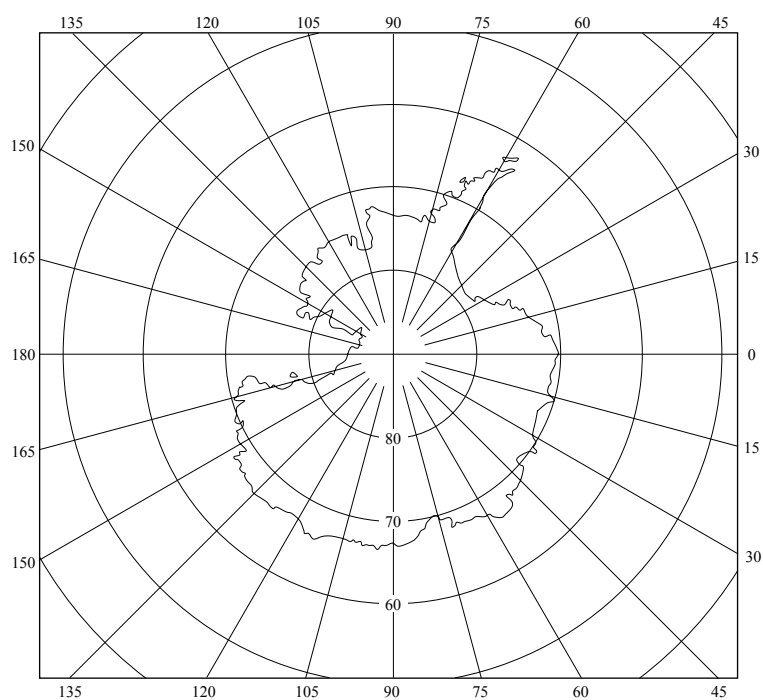
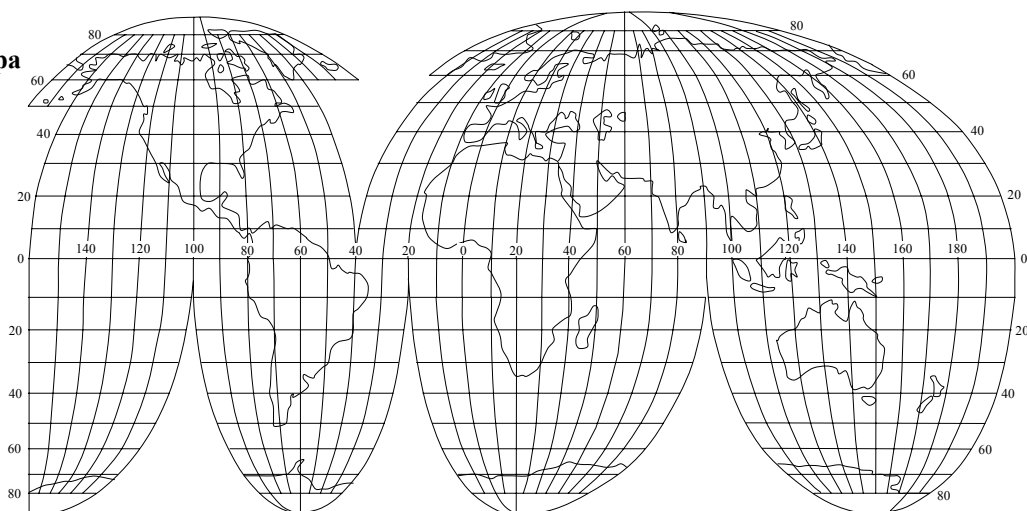


Карта 18.  
**Атлантический океан**



Карта 19.  
Карта мира

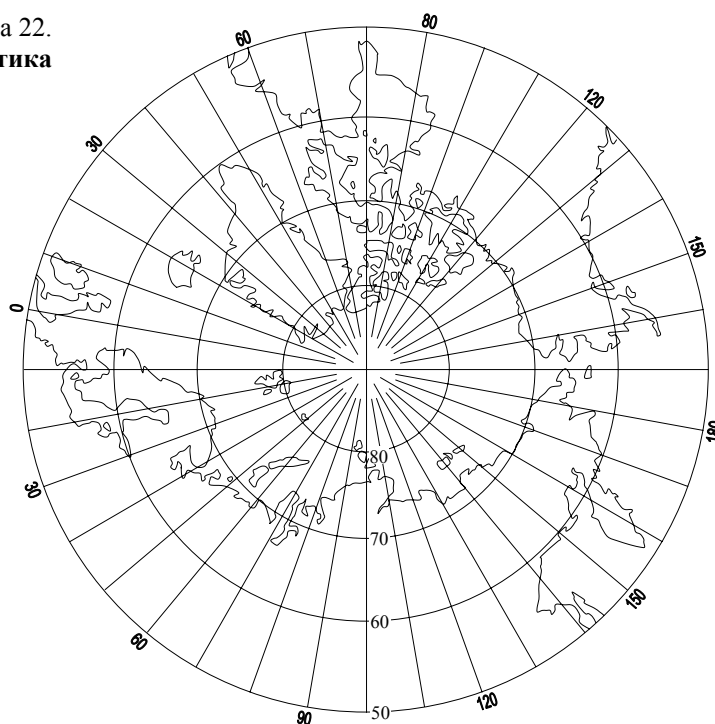
Карта 20.  
Карта мира



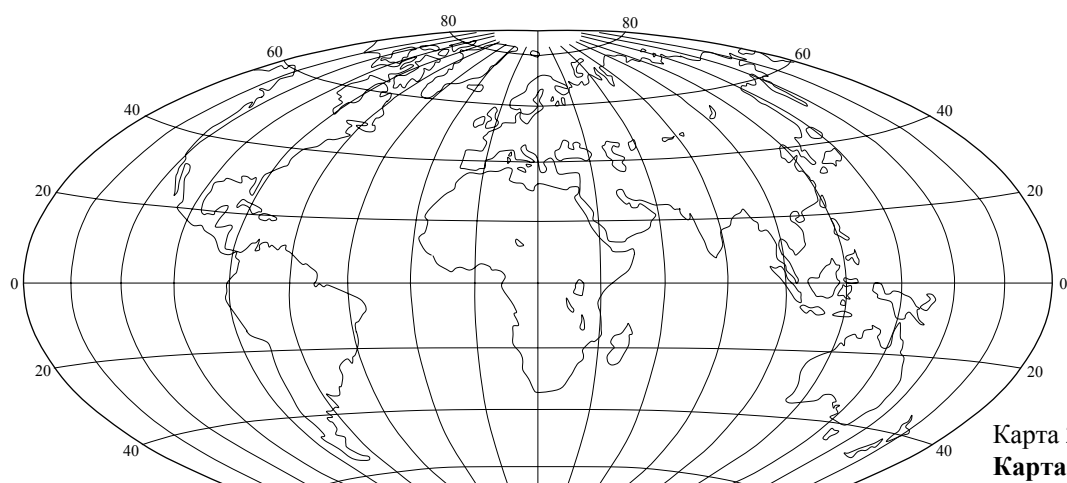
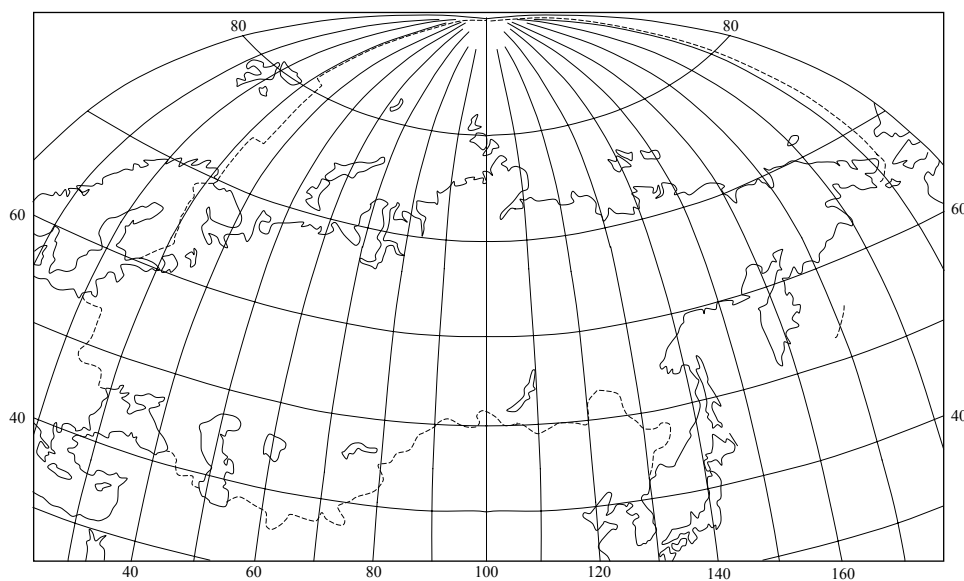
Карта 21.  
Антарктида



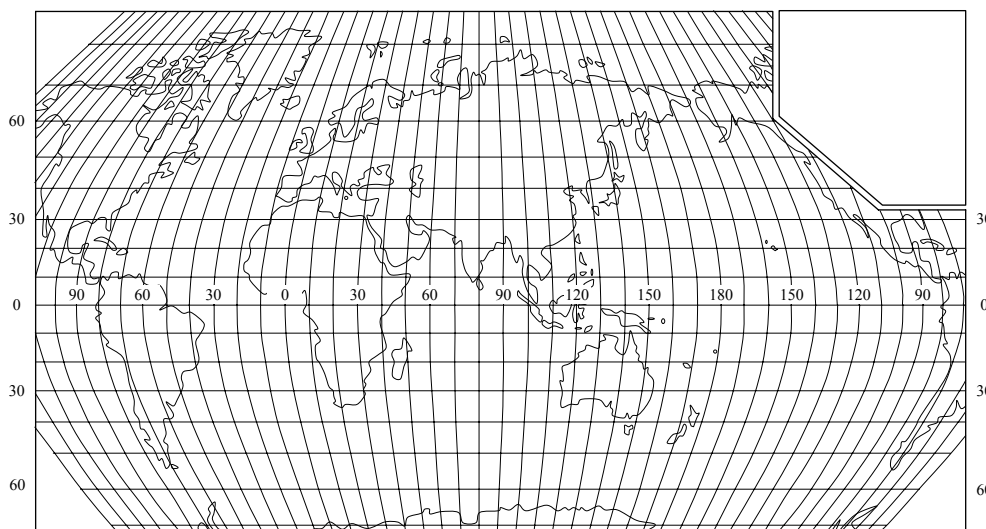
Карта 22.  
Арктика



Карта 23.  
СССР

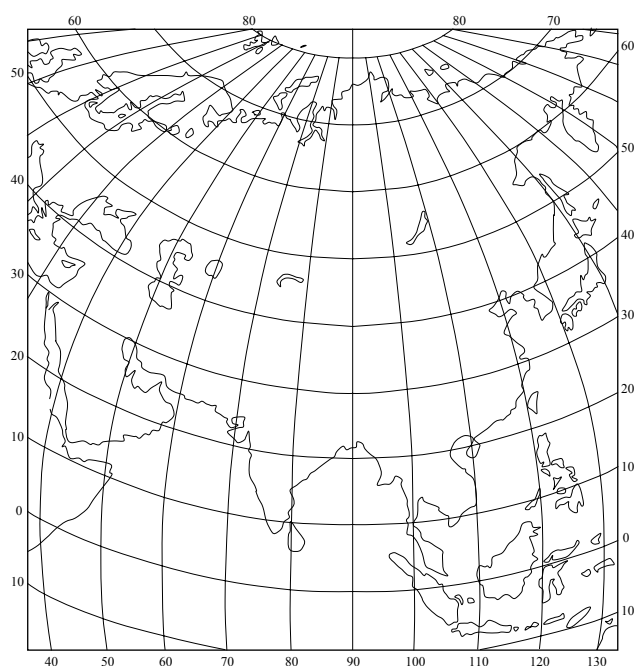
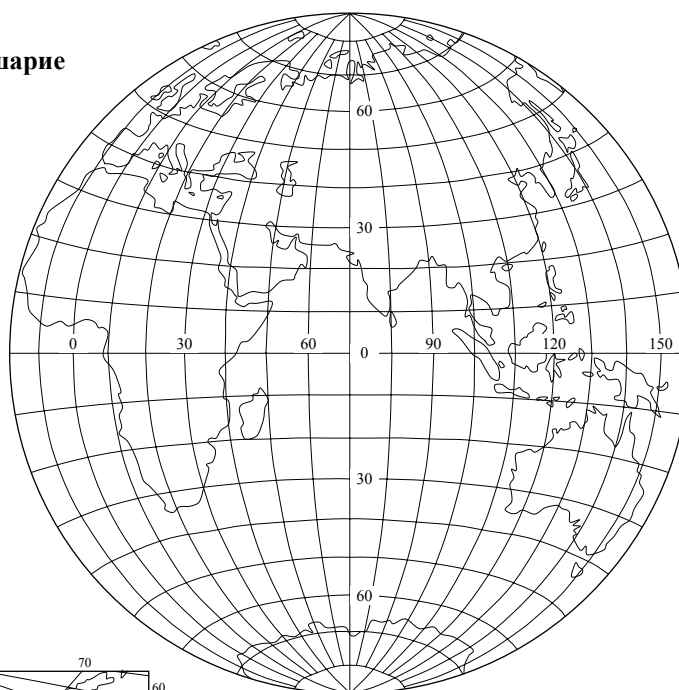


Карта 24.  
Карта мира

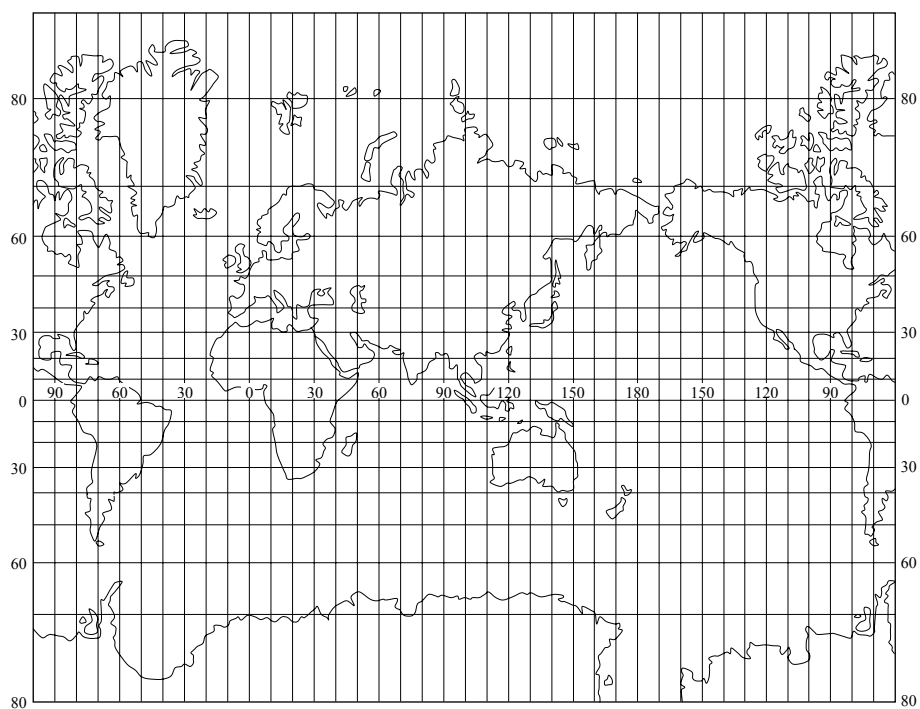


Карта 25.  
Карта мира

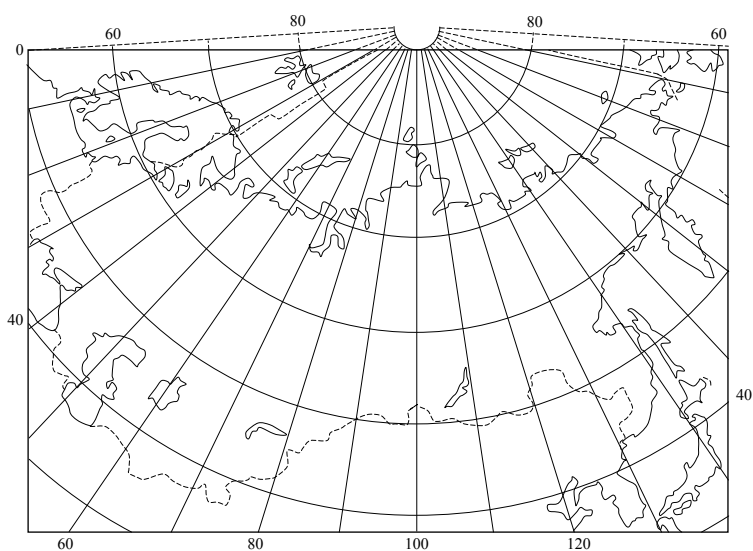
Карта 26.  
Восточное полушарие



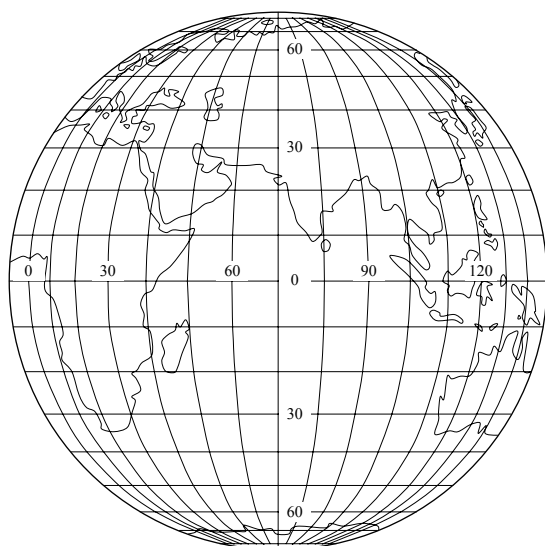
Карта 27. Азия



Карта 28.  
Мировой океан

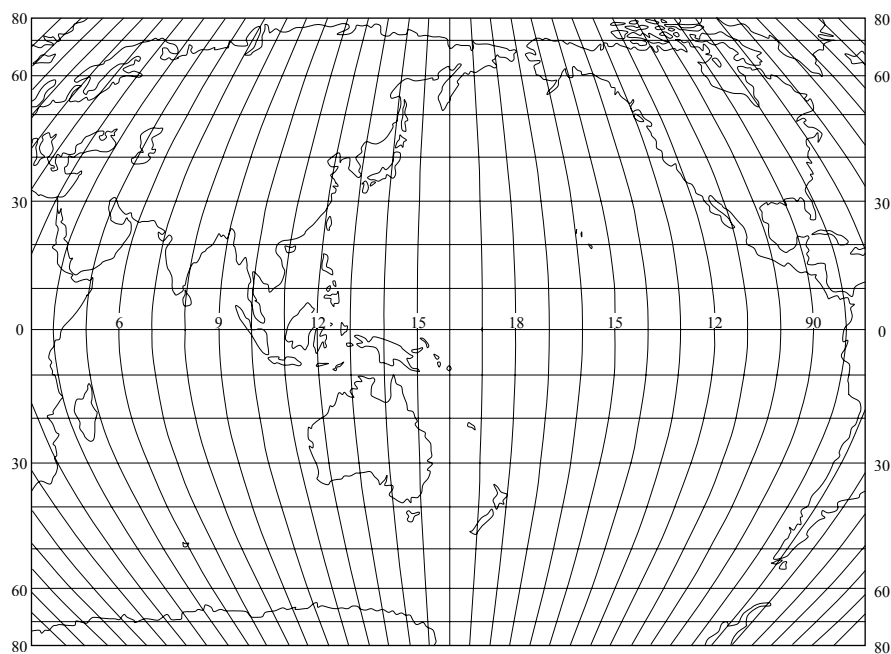


Карта 29.  
СССР



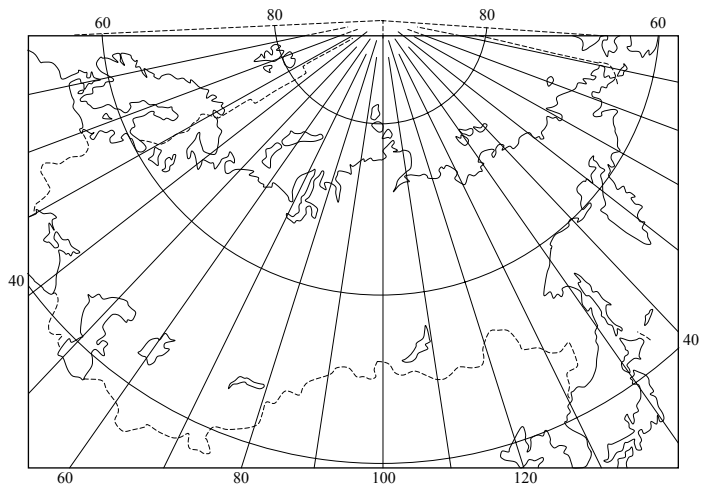
Карта 30.  
Восточное полушарие

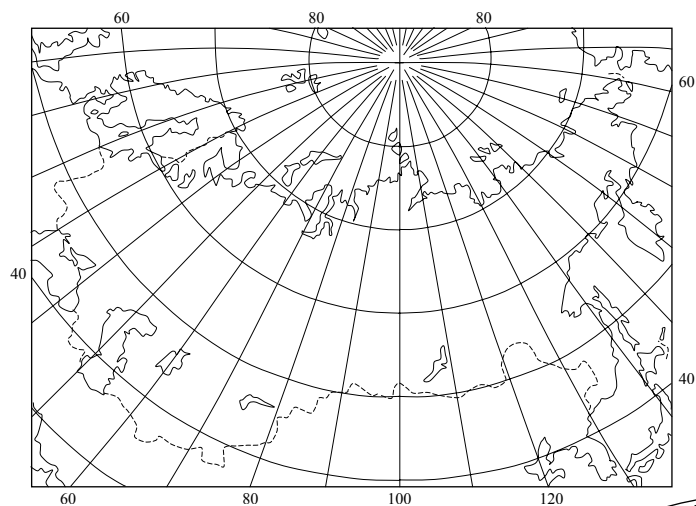
Карта 31.  
Африка



Карта 32.  
Тихий и Индий-  
ский океаны

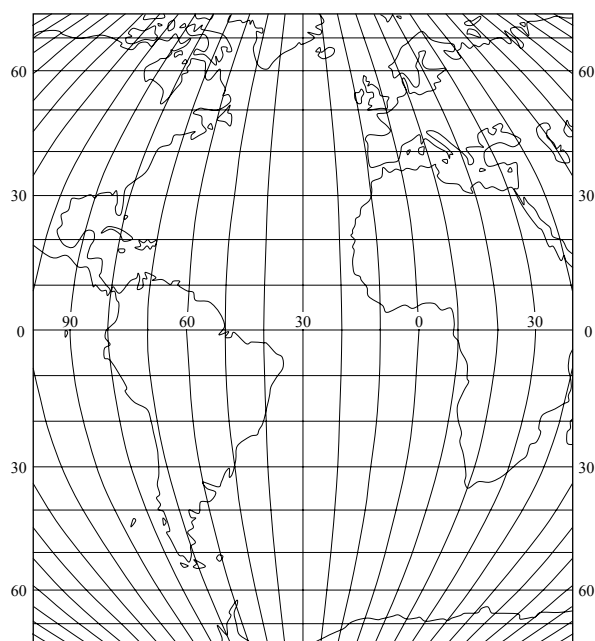
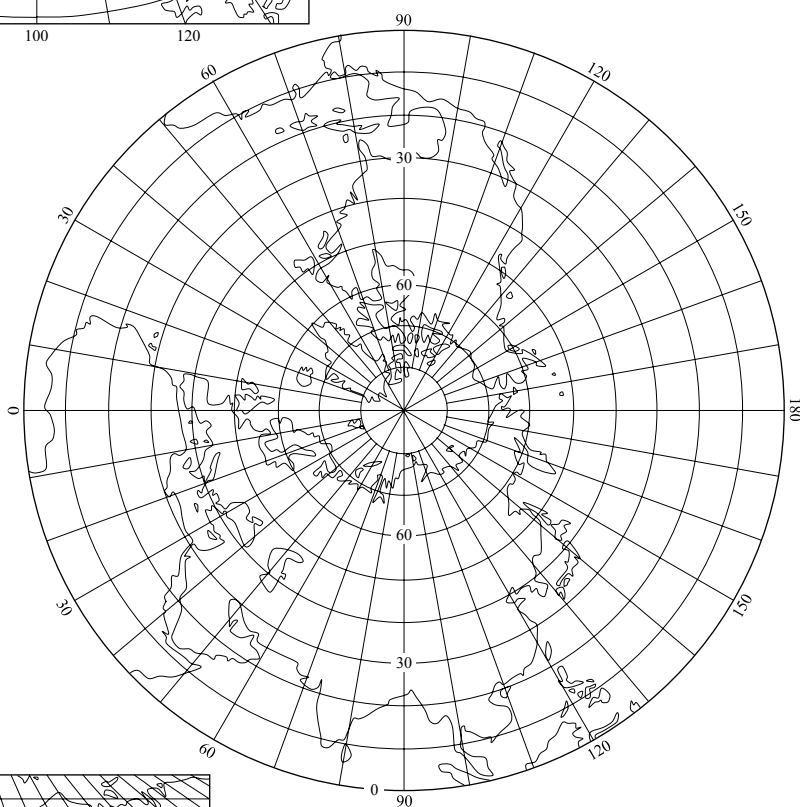
Карта 33. СССР



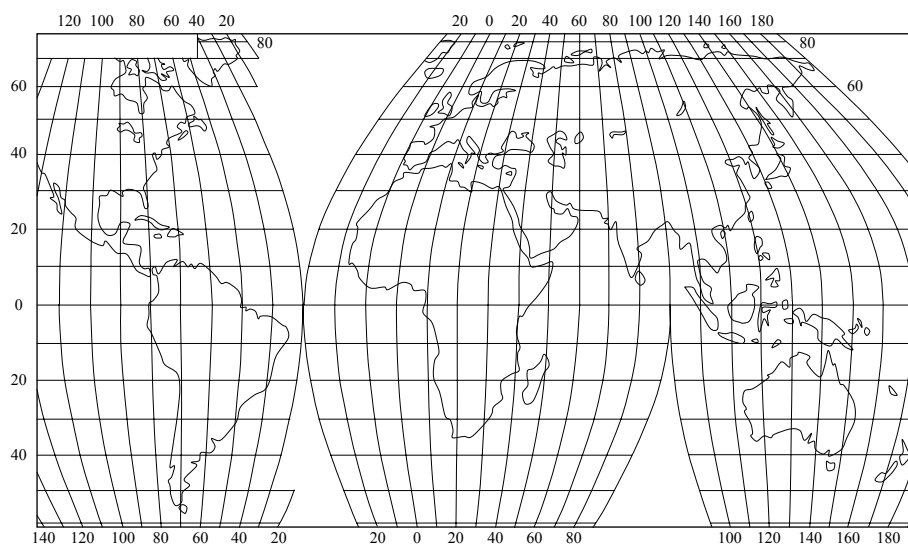


Карта 34. СССР

Карта 35.  
Северное полушарие

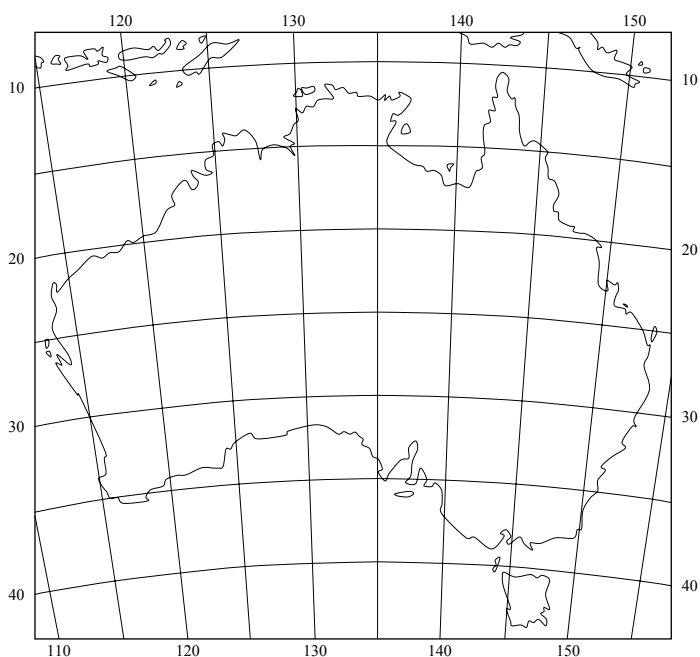


Карта 36.  
Атлантический океан

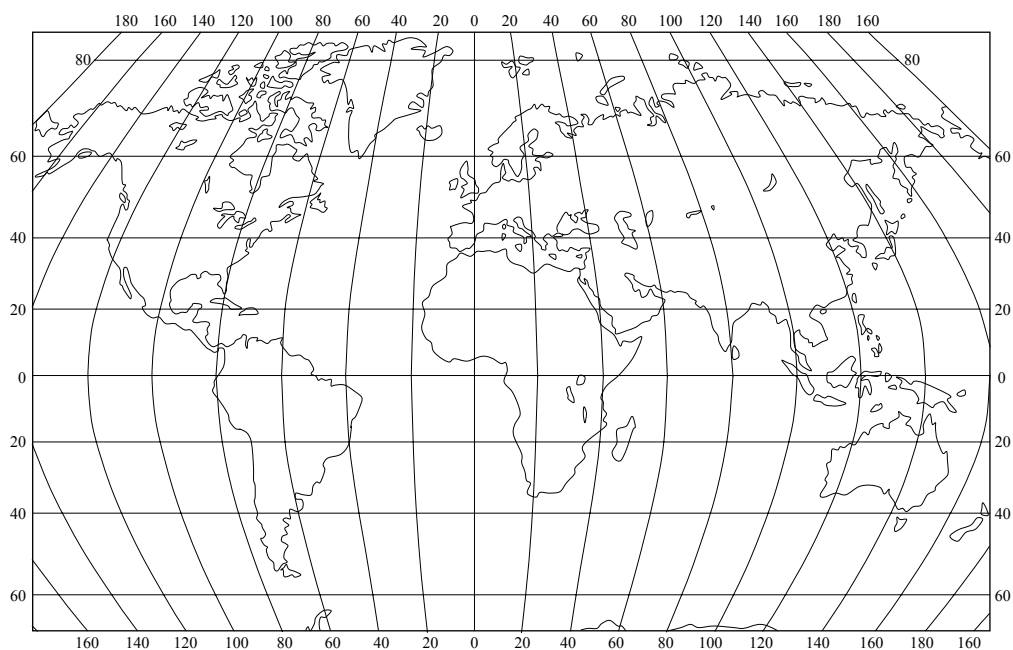


Карта 37.  
Карта мира

Карта 38.  
Австралия



Карта 39. Карта мира

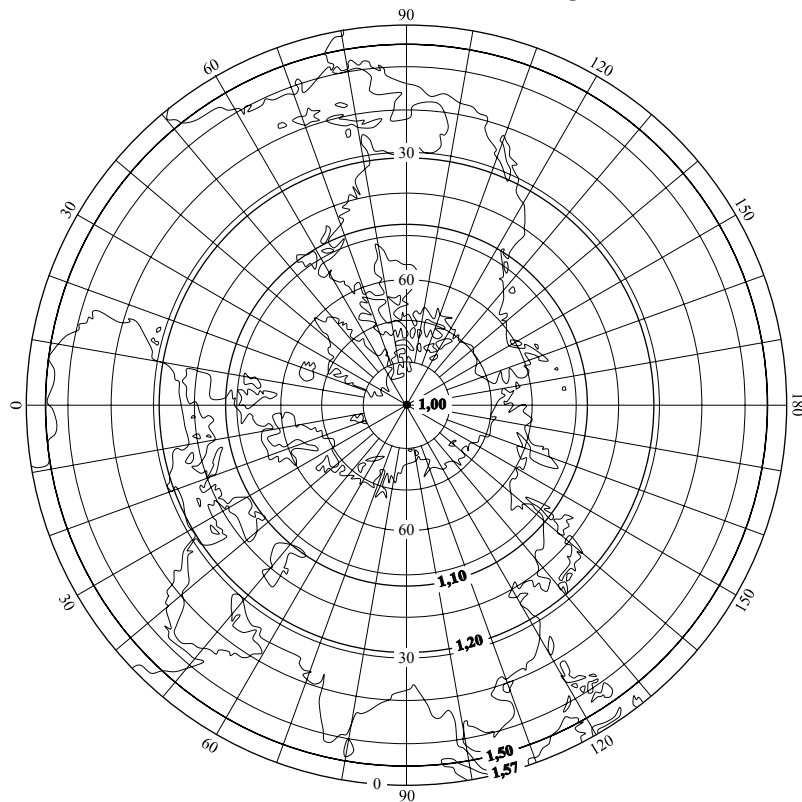


## Приложение 2

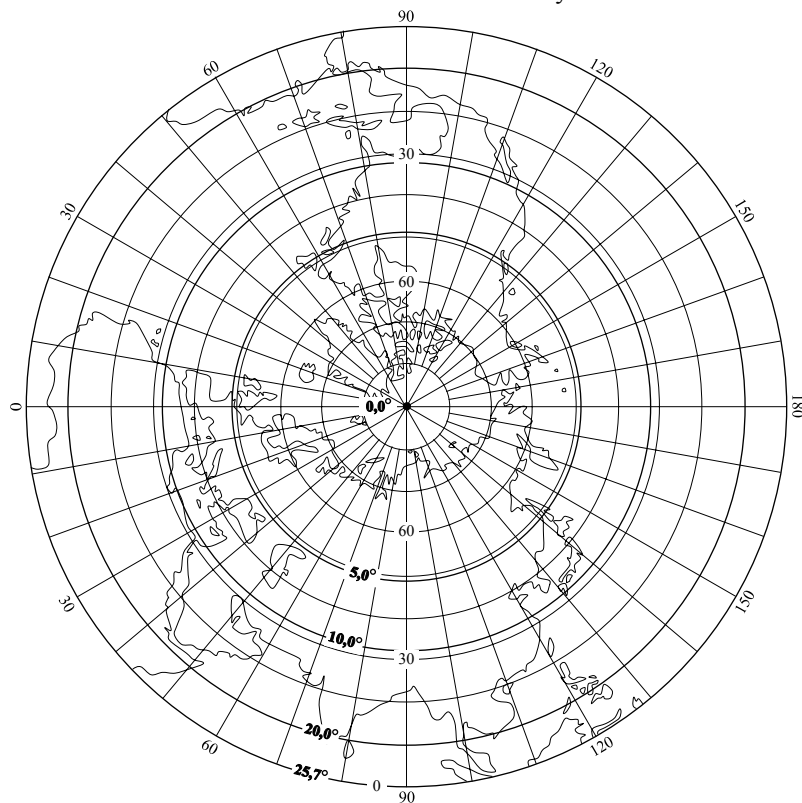
Карта 1

Северное полушарие: нормальная азимутальная равнопромежуточная проекция Постеля  
(масштаб 1 : 200 000 000)

Изоколы масштаба площадей  $p$

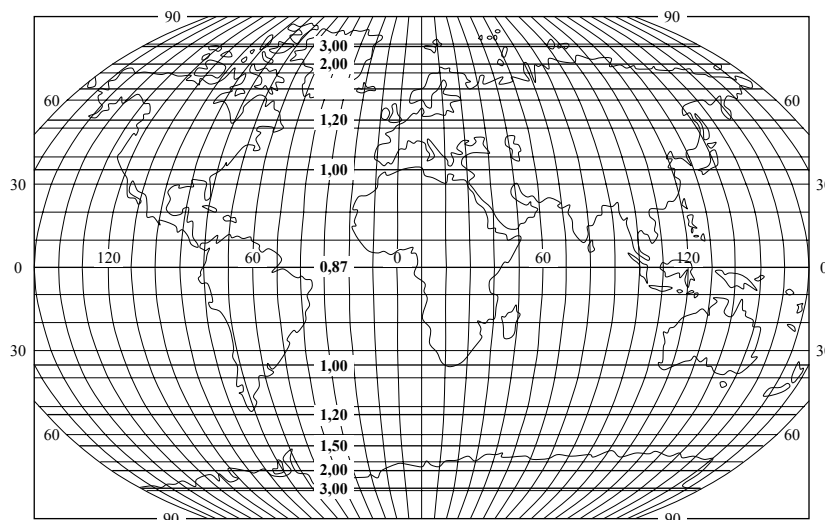


Изоколы наибольших искажений углов  $\omega$

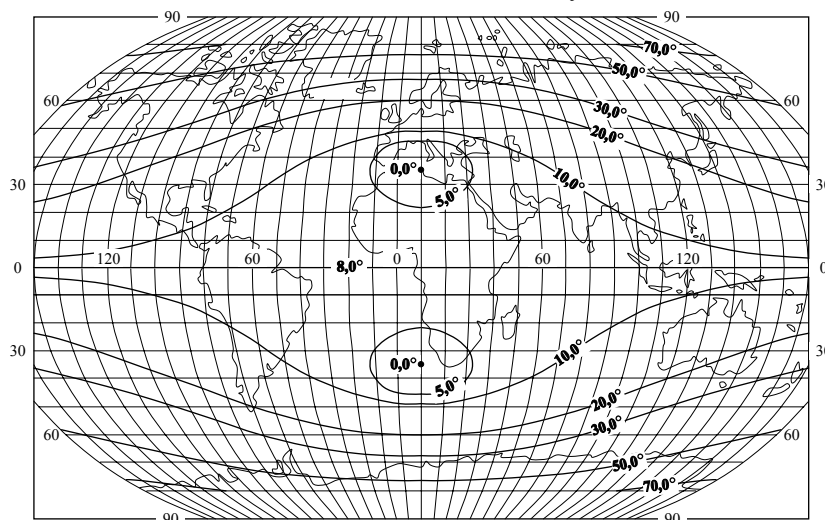


Карта мира: псевдоцилиндрическая эллиптическая проекция Каврайского (масштаб 1 : 300 000 000)

Изоколы масштаба площадей  $p$

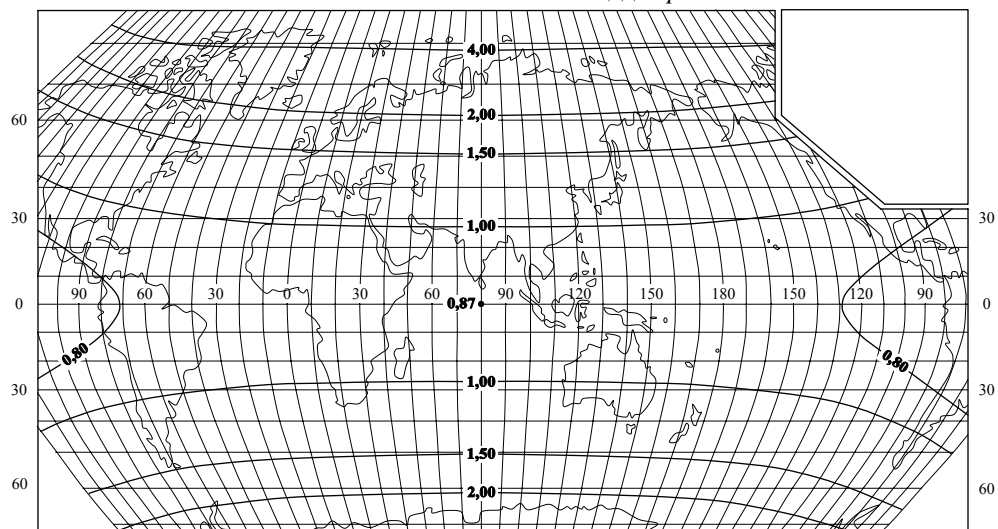


Изоколы наибольших искажений углов  $\omega$



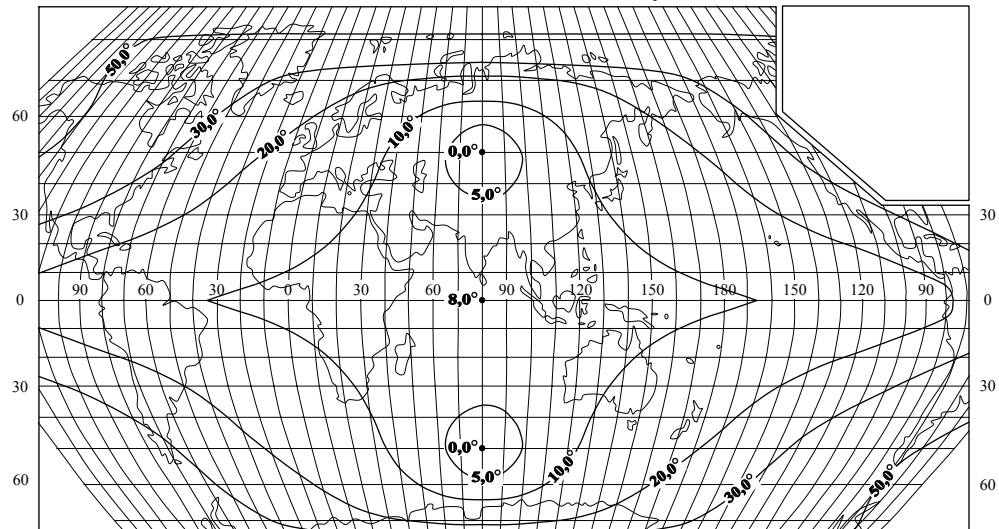
Карта мира: псевдоцилиндрическая проекция ЦНИИГАиК 1944 года (масштаб 1 : 300 000 000)

Изоколы масштаба площадей  $p$





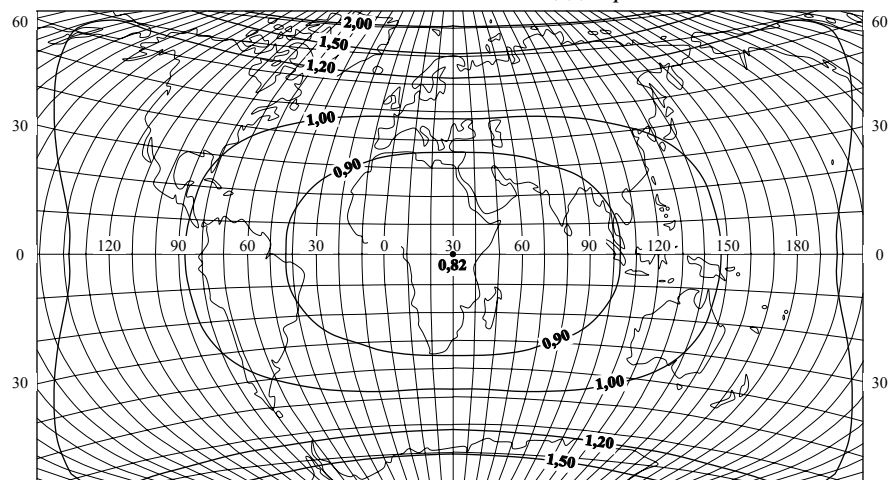
Изоколы наибольших искажений углов  $\omega$



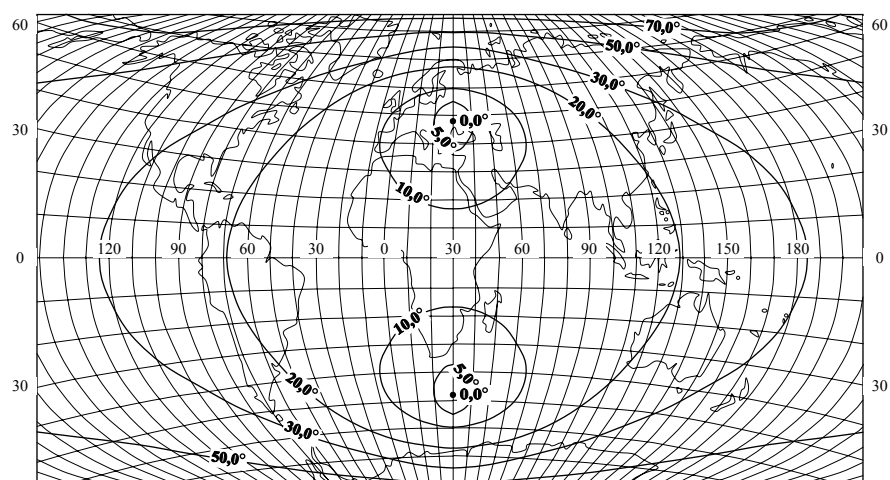
Карта 4

Карта мира: поликоническая проекция ЦНИИГАиК 1950 года (масштаб 1 : 300 000 000)

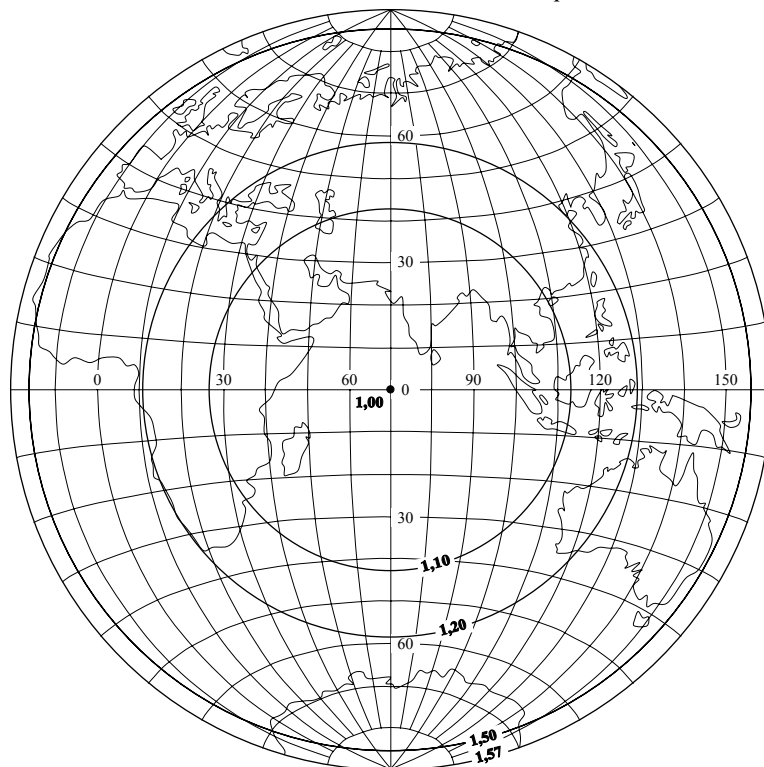
Изоколы масштаба площадей  $p$



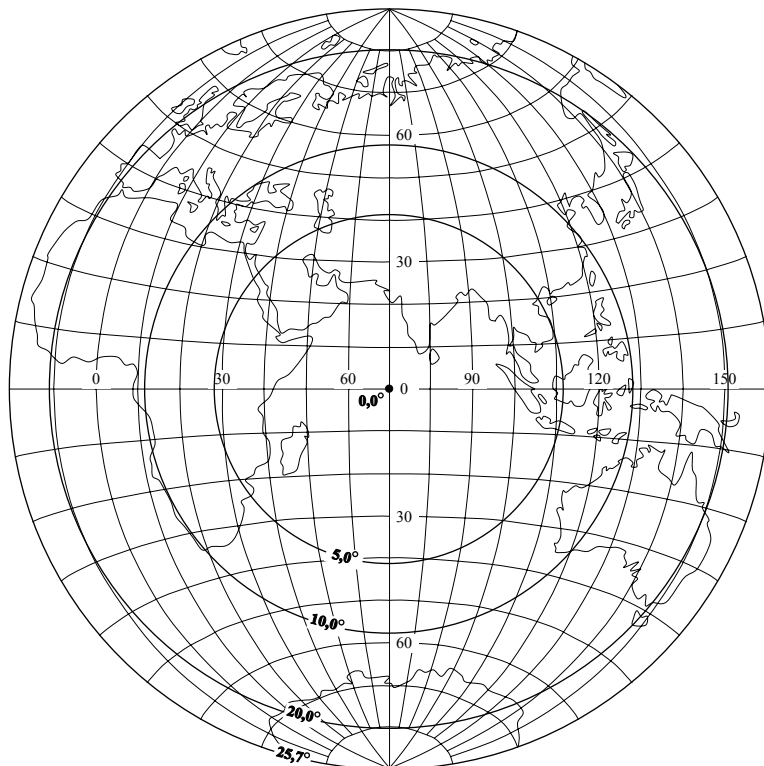
Изоколы наибольших искажений углов  $\omega$



Изоколы масштаба площадей  $p$

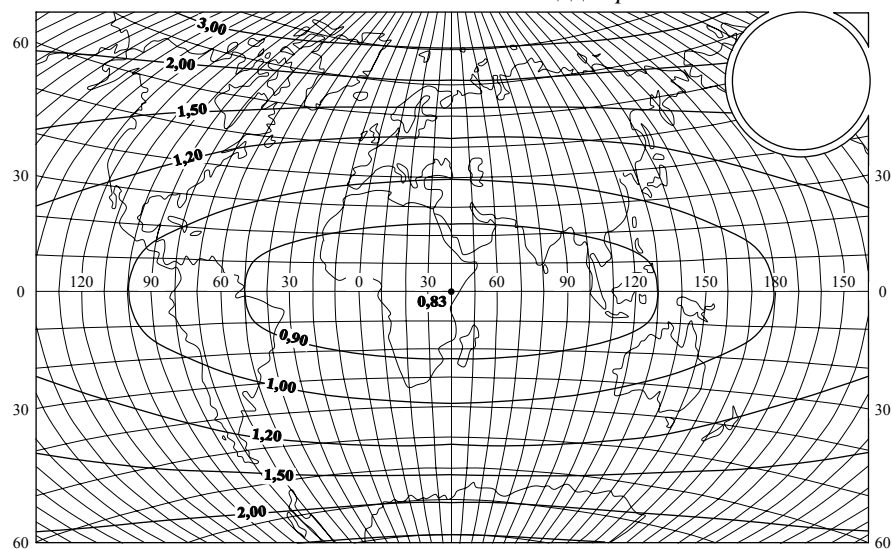


Изоколы наибольших искажений углов  $\omega$

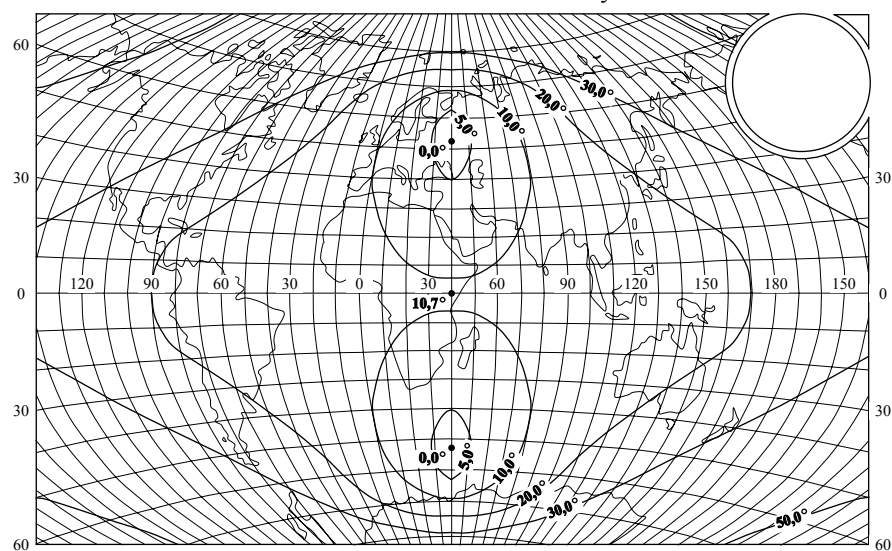


Карта мира: поликоническая проекция ЦНИИГАиК (для БСЭ; масштаб 1 : 300 000 000)

Изоколы масштаба площадей  $p$



Изоколы наибольших искажений углов  $\omega$



### Приложение 3

Таблица длин одноградусных дуг параллелей и меридианов от экватора до широты  $\varphi$   
на эллипсоиде Красовского

Широта $\varphi$	Длина дуги мери- диана от экватора до параллели, м	Длина дуги параллели в 1°, м	Широта $\varphi$	Длина дуги мери- диана от экватора до параллели, м	Длина дуги параллели в 1°, м
0°	0	111 321	46°	5 096 176	77 465
1°	110 576	111 305	47°	5 207 339	76 057
2°	221 153	111 254	48°	5 318 521	74 627
3°	331 732	111 170	49°	5 429 723	73 173
4°	442 312	111 052	50°	5 540 944	71 697
5°	552 895	110 901			
6°	663 482	110 716	51°	5 652 185	70 199
7°	774 072	110 497	52°	5 763 445	68 679
8°	884 668	110 245	53°	5 874 723	67 138
9°	995 268	109 960	54°	5 986 021	65 577
10°	1 105 875	109 641	55°	6 097 337	63 995
11°	1 216 488	109 289	56°	6 208 672	62 394
12°	1 327 108	108 904	57°	6 320 025	60 773
13°	1 437 737	108 487	58°	6 431 395	59 134
14°	1 548 373	108 036	59°	6 542 783	57 476
15°	1 659 019	107 552	60°	6 654 189	55 801
16°	1 769 675	107 036	61°	6 765 612	54 108
17°	1 880 341	106 488	62°	6 877 051	52 399
18°	1 991 017	105 907	63°	6 988 506	50 674
19°	2 101 706	105 294	64°	7 099 978	48 933
20°	2 212 406	104 649	65°	7 211 465	47 176
21°	2 323 118	103 972	66°	7 322 967	45 405
22°	2 433 844	103 264	67°	7 434 483	43 621
23°	2 544 583	102 524	68°	7 546 014	41 822
24°	2 655 335	101 753	69°	7 657 558	40 011
25°	2 766 103	100 952	70°	7 769 116	38 187
26°	2 876 886	100 119	71°	7 880 686	36 352
27°	2 987 683	99 257	72°	7 992 268	34 505
28°	3 098 497	98 364	73°	8 103 862	32 647
29°	3 209 326	97 441	74°	8 215 467	30 780
30°	3 320 172	96 488	75°	8 327 082	28 902
31°	3 431 035	95 506	76°	8 438 707	27 016
32°	3 541 915	94 495	77°	8 550 341	25 122
33°	3 652 813	93 455	78°	8 661 984	23 219
34°	3 763 728	92 386	79°	8 773 635	21 310
35°	3 874 662	91 290	80°	8 885 293	19 394
36°	3 985 613	90 165	81°	8 996 958	17 472
37°	4 096 584	89 013	82°	9 108 629	15 544
38°	4 207 573	87 834	83°	9 220 306	13 612
39°	4 318 580	86 628	84°	9 331 987	11 675
40°	4 429 607	85 395	85°	9 443 673	9 735
41°	4 540 654	84 137	86°	9 555 362	7 791
42°	4 651 719	82 852	87°	9 667 053	5 846
43°	4 762 804	81 542	88°	9 778 747	3 898
44°	4 873 908	80 208	89°	9 890 442	1 949
45°	4 985 032	78 848	90°	10 002 137	0

## Приложение 4

Таблица синусов и косинусов

	Синусы														
	0′	5′	10′	15′	20′	25′	30′	35′	40	45′	50′	55′	60′		
0°	0,0000	0,0015	0,0029	0,0044	0,0058	0,0073	0,0087	0,0102	0,0116	0,0131	0,0145	0,0160	0,0175	89°	
1°	0,0175	0,0189	0,0204	0,0218	0,0233	0,0247	0,0262	0,0276	0,0291	0,0305	0,0320	0,0334	0,0349	88°	
2°	0,0349	0,0364	0,0378	0,0393	0,0407	0,0422	0,0436	0,0451	0,0465	0,0480	0,0494	0,0509	0,0523	87°	
3°	0,0523	0,0538	0,0552	0,0567	0,0581	0,0596	0,0610	0,0625	0,0640	0,0654	0,0669	0,0683	0,0698	86°	
4°	0,0698	0,0712	0,0727	0,0741	0,0756	0,0770	0,0785	0,0799	0,0814	0,0828	0,0843	0,0857	0,0872	85°	
5°	0,0872	0,0886	0,0901	0,0915	0,0929	0,0944	0,0958	0,0973	0,0987	0,1002	0,1016	0,1031	0,1045	84°	
6°	0,1045	0,1060	0,1074	0,1089	0,1103	0,1118	0,1132	0,1146	0,1161	0,1175	0,1190	0,1204	0,1219	83°	
7°	0,1219	0,1233	0,1248	0,1262	0,1276	0,1291	0,1305	0,1320	0,1334	0,1349	0,1363	0,1377	0,1392	82°	
8°	0,1392	0,1406	0,1421	0,1435	0,1449	0,1464	0,1478	0,1492	0,1507	0,1521	0,1536	0,1550	0,1564	81°	
9°	0,1564	0,1579	0,1593	0,1607	0,1622	0,1636	0,1650	0,1665	0,1679	0,1693	0,1708	0,1722	0,1736	80°	
10°	0,1736	0,1751	0,1765	0,1779	0,1794	0,1808	0,1822	0,1837	0,1851	0,1865	0,1880	0,1894	0,1908	79°	
11°	0,1908	0,1922	0,1937	0,1951	0,1965	0,1979	0,1994	0,2008	0,2022	0,2036	0,2051	0,2065	0,2079	78°	
12°	0,2079	0,2093	0,2108	0,2122	0,2136	0,2150	0,2164	0,2179	0,2193	0,2207	0,2221	0,2235	0,2250	77°	
13°	0,2250	0,2264	0,2278	0,2292	0,2306	0,2320	0,2334	0,2349	0,2363	0,2377	0,2391	0,2405	0,2419	76°	
14°	0,2419	0,2433	0,2447	0,2462	0,2476	0,2490	0,2504	0,2518	0,2532	0,2546	0,2560	0,2574	0,2588	75°	
15°	0,2588	0,2602	0,2616	0,2630	0,2644	0,2658	0,2672	0,2686	0,2700	0,2714	0,2728	0,2742	0,2756	74°	
16°	0,2756	0,2770	0,2784	0,2798	0,2812	0,2826	0,2840	0,2854	0,2868	0,2882	0,2896	0,2910	0,2924	73°	
17°	0,2924	0,2938	0,2952	0,2965	0,2979	0,2993	0,3007	0,3021	0,3035	0,3049	0,3062	0,3076	0,3090	72°	
18°	0,3090	0,3104	0,3118	0,3132	0,3145	0,3159	0,3173	0,3187	0,3201	0,3214	0,3228	0,3242	0,3256	71°	
19°	0,3256	0,3269	0,3283	0,3297	0,3311	0,3324	0,3338	0,3352	0,3365	0,3379	0,3393	0,3407	0,3420	70°	
20°	0,3420	0,3434	0,3448	0,3461	0,3475	0,3488	0,3502	0,3516	0,3529	0,3543	0,3557	0,3570	0,3584	69°	
21°	0,3584	0,3597	0,3611	0,3624	0,3638	0,3651	0,3665	0,3679	0,3692	0,3706	0,3719	0,3733	0,3746	68°	
22°	0,3746	0,3760	0,3773	0,3786	0,3800	0,3813	0,3827	0,3840	0,3854	0,3867	0,3881	0,3894	0,3907	67°	
23°	0,3907	0,3921	0,3934	0,3947	0,3961	0,3974	0,3987	0,4001	0,4014	0,4027	0,4041	0,4054	0,4067	66°	
24°	0,4067	0,4081	0,4094	0,4107	0,4120	0,4134	0,4147	0,4160	0,4173	0,4187	0,4200	0,4213	0,4226	65°	
25°	0,4226	0,4239	0,4253	0,4266	0,4279	0,4292	0,4305	0,4318	0,4331	0,4344	0,4358	0,4371	0,4384	64°	
26°	0,4384	0,4397	0,4410	0,4423	0,4436	0,4449	0,4462	0,4475	0,4488	0,4501	0,4514	0,4527	0,4540	63°	
27°	0,4540	0,4553	0,4566	0,4579	0,4592	0,4605	0,4617	0,4630	0,4643	0,4656	0,4669	0,4682	0,4695	62°	
28°	0,4695	0,4708	0,4720	0,4733	0,4746	0,4759	0,4772	0,4784	0,4797	0,4810	0,4823	0,4835	0,4848	61°	
	60′	55′	50′	45′	40′	35′	30′	25′	20′	15′	10′	5′	0′		
	Косинусы														

Синусы														Продолжение	
	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'	60'		
29°	0,4848	0,4861	0,4874	0,4886	0,4899	0,4912	0,4924	0,4937	0,4950	0,4962	0,4975	0,4987	0,5000	60°	
30°	0,5000	0,5013	0,5025	0,5038	0,5050	0,5063	0,5075	0,5088	0,5100	0,5113	0,5125	0,5138	0,5150	59°	
31°	0,5150	0,5163	0,5175	0,5188	0,5200	0,5213	0,5225	0,5237	0,5250	0,5262	0,5275	0,5287	0,5299	58°	
32°	0,5299	0,5312	0,5324	0,5336	0,5348	0,5361	0,5373	0,5385	0,5398	0,5410	0,5422	0,5434	0,5446	57°	
33°	0,5446	0,5459	0,5471	0,5483	0,5495	0,5507	0,5519	0,5531	0,5544	0,5556	0,5568	0,5580	0,5592	56°	
34°	0,5592	0,5604	0,5616	0,5628	0,5640	0,5652	0,5664	0,5676	0,5688	0,5700	0,5712	0,5724	0,5736	55°	
35°	0,5736	0,5748	0,5760	0,5771	0,5783	0,5795	0,5807	0,5819	0,5831	0,5842	0,5854	0,5866	0,5878	54°	
36°	0,5878	0,5890	0,5901	0,5913	0,5925	0,5937	0,5948	0,5960	0,5972	0,5983	0,5995	0,6007	0,6018	53°	
37°	0,6018	0,6030	0,6041	0,6053	0,6065	0,6076	0,6088	0,6099	0,6111	0,6122	0,6134	0,6145	0,6157	52°	
38°	0,6157	0,6168	0,6180	0,6191	0,6202	0,6214	0,6225	0,6237	0,6248	0,6259	0,6271	0,6282	0,6293	51°	
39°	0,6293	0,6305	0,6316	0,6327	0,6338	0,6350	0,6361	0,6372	0,6383	0,6394	0,6406	0,6417	0,6428	50°	
40°	0,6428	0,6439	0,6450	0,6461	0,6472	0,6483	0,6494	0,6506	0,6517	0,6528	0,6539	0,6550	0,6561	49°	
41°	0,6561	0,6572	0,6583	0,6593	0,6604	0,6615	0,6626	0,6637	0,6648	0,6659	0,6670	0,6680	0,6691	48°	
42°	0,6691	0,6702	0,6713	0,6724	0,6734	0,6745	0,6756	0,6767	0,6777	0,6788	0,6799	0,6809	0,6820	47°	
43°	0,6820	0,6831	0,6841	0,6852	0,6862	0,6873	0,6884	0,6894	0,6905	0,6915	0,6926	0,6936	0,6947	46°	
44°	0,6947	0,6957	0,6967	0,6978	0,6988	0,6999	0,7009	0,7019	0,7030	0,7040	0,7050	0,7061	0,7071	45°	
45°	0,7071	0,7081	0,7092	0,7102	0,7112	0,7122	0,7133	0,7143	0,7153	0,7163	0,7173	0,7183	0,7193	44°	
46°	0,7193	0,7203	0,7214	0,7224	0,7234	0,7244	0,7254	0,7264	0,7274	0,7284	0,7294	0,7304	0,7314	43°	
47°	0,7314	0,7323	0,7333	0,7343	0,7353	0,7363	0,7373	0,7383	0,7392	0,7402	0,7412	0,7422	0,7431	42°	
48°	0,7431	0,7441	0,7451	0,7461	0,7470	0,7480	0,7490	0,7499	0,7509	0,7518	0,7528	0,7538	0,7547	41°	
49°	0,7547	0,7557	0,7566	0,7576	0,7585	0,7595	0,7604	0,7613	0,7623	0,7632	0,7642	0,7651	0,7660	40°	
50°	0,7660	0,7670	0,7679	0,7688	0,7698	0,7707	0,7716	0,7725	0,7735	0,7744	0,7753	0,7762	0,7771	39°	
51°	0,7771	0,7781	0,7790	0,7799	0,7808	0,7817	0,7826	0,7835	0,7844	0,7853	0,7862	0,7871	0,7880	38°	
52°	0,7880	0,7889	0,7898	0,7907	0,7916	0,7925	0,7934	0,7942	0,7951	0,7960	0,7969	0,7978	0,7986	37°	
53°	0,7986	0,7995	0,8004	0,8013	0,8021	0,8030	0,8039	0,8047	0,8056	0,8064	0,8073	0,8082	0,8090	36°	
54°	0,8090	0,8099	0,8107	0,8116	0,8124	0,8133	0,8141	0,8150	0,8158	0,8166	0,8175	0,8183	0,8192	35°	
55°	0,8192	0,8200	0,8208	0,8216	0,8225	0,8233	0,8241	0,8249	0,8258	0,8266	0,8274	0,8282	0,8290	34°	
56°	0,8290	0,8299	0,8307	0,8315	0,8323	0,8331	0,8339	0,8347	0,8355	0,8363	0,8371	0,8379	0,8387	33°	
57°	0,8387	0,8395	0,8403	0,8410	0,8418	0,8426	0,8434	0,8442	0,8450	0,8457	0,8465	0,8473	0,8480	32°	
58°	0,8480	0,8488	0,8496	0,8504	0,8511	0,8519	0,8526	0,8534	0,8542	0,8549	0,8557	0,8564	0,8572	31°	
59°	0,8572	0,8579	0,8587	0,8594	0,8601	0,8609	0,8616	0,8624	0,8631	0,8638	0,8646	0,8653	0,8660	30°	
60°	0,8660	0,8668	0,8675	0,8682	0,8689	0,8696	0,8704	0,8711	0,8718	0,8725	0,8732	0,8739	0,8746	29°	
	60'	55'	50'	45'	40'	35'	30'	25'	20'	15'	10'	5'	0'		
Косинусы															

Продолжение

	Синусы														
	0′	5′	10′	15′	20′	25′	30′	35′	40	45′	50′	55′	60′		
61°	0,8746	0,8753	0,8760	0,8767	0,8774	0,8781	0,8788	0,8795	0,8802	0,8809	0,8816	0,8823	0,8829	28°	
62°	0,8829	0,8836	0,8843	0,8850	0,8857	0,8863	0,8870	0,8877	0,8884	0,8890	0,8897	0,8903	0,8910	27°	
63°	0,8910	0,8917	0,8923	0,8930	0,8936	0,8943	0,8949	0,8956	0,8962	0,8969	0,8975	0,8982	0,8988	26°	
64°	0,8988	0,8994	0,9001	0,9007	0,9013	0,9020	0,9026	0,9032	0,9038	0,9045	0,9051	0,9057	0,9063	25°	
65°	0,9063	0,9069	0,9075	0,9081	0,9088	0,9094	0,9100	0,9106	0,9112	0,9118	0,9124	0,9130	0,9135	24°	
66°	0,9135	0,9141	0,9147	0,9153	0,9159	0,9165	0,9171	0,9176	0,9182	0,9188	0,9194	0,9199	0,9205	23°	
67°	0,9205	0,9211	0,9216	0,9222	0,9228	0,9233	0,9239	0,9244	0,9250	0,9255	0,9261	0,9266	0,9272	22°	
68°	0,9272	0,9277	0,9283	0,9288	0,9293	0,9299	0,9304	0,9309	0,9315	0,9320	0,9325	0,9331	0,9336	21°	
69°	0,9336	0,9341	0,9346	0,9351	0,9356	0,9362	0,9367	0,9372	0,9377	0,9382	0,9387	0,9392	0,9397	20°	
70°	0,9397	0,9402	0,9407	0,9412	0,9417	0,9422	0,9426	0,9431	0,9436	0,9441	0,9446	0,9450	0,9455	19°	
71°	0,9455	0,9460	0,9465	0,9469	0,9474	0,9479	0,9483	0,9488	0,9492	0,9497	0,9502	0,9506	0,9511	18°	
72°	0,9511	0,9515	0,9520	0,9524	0,9528	0,9533	0,9537	0,9542	0,9546	0,9550	0,9555	0,9559	0,9563	17°	
73°	0,9563	0,9567	0,9572	0,9576	0,9580	0,9584	0,9588	0,9592	0,9596	0,9600	0,9605	0,9609	0,9613	16°	
74°	0,9613	0,9617	0,9621	0,9625	0,9628	0,9632	0,9636	0,9640	0,9644	0,9648	0,9652	0,9655	0,9659	15°	
75°	0,9659	0,9663	0,9667	0,9670	0,9674	0,9678	0,9681	0,9685	0,9689	0,9692	0,9696	0,9699	0,9703	14°	
76°	0,9703	0,9706	0,9710	0,9713	0,9717	0,9720	0,9724	0,9727	0,9730	0,9734	0,9737	0,9740	0,9744	13°	
77°	0,9744	0,9747	0,9750	0,9753	0,9757	0,9760	0,9763	0,9766	0,9769	0,9772	0,9775	0,9778	0,9781	12°	
78°	0,9781	0,9784	0,9787	0,9790	0,9793	0,9796	0,9799	0,9802	0,9805	0,9808	0,9811	0,9813	0,9816	11°	
79°	0,9816	0,9819	0,9822	0,9825	0,9827	0,9830	0,9833	0,9835	0,9838	0,9840	0,9843	0,9846	0,9848	10°	
80°	0,9848	0,9851	0,9853	0,9856	0,9858	0,9860	0,9863	0,9865	0,9868	0,9870	0,9872	0,9875	0,9877	9°	
81°	0,9877	0,9879	0,9881	0,9884	0,9886	0,9888	0,9890	0,9892	0,9894	0,9897	0,9899	0,9901	0,9903	8°	
82°	0,9903	0,9905	0,9907	0,9909	0,9911	0,9913	0,9914	0,9916	0,9918	0,9920	0,9922	0,9924	0,9925	7°	
83°	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	0,9937	0,9939	0,9941	0,9942	0,9944	0,9945	6°	
84°	0,9945	0,9947	0,9948	0,9950	0,9951	0,9953	0,9954	0,9955	0,9957	0,9958	0,9959	0,9961	0,9962	5°	
85°	0,9962	0,9963	0,9964	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9973	0,9974	0,9975	0,9976	4°	
86°	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9980	0,9980	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984	0,9985	0,9986	0,9986	3°	
87°	0,9986	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9990	0,9990	0,9991	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993	0,9994	2°	
88°	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	1°	
89°	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0°	
	60′	55′	50′	45′	40′	35′	30′	25′	20′	15′	10′	5′	0′		
	Косинусы														

### Таблица тангенсов и котангенсов

		Тангенсы													
		0′	5′	10′	15′	20′	25′	30′	35′	40	45′	50′	55′	60′	
0°		0,0000	0,0015	0,0029	0,0044	0,0058	0,0073	0,0087	0,0102	0,0116	0,0131	0,0145	0,0160	0,0175	89°
1°		0,0175	0,0189	0,0204	0,0218	0,0233	0,0247	0,0262	0,0276	0,0291	0,0306	0,0320	0,0335	0,0349	88°
2°		0,0349	0,0364	0,0378	0,0393	0,0407	0,0422	0,0437	0,0451	0,0466	0,0480	0,0495	0,0509	0,0524	87°
3°		0,0524	0,0539	0,0553	0,0568	0,0582	0,0597	0,0612	0,0626	0,0641	0,0655	0,0670	0,0685	0,0699	86°
4°		0,0699	0,0714	0,0729	0,0743	0,0758	0,0772	0,0787	0,0802	0,0816	0,0831	0,0846	0,0860	0,0875	85°
5°		0,0875	0,0890	0,0904	0,0919	0,0934	0,0948	0,0963	0,0978	0,0992	0,1007	0,1022	0,1036	0,1051	84°
6°		0,1051	0,1066	0,1080	0,1095	0,1110	0,1125	0,1139	0,1154	0,1169	0,1184	0,1198	0,1213	0,1228	83°
7°		0,1228	0,1243	0,1257	0,1272	0,1287	0,1302	0,1317	0,1331	0,1346	0,1361	0,1376	0,1391	0,1405	82°
8°		0,1405	0,1420	0,1435	0,1450	0,1465	0,1480	0,1495	0,1509	0,1524	0,1539	0,1554	0,1569	0,1584	81°
9°		0,1584	0,1599	0,1614	0,1629	0,1644	0,1658	0,1673	0,1688	0,1703	0,1718	0,1733	0,1748	0,1763	80°
10°		0,1763	0,1778	0,1793	0,1808	0,1823	0,1838	0,1853	0,1868	0,1883	0,1899	0,1914	0,1929	0,1944	79°
11°		0,1944	0,1959	0,1974	0,1989	0,2004	0,2019	0,2035	0,2050	0,2065	0,2080	0,2095	0,2110	0,2126	78°
12°		0,2126	0,2141	0,2156	0,2171	0,2186	0,2202	0,2217	0,2232	0,2247	0,2263	0,2278	0,2293	0,2309	77°
13°		0,2309	0,2324	0,2339	0,2355	0,2370	0,2385	0,2401	0,2416	0,2432	0,2447	0,2462	0,2478	0,2493	76°
14°		0,2493	0,2509	0,2524	0,2540	0,2555	0,2571	0,2586	0,2602	0,2617	0,2633	0,2648	0,2664	0,2679	75°
15°		0,2679	0,2695	0,2711	0,2726	0,2742	0,2758	0,2773	0,2789	0,2805	0,2820	0,2836	0,2852	0,2867	74°
16°		0,2867	0,2883	0,2899	0,2915	0,2931	0,2946	0,2962	0,2978	0,2994	0,3010	0,3026	0,3041	0,3057	73°
17°		0,3057	0,3073	0,3089	0,3105	0,3121	0,3137	0,3153	0,3169	0,3185	0,3201	0,3217	0,3233	0,3249	72°
18°		0,3249	0,3265	0,3281	0,3298	0,3314	0,3330	0,3346	0,3362	0,3378	0,3395	0,3411	0,3427	0,3443	71°
19°		0,3443	0,3460	0,3476	0,3492	0,3508	0,3525	0,3541	0,3558	0,3574	0,3590	0,3607	0,3623	0,3640	70°
20°		0,3640	0,3656	0,3673	0,3689	0,3706	0,3722	0,3739	0,3755	0,3772	0,3789	0,3805	0,3822	0,3839	69°
21°		0,3839	0,3855	0,3872	0,3889	0,3906	0,3922	0,3939	0,3956	0,3973	0,3990	0,4006	0,4023	0,4040	68°
22°		0,4040	0,4057	0,4074	0,4091	0,4108	0,4125	0,4142	0,4159	0,4176	0,4193	0,4210	0,4228	0,4245	67°
23°		0,4245	0,4262	0,4279	0,4296	0,4314	0,4331	0,4348	0,4365	0,4383	0,4400	0,4417	0,4435	0,4452	66°
24°		0,4452	0,4470	0,4487	0,4505	0,4522	0,4540	0,4557	0,4575	0,4592	0,4610	0,4628	0,4645	0,4663	65°
25°		0,4663	0,4681	0,4699	0,4716	0,4734	0,4752	0,4770	0,4788	0,4806	0,4823	0,4841	0,4859	0,4877	64°
26°		0,4877	0,4895	0,4913	0,4931	0,4950	0,4968	0,4986	0,5004	0,5022	0,5040	0,5059	0,5077	0,5095	63°
27°		0,5095	0,5114	0,5132	0,5150	0,5169	0,5187	0,5206	0,5224	0,5243	0,5261	0,5280	0,5298	0,5317	62°
28°		0,5317	0,5336	0,5354	0,5373	0,5392	0,5411	0,5430	0,5448	0,5467	0,5486	0,5505	0,5524	0,5543	61°
		60′	55′	50′	45′	40′	35′	30′	25′	20′	15′	10′	5′	0′	
Котангенсы															



Продолжение

	Тангенсы														
	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40	45'	50'	55'	60'		
29°	0,5543	0,5562	0,5581	0,5600	0,5619	0,5639	0,5658	0,5677	0,5696	0,5715	0,5735	0,5754	0,5774	60°	
30°	0,5774	0,5793	0,5812	0,5832	0,5851	0,5871	0,5890	0,5910	0,5930	0,5949	0,5969	0,5989	0,6009	59°	
31°	0,6009	0,6028	0,6048	0,6068	0,6088	0,6108	0,6128	0,6148	0,6168	0,6188	0,6208	0,6228	0,6249	58°	
32°	0,6249	0,6269	0,6289	0,6310	0,6330	0,6350	0,6371	0,6391	0,6412	0,6432	0,6453	0,6473	0,6494	57°	
33°	0,6494	0,6515	0,6536	0,6556	0,6577	0,6598	0,6619	0,6640	0,6661	0,6682	0,6703	0,6724	0,6745	56°	
34°	0,6745	0,6766	0,6787	0,6809	0,6830	0,6851	0,6873	0,6894	0,6916	0,6937	0,6959	0,6980	0,7002	55°	
35°	0,7002	0,7024	0,7046	0,7067	0,7089	0,7111	0,7133	0,7155	0,7177	0,7199	0,7221	0,7243	0,7265	54°	
36°	0,7265	0,7288	0,7310	0,7332	0,7355	0,7377	0,7400	0,7422	0,7445	0,7467	0,7490	0,7513	0,7536	53°	
37°	0,7536	0,7558	0,7581	0,7604	0,7627	0,7650	0,7673	0,7696	0,7720	0,7743	0,7766	0,7789	0,7813	52°	
38°	0,7813	0,7836	0,7860	0,7883	0,7907	0,7931	0,7954	0,7978	0,8002	0,8026	0,8050	0,8074	0,8098	51°	
39°	0,8098	0,8122	0,8146	0,8170	0,8195	0,8219	0,8243	0,8268	0,8292	0,8317	0,8342	0,8366	0,8391	50°	
40°	0,8391	0,8416	0,8441	0,8466	0,8491	0,8516	0,8541	0,8566	0,8591	0,8617	0,8642	0,8667	0,8693	49°	
41°	0,8693	0,8718	0,8744	0,8770	0,8796	0,8821	0,8847	0,8873	0,8899	0,8925	0,8952	0,8978	0,9004	48°	
42°	0,9004	0,9030	0,9057	0,9083	0,9110	0,9137	0,9163	0,9190	0,9217	0,9244	0,9271	0,9298	0,9325	47°	
43°	0,9325	0,9352	0,9380	0,9407	0,9435	0,9462	0,9490	0,9517	0,9545	0,9573	0,9601	0,9629	0,9657	46°	
44°	0,9657	0,9685	0,9713	0,9742	0,9770	0,9798	0,9827	0,9856	0,9884	0,9913	0,9942	0,9971	1,0000	45°	
45°	1,0000	1,0029	1,0058	1,0088	1,0117	1,0147	1,0176	1,0206	1,0235	1,0265	1,0295	1,0325	1,0355	44°	
46°	1,0355	1,0385	1,0416	1,0446	1,0477	1,0507	1,0538	1,0569	1,0599	1,0630	1,0661	1,0692	1,0724	43°	
47°	1,0724	1,0755	1,0786	1,0818	1,0850	1,0881	1,0913	1,0945	1,0977	1,1009	1,1041	1,1074	1,1106	42°	
48°	1,1106	1,1139	1,1171	1,1204	1,1237	1,1270	1,1303	1,1336	1,1369	1,1403	1,1436	1,1470	1,1504	41°	
49°	1,1504	1,1538	1,1571	1,1606	1,1640	1,1674	1,1708	1,1743	1,1778	1,1812	1,1847	1,1882	1,1918	40°	
50°	1,1918	1,1953	1,1988	1,2024	1,2059	1,2095	1,2131	1,2167	1,2203	1,2239	1,2276	1,2312	1,2349	39°	
51°	1,2349	1,2386	1,2423	1,2460	1,2497	1,2534	1,2572	1,2609	1,2647	1,2685	1,2723	1,2761	1,2799	38°	
52°	1,2799	1,2838	1,2876	1,2915	1,2954	1,2993	1,3032	1,3072	1,3111	1,3151	1,3190	1,3230	1,3270	37°	
53°	1,3270	1,3311	1,3351	1,3392	1,3432	1,3473	1,3514	1,3555	1,3597	1,3638	1,3680	1,3722	1,3764	36°	
54°	1,3764	1,3806	1,3848	1,3891	1,3934	1,3976	1,4019	1,4063	1,4106	1,4150	1,4193	1,4237	1,4281	35°	
55°	1,4281	1,4326	1,4370	1,4415	1,4460	1,4505	1,4550	1,4596	1,4641	1,4687	1,4733	1,4779	1,4826	34°	
56°	1,4826	1,4872	1,4919	1,4966	1,5013	1,5061	1,5108	1,5156	1,5204	1,5253	1,5301	1,5350	1,5399	33°	
57°	1,5399	1,5448	1,5497	1,5547	1,5597	1,5647	1,5697	1,5747	1,5798	1,5849	1,5900	1,5952	1,6003	32°	
58°	1,6003	1,6055	1,6107	1,6160	1,6212	1,6265	1,6319	1,6372	1,6426	1,6479	1,6534	1,6588	1,6643	31°	
59°	1,6643	1,6698	1,6753	1,6808	1,6864	1,6920	1,6977	1,7033	1,7090	1,7147	1,7205	1,7262	1,7321	30°	
60°	1,7321	1,7379	1,7437	1,7496	1,7556	1,7615	1,7675	1,7735	1,7796	1,7856	1,7917	1,7979	1,8040	29°	
	60'	55'	50'	45'	40'	35'	30'	25'	20'	15'	10'	5'	0'		
	Котангенсы														

Тангенсы															Продолжение
	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40	45'	50'	55'	60'		
61°	1,8040	1,8103	1,8165	1,8228	1,8291	1,8354	1,8418	1,8482	1,8546	1,8611	1,8676	1,8741	1,8807	28°	
62°	1,8807	1,8873	1,8940	1,9007	1,9074	1,9142	1,9210	1,9278	1,9347	1,9416	1,9486	1,9556	1,9626	27°	
63°	1,9626	1,9697	1,9768	1,9840	1,9912	1,9984	2,0057	2,0130	2,0204	2,0278	2,0353	2,0428	2,0503	26°	
64°	2,0503	2,0579	2,0655	2,0732	2,0809	2,0887	2,0965	2,1044	2,1123	2,1203	2,1283	2,1364	2,1445	25°	
65°	2,1445	2,1527	2,1609	2,1692	2,1775	2,1859	2,1943	2,2028	2,2113	2,2199	2,2286	2,2373	2,2460	24°	
66°	2,2460	2,2549	2,2637	2,2727	2,2817	2,2907	2,2998	2,3090	2,3183	2,3276	2,3369	2,3464	2,3559	23°	
67°	2,3559	2,3654	2,3750	2,3847	2,3945	2,4043	2,4142	2,4242	2,4342	2,4443	2,4545	2,4648	2,4751	22°	
68°	2,4751	2,4855	2,4960	2,5065	2,5172	2,5279	2,5386	2,5495	2,5605	2,5715	2,5826	2,5938	2,6051	21°	
69°	2,6051	2,6165	2,6279	2,6395	2,6511	2,6628	2,6746	2,6865	2,6985	2,7106	2,7228	2,7351	2,7475	20°	
70°	2,7475	2,7600	2,7725	2,7852	2,7980	2,8109	2,8239	2,8370	2,8502	2,8636	2,8770	2,8905	2,9042	19°	
71°	2,9042	2,9180	2,9319	2,9459	2,9600	2,9743	2,9887	3,0032	3,0178	3,0326	3,0475	3,0625	3,0777	18°	
72°	3,0777	3,0930	3,1084	3,1240	3,1397	3,1556	3,1716	3,1878	3,2041	3,2205	3,2371	3,2539	3,2709	17°	
73°	3,2709	3,2879	3,3052	3,3226	3,3402	3,3580	3,3759	3,3941	3,4124	3,4308	3,4495	3,4684	3,4874	16°	
74°	3,4874	3,5067	3,5261	3,5457	3,5656	3,5856	3,6059	3,6264	3,6470	3,6680	3,6891	3,7105	3,7321	15°	
75°	3,7321	3,7539	3,7760	3,7983	3,8208	3,8436	3,8667	3,8900	3,9136	3,9375	3,9617	3,9861	4,0108	14°	
76°	4,0108	4,0358	4,0611	4,0867	4,1126	4,1388	4,1653	4,1922	4,2193	4,2468	4,2747	4,3029	4,3315	13°	
77°	4,3315	4,3604	4,3897	4,4194	4,4494	4,4799	4,5107	4,5420	4,5736	4,6057	4,6382	4,6712	4,7046	12°	
78°	4,7046	4,7385	4,7729	4,8077	4,8430	4,8788	4,9152	4,9520	4,9894	5,0273	5,0658	5,1049	5,1446	11°	
79°	5,1446	5,1848	5,2257	5,2672	5,3093	5,3521	5,3955	5,4397	5,4845	5,5301	5,5764	5,6234	5,6713	10°	
80°	5,6713	5,7199	5,7694	5,8197	5,8708	5,9228	5,9758	6,0296	6,0844	6,1402	6,1970	6,2549	6,3138	9°	
81°	6,3138	6,3737	6,4348	6,4971	6,5606	6,6252	6,6912	6,7584	6,8269	6,8969	6,9682	7,0410	7,1154	8°	
82°	7,1154	7,1912	7,2687	7,3479	7,4287	7,5113	7,5958	7,6821	7,7704	7,8606	7,9530	8,0476	8,1443	7°	
83°	8,1443	8,2434	8,3450	8,4490	8,5555	8,6648	8,7769	8,8919	9,0098	9,1309	9,2553	9,3831	9,5144	6°	
84°	9,5144	9,6493	9,7882	9,9310	10,0780	10,2294	10,3854	10,5462	10,7119	10,8829	11,0594	11,2417	11,4301	5°	
85°	11,4301	11,6248	11,8262	12,0346	12,2505	12,4742	12,7062	12,9469	13,1969	13,4566	13,7267	14,0079	14,3007	4°	
86°	14,3007	14,6059	14,9244	15,2571	15,6048	15,9687	16,3499	16,7496	17,1693	17,6106	18,0750	18,5645	19,0811	3°	
87°	19,0811	19,6273	20,2056	20,8188	21,4704	22,1640	22,9038	23,6945	24,5418	25,4517	26,4316	27,4899	28,6363	2°	
88°	28,6363	29,8823	31,2416	32,7303	34,3678	36,1776	38,1885	40,4358	42,9641	45,8294	49,1039	52,8821	57,2900	1°	
89°	57,2900	62,4992	68,7501	76,3900	85,9398	98,2179	114,5887	137,5074	171,8854	229,1817	343,7737	687,5489	∞	0°	
	60'	55'	50'	45'	40'	35'	30'	25'	20'	15'	10'	5'	0'		
Котангенсы															

## Приложение 5

Rem Программа расчета величин искажений в картографических проекциях

Rem Блок определения переменных

Dim latitude, longitude, delta\_latitude, delta\_longitude As Integer

Dim small\_l1, small\_l2, teta As Single

Dim scaling, large\_L1, large\_L2 As Long

Dim m, n, p, a, b, k, omega, alpha0, ro, beta As Single

Rem Блок ввода исходных данных

Input "Введите широту точки в градусах: ", latitude

Input "Введите долготу точки в градусах: ", longitude

Input "Введите частоту градусной сетки по параллели в градусах: ", delta\_latitude

Input "Введите частоту градусной сетки по меридиану в градусах: ", delta\_longitude

Input "Введите расстояние по касательной к меридиану в сантиметрах: ", small\_l1

Input "Введите расстояние по касательной к параллели в сантиметрах: ", small\_l2

Input "Введите угол между касательными к меридиану и параллели в градусах: ", teta

Input "Введите знаменатель главного масштаба: ", scaling

Input "Введите длину дуги меридиана в метрах: ", large\_L1

Input "Введите длину дуги параллели в метрах: ", large\_L2

Rem Блок расчета величин искажений

m = CInt(small\_l1 \* scaling / large\_L1) / 100

n = CInt(small\_l2 \* scaling / large\_L2) / 100

p = CInt(m \* n \* Sin(teta \* 3.14159 / 180) \* 100) / 100

a = CInt((Sqr(m ^ 2 + 2 \* p + n ^ 2) + Sqr(m ^ 2 - 2 \* p + n ^ 2)) / 2 \* 100) / 100

b = CInt((Sqr(m ^ 2 + 2 \* p + n ^ 2) - Sqr(m ^ 2 - 2 \* p + n ^ 2)) / 2 \* 100) / 100

k = CInt(a / b \* 100) / 100

omega = (a - b) / (a + b)

omega = CInt(2 \* Atn(omega / Sqr(omega ^ 2 + 1)) \* 180 / 3.14159 \* 10) / 10

If m = b Then

alpha0 = 90

Else

alpha0 = CInt(Atn(b / a \* Sqr((a ^ 2 - m ^ 2) / (m ^ 2 - b ^ 2))) \* 180 / 3.14159 \* 10) / 10

End If

ro = CInt(Sqr((p - 1) ^ 2 + (k - 1) ^ 2) \* 100) / 100

beta = CInt(Atn((k - 1) / (p - 1)) \* 180 / 3.14159 \* 10) / 10

Rem Блок вывода результатов на экран

Print "Величина искажения длин по меридиану, m: "; using "##.##"; m

Print "Величина искажения длин по параллели, n: "; using "##.##"; n

Print "Величина искажения площади, p: "; using "##.##"; p

Print "Наибольшая величина искажения длин, a: "; using "##.##"; a

Print "Наименьшая величина искажения длин, b: "; using "##.##"; b

Print "Величина искажения форм, k: "; using "##.##"; k

Print "Величина искажения угла, omega: "; using "##.##"; omega

Print "Азимут направления наибольшего искажения длин, alpha0: "; using "##.##"; alpha0

Print "Вектор ro, ro: "; using "##.##"; ro

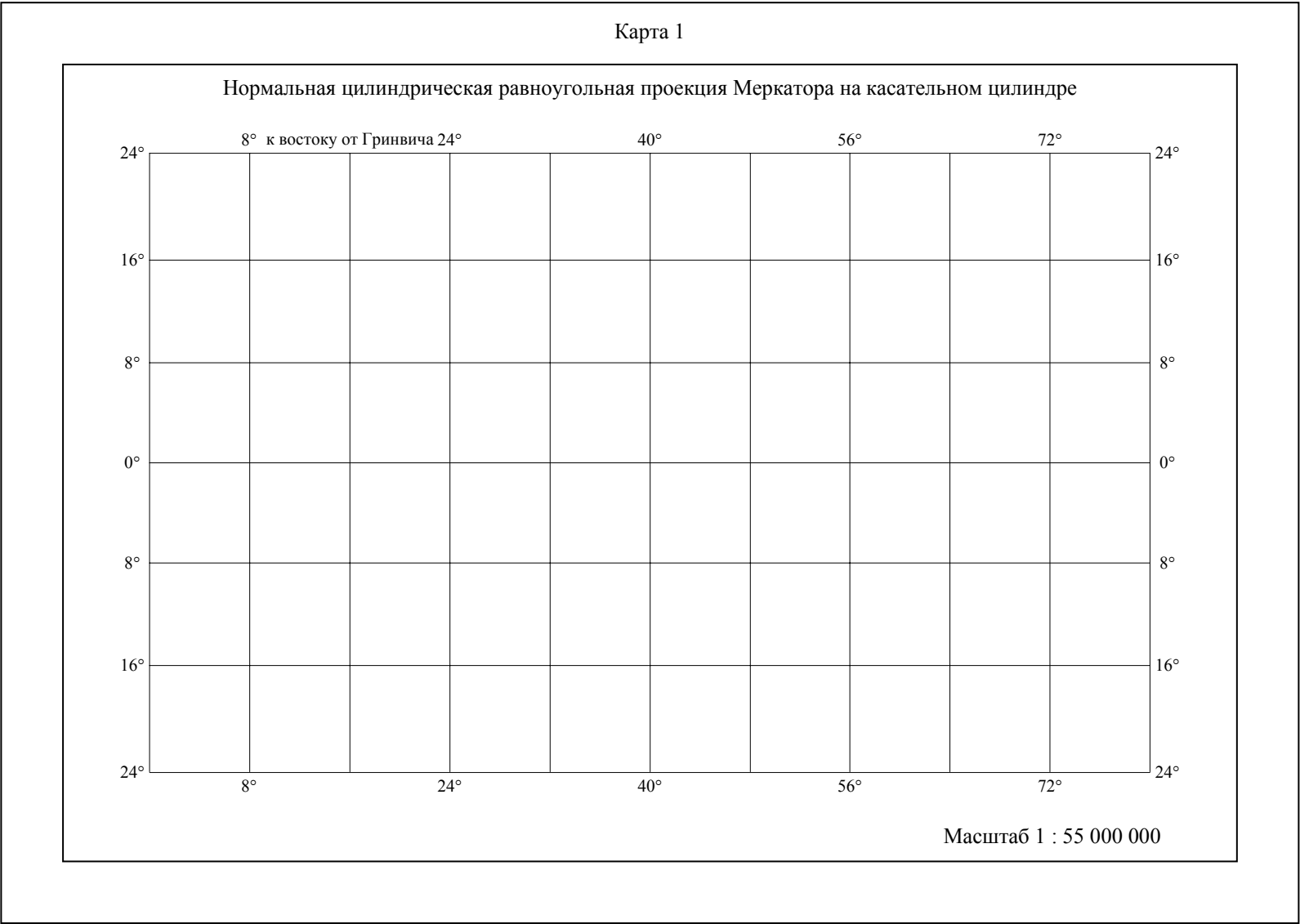
Print "Направление вектора po, beta: "; using "##.##"; beta

End

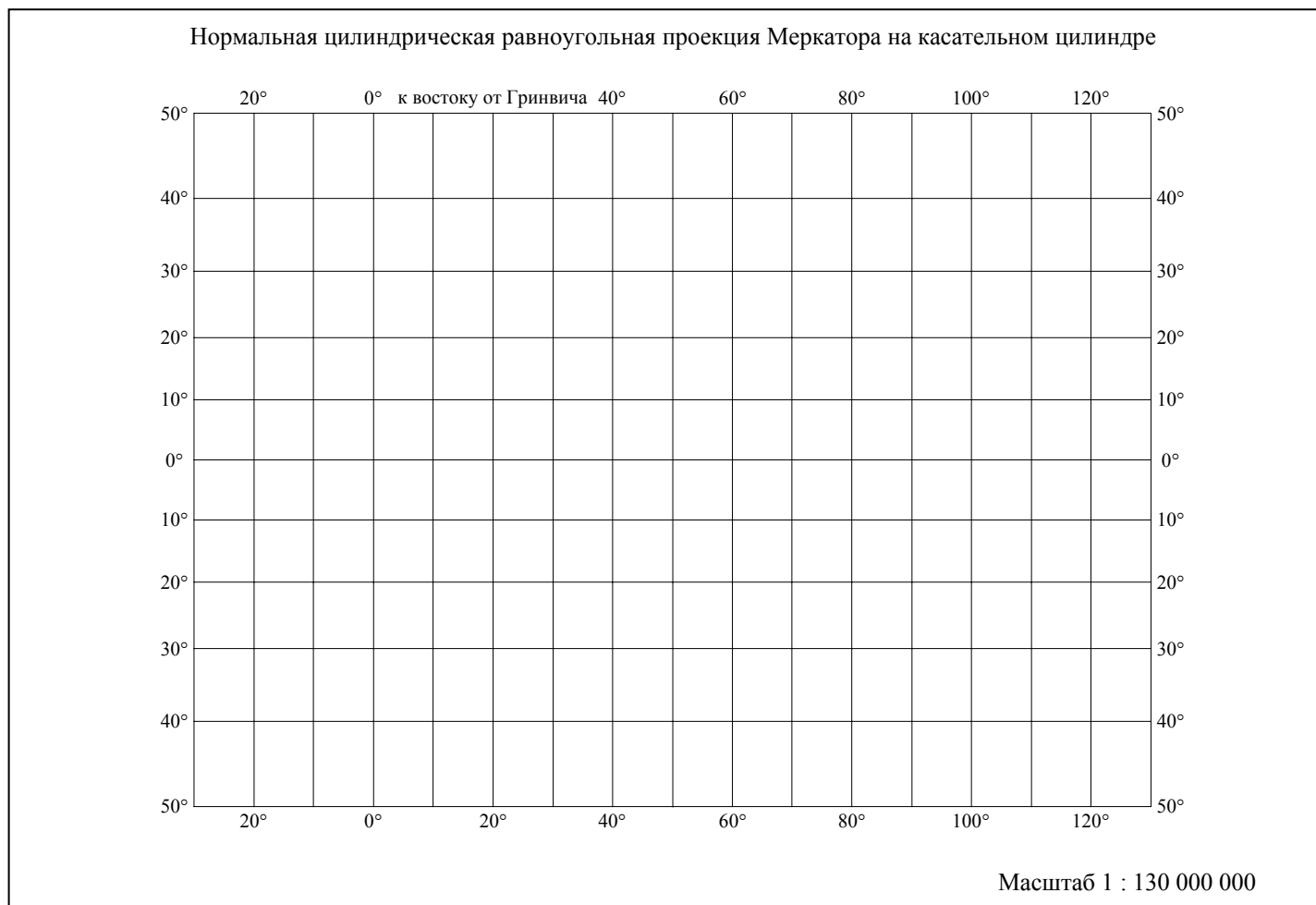
## Приложение 6

Таблица значений параметра  $U$  и его натуральных логарифмов ( $\ln U$ )

Широта $\varphi$	$U$	$\ln U$	Широта $\varphi$	$U$	$\ln U$	Широта $\varphi$	$U$	$\ln U$
0°	1,0000	0,0000						
1°	1,0176	0,0175	31°	1,7675	0,5696	61°	3,8667	1,3524
2°	1,0355	0,0349	32°	1,8040	0,5900	62°	4,0108	1,3890
3°	1,0538	0,0524	33°	1,8418	0,6107	63°	4,1653	1,4268
4°	1,0724	0,0699	34°	1,8807	0,6317	64°	4,3315	1,4659
5°	1,0913	0,0874	35°	1,9210	0,6528	65°	4,5107	1,5065
6°	1,1106	0,1049	36°	1,9626	0,6743	66°	4,7046	1,5485
7°	1,1303	0,1225	37°	2,0057	0,6960	67°	4,9152	1,5923
8°	1,1504	0,1401	38°	2,0503	0,7180	68°	5,1446	1,6379
9°	1,1708	0,1577	39°	2,0965	0,7403	69°	5,3955	1,6856
10°	1,1918	0,1754	40°	2,1445	0,7629	70°	5,6713	1,7354
11°	1,2131	0,1932	41°	2,1943	0,7859	71°	5,9758	1,7877
12°	1,2349	0,2110	42°	2,2460	0,8092	72°	6,3138	1,8427
13°	1,2572	0,2289	43°	2,2998	0,8328	73°	6,6912	1,9008
14°	1,2799	0,2468	44°	2,3559	0,8569	74°	7,1154	1,9623
15°	1,3032	0,2648	45°	2,4142	0,8814	75°	7,5958	2,0276
16°	1,3270	0,2830	46°	2,4751	0,9063	76°	8,1443	2,0973
17°	1,3514	0,3012	47°	2,5386	0,9316	77°	8,7769	2,1721
18°	1,3764	0,3195	48°	2,6051	0,9575	78°	9,5144	2,2528
19°	1,4019	0,3379	49°	2,6746	0,9838	79°	10,3854	2,3404
20°	1,4281	0,3564	50°	2,7475	1,0107	80°	11,4301	2,4362
21°	1,4550	0,3750	51°	2,8239	1,0381	81°	12,7062	2,5421
22°	1,4826	0,3938	52°	2,9042	1,0662	82°	14,3007	2,6603
23°	1,5108	0,4127	53°	2,9887	1,0948	83°	16,3499	2,7942
24°	1,5399	0,4317	54°	3,0777	1,1242	84°	19,0811	2,9487
25°	1,5697	0,4509	55°	3,1716	1,1542	85°	22,9038	3,1313
26°	1,6003	0,4702	56°	3,2709	1,1851	86°	28,6363	3,3547
27°	1,6319	0,4897	57°	3,3759	1,2167	87°	38,1885	3,6425
28°	1,6643	0,5094	58°	3,4874	1,2492	88°	57,2900	4,0481
29°	1,6977	0,5293	59°	3,6059	1,2826	89°	114,5887	4,7413
30°	1,7321	0,5493	60°	3,7321	1,3170	90°	$\infty$	$\infty$
Широта $\varphi$	$U$	$\ln U$	Широта $\varphi$	$U$	$\ln U$	Широта $\varphi$	$U$	$\ln U$

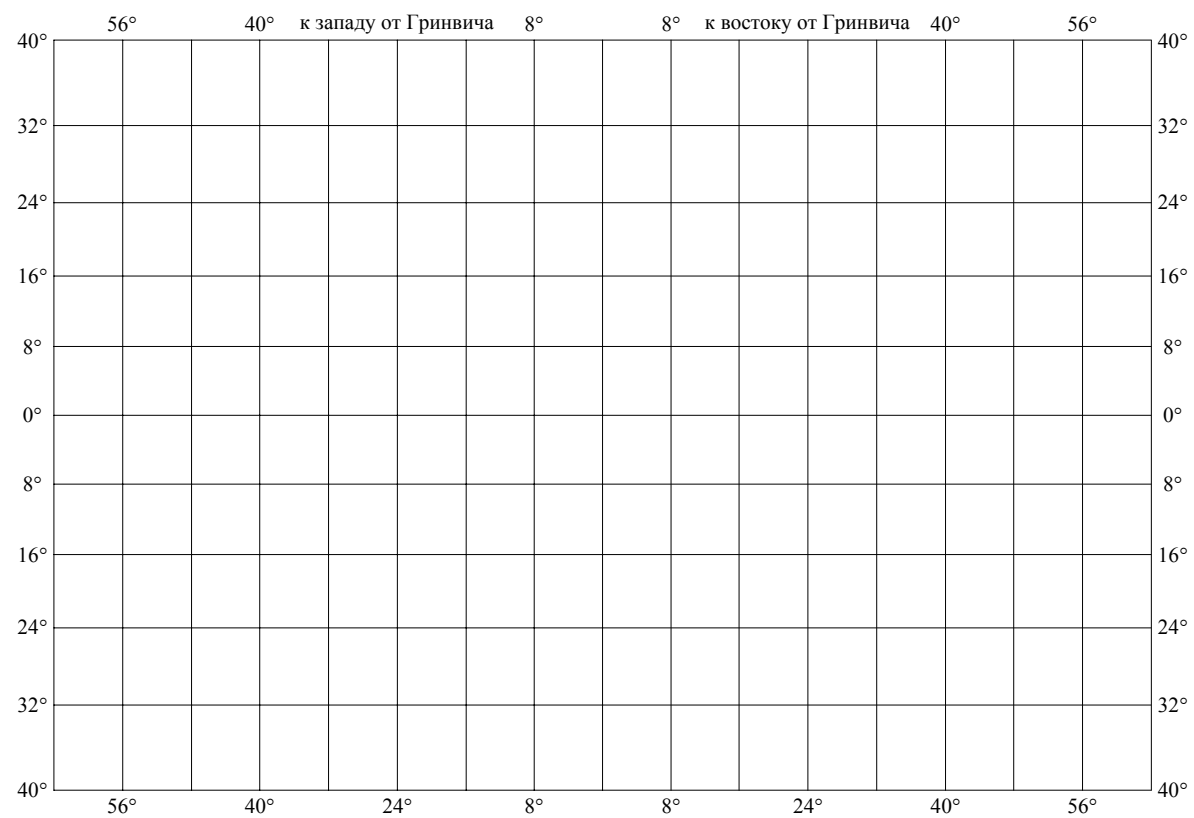


Карта 2



Карта 3

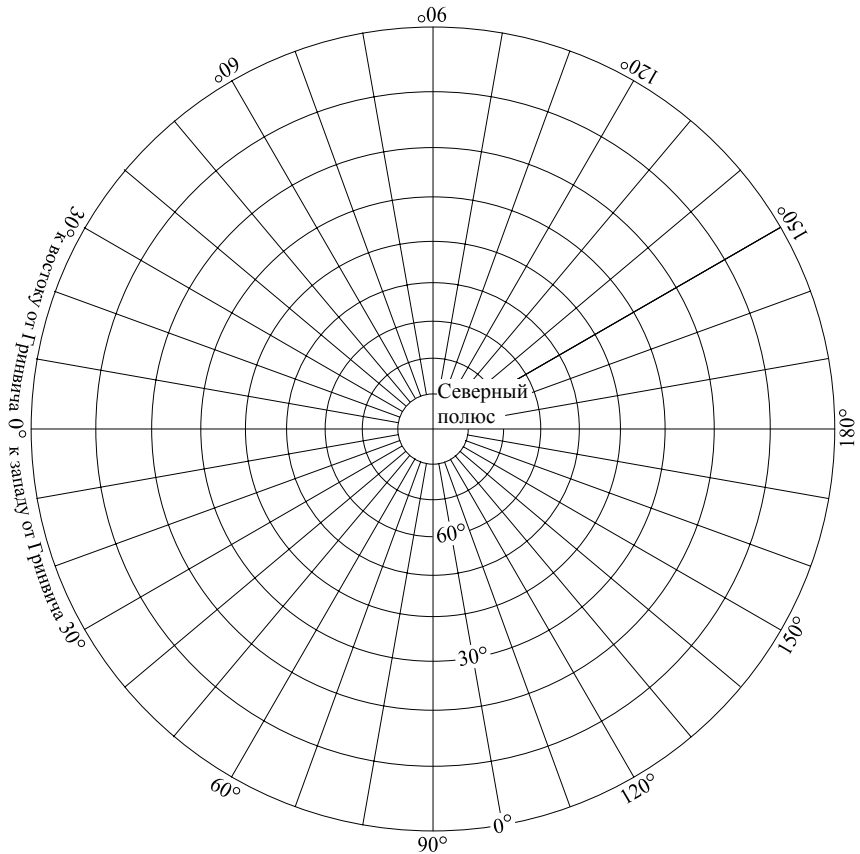
Нормальная цилиндрическая равноугольная проекция Меркатора на секущем по 30 параллелям цилиндре



Масштаб 1 : 85 000 000

Карта 4

Нормальная азимутальная равноугольная (стереографическая) проекция на касательной плоскости

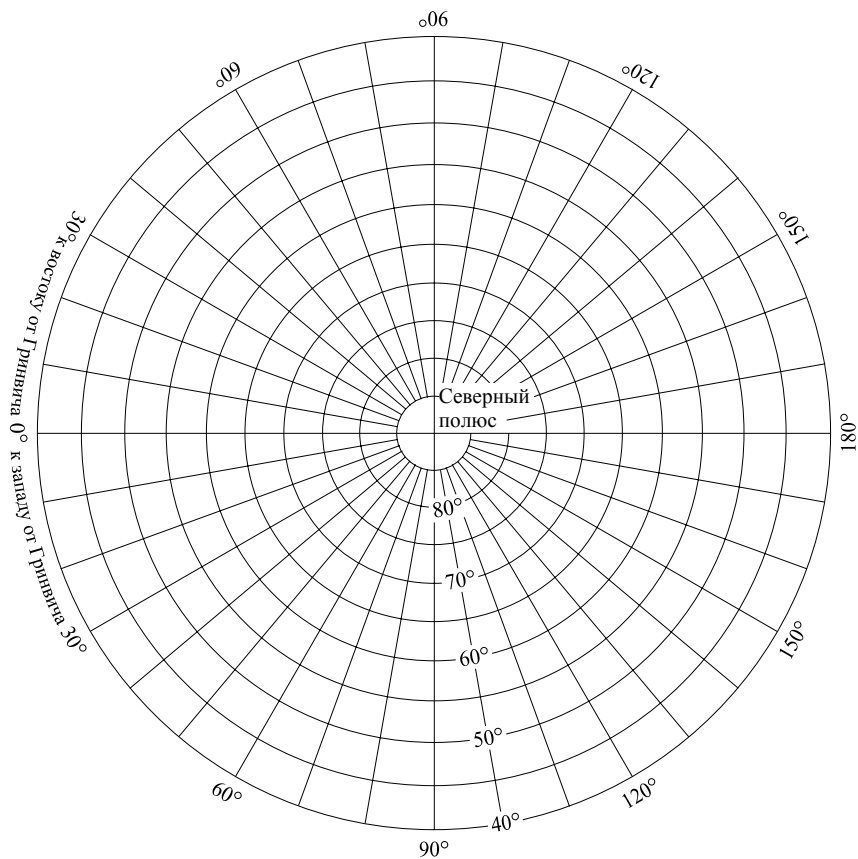


Масштаб 1 : 240 000 000



Карта 5

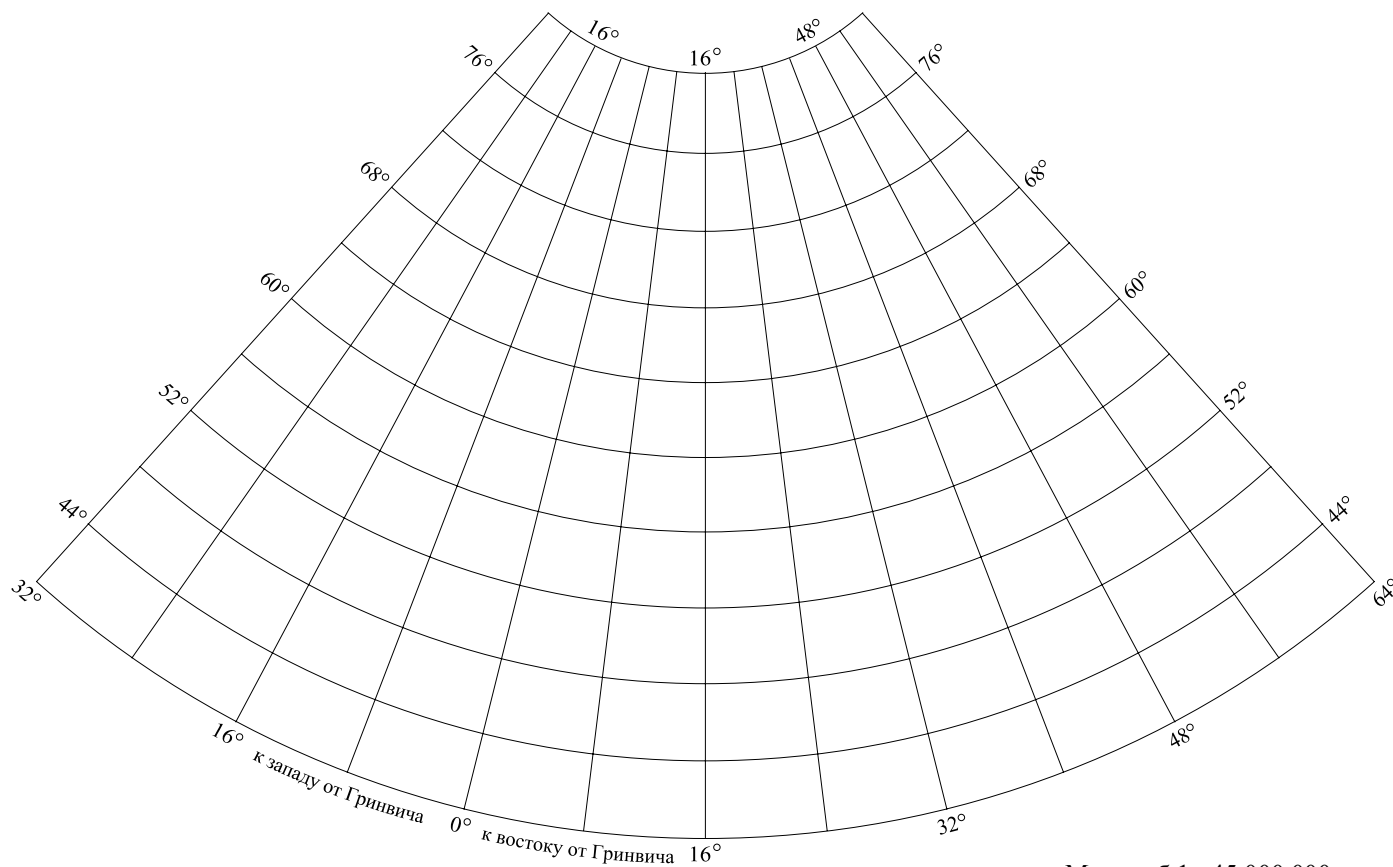
Нормальная азимутальная равноугольная (стереографическая) проекция на секущей по 70 параллели плоскости



Масштаб 1 : 110 000 000

Карта 6

Нормальная коническая равноугольная проекция Ламберта-Гаусса на касательном по 60 параллели конусе



## Приложение 8

Rem Программа расчета координат промежуточных точек ортодромий и локсодромий

Rem Блок определения переменных

Dim phiA, phiB, lambdaA, lambdaB, A As Single

Dim alphaort, alphalox As Single

Dim delta\_latitude, delta\_longitude, lambda, phi As Integer

Rem Блок ввода исходных данных

Input "Введите широту начальной точки в градусах: ", phiA

Input "Введите долготу начальной точки в градусах: ", lambdaA

Input "Введите широту конечной точки в градусах: ", phiB

Input "Введите долготу конечной точки в градусах: ", lambdaB

Input "Введите частоту градусной сетки по параллели в градусах: ", delta\_latitude

Input "Введите частоту градусной сетки по меридиану в градусах: ", delta\_longitude

Rem Блок расчета координат промежуточных точек ортодромии

A = (Atn(1 / (Tan(phiB \* 3.14159 / 180) / (Tan(phiA \* 3.14159 / 180) \* sin ((lambdaB - lambdaA) \* 3.14159 / 180) - 1 / Tan((lambdaB - lambdaA) \* 3.14159 / 180)))) \* 180 / 3.14159

Input "Введите первый меридиан, с которого следует начать расчет ортодромии в градусах: ", lambda

Do While lambda < lambdaB

phi = Atn((Tan(phiA \* 3.14159 / 180) \* Sin((A - lambdaA + lambda) \* 3.14159 / 180)) / Sin(A \* 3.14159 / 180)) \* 180 / 3.14159

Print "Долгота промежуточной точки ортодромии: "; using "##"; lambda;

Print "Широта промежуточной точки ортодромии: "; using "##.#"; phi;

lambda = lambda + delta\_longitude

Loop

alphaort = Sin(phiA \* 3.14159 / 180) / Tan(A \* 3.14159 / 180) \* 180 / 3.14159

Print "Азимут линии ортодромии в начальной точке "; using "##.#"; alphaort

Rem Блок расчета координат промежуточных точек локсодромии

alphalox = Atn(3.14159 \* (lambdaB - lambdaA) / (180 \* (Log(45 + phiB / 2) - Log(45 + phiA / 2)))) \* 180 / 3.14159

Input "Введите первую параллель, с которой следует начать расчет локсодромии в градусах: ", phi

Do While phi < phiB

lambda = lambdaA + Tan(alphalox \* 3.14159 / 180) \* (180 \* (Log(45 + phi / 2) - Log(45 + phiA / 2)) / 3.14159)

Print "Широта промежуточной точки локсодромии: "; using "##"; phi;

Print "Долгота промежуточной точки локсодромии: "; using "##.#"; lambda;

lambda = lambda + delta\_longitude

Loop

Print "Азимут линии локсодромии "; using "##.#"; alphalox

End